HAL
open science

Propagation cohérente d'atomes ultra-froids: Laser à atomes guidé et localisation d'Anderson

Vincent Josse

▶ To cite this version:

Vincent Josse. Propagation cohérente d'atomes ultra-froids: Laser à atomes guidé et localisation d'Anderson. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Paris-Sud, 2015. tel-02019810

HAL Id: tel-02019810

https://hal-iogs.archives-ouvertes.fr/tel-02019810

Submitted on 14 Feb 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Habilitation à diriger des recherches

Présentée par

Vincent Josse

Maître de Conférences au laboratoire Charles Fabry
Institut d'Optique Graduate School

Propagation cohérente d'atomes ultra-froids : Laser à atomes guidé et localisation d'Anderson

Soutenue le 7 avril 2015

Composition du jury :

Rapporteurs :	Thierry Giamarchi	–	Professeur, Université de Genève
	Robin Kaiser	–	Directeur de recherche, INLN, Nice
Examinateurs :	David Guery-Odelin	–	Professeur, Université de Toulouse III
	Cord Müller	–	Professeur, Université de Constance
	Christophe Salomon	–	Directeur de recherche, ENS, Paris
Président du jury :	Gilles Montambaux	–	Professeur, Université Paris-Sud, Orsay
Membre invité :	Alain Aspect	–	Directeur de recherche, IOGS, Palaiseau

Table des matières

1 Introduction générale **1**
1.1 Parcours professionnel : de l'optique quantique aux "simulateurs quantiques" . . 1
1.2 Recherches menées au laboratoire Charles Fabry 3
1.2.1 Une thématique globale : le transport quantique d'ondes de matière. . . . 3
1.2.2 Brève description des travaux effectués 4
1.2.3 Organisation des recherches 4
1.3 Organisation du mémoire 4

2 Etude d'un laser à atomes guidé **7**
2.1 Présentation générale 7
2.1.1 Motivation : un nouvel outil pour l'étude du transport quantique ? 7
2.1.2 Principaux résultats 9
2.2 Présentation détaillée des travaux réalisés 11
2.2.1 Principe du laser à atome guidé 11
2.2.2 Emission en régime quasi-continu : le régime de "couplage faible" 13
2.2.3 Premières expériences de transmission à travers une barrière de potentiel : une mesure directe de la largeur en énergie du laser à atomes. 15
2.3 Conclusion et perspectives 16

3 Localisation d'Anderson d'atomes ultrafroids **19**
3.1 Généralités sur la localisation d'Anderson 19
3.1.1 Un aperçu historique 19
3.1.2 Quelques propriétés "simples" de la localisation d'Anderson 21
3.1.3 Une formidable accumulation de résultats expérimentaux 25
3.1.4 Les enjeux actuels 28
3.2 Localisation d'Anderson et atomes froids 31
3.2.1 Etude de la localisation dynamique, analogue de la localisation d'Anderson 31
3.2.2 Les débuts avec les atomes ultra-froids : la "quête" de l'observation directe de la localisation d'Anderson à 1D 33
3.2.3 Les expériences menées à 2D 34
3.2.4 Observations de la localisation d'Anderson à 3D : une étape vers l'étude du régime critique 35
3.2.5 Les signatures dans l'espace des impulsions : le pic de rétro-diffusion cohérente et au delà. 37
3.2.6 Interactions et désordre : un rapide aperçu 38
3.2.7 Atomes ultra-froids et désordre : état des lieux et perspectives 40
3.3 Présentation détaillée des travaux effectués 43
3.3.1 Observation de la localisation d'Anderson à 1D 43
3.3.2 Observation de la localisation d'Anderson à 3D : vers l'étude du régime critique 53
3.3.3 Observation du pic de rétro-diffusion cohérent en configuration quasi-2D : signature des phénomènes de localisation dans l'espace des impulsions . . 67
3.3.4 Suppression et résurgence du pic de rétro-diffusion : une signature directe des effets de cohérence 75
3.4 Perspectives 83
3.4.1 Signatures des phénomènes de localisation dans l'espace des vitesses. . . . 83

3.4.2 Etude du régime critique à 3D 83
3.4.3 Systèmes désordonnés sans interactions, de nouvelles pistes ? 85
3.4.4 Désordre et interactions 86

4 Conclusion générale **89**

Bibliographie **90**

A Articles liés au laser à atomes guidé **119**

B Articles liés à l'étude de la localisation d'atomes froids dans les milieux désordonnés **121**

C Articles liés à la période post-doctorale (optique quantique) **123**

D Curriculum Vitae **125**

Chapitre 1

Introduction générale

1.1 Parcours professionnel : de l'optique quantique aux "simulateurs quantiques"

Un mémoire d'habilitation à diriger des recherches se doit de retracer l'ensemble des travaux de recherche réalisés après la thèse. Mon parcours professionnel ayant connu un changement de thématique important à la suite de mon recrutement en tant que maître de conférences à l'Institut d'Optique début 2005, je n'évoquerai cependant que brièvement (ci-dessous) les travaux réalisés en stage post-doctoral dans le domaine de l'optique quantique.

Après avoir effectué ma thèse dans le domaine de l'optique quantique sous la direction d'Elisabeth Giacobino au laboratoire Kastler-Brossel à Paris [1] [Josse 03], j'ai rejoint le groupe de Gerd Leuchs à l'université d'Erlangen en Allemagne en contrat post-doctoral, de janvier à septembre 2004 [2]. Par un heureux concours de circonstances, et aussi en raison de la très grande réactivité permise par les systèmes expérimentaux mis en jeu (moins complexes que ceux des atomes ultra-froids), cette période a été pour moi très riche scientifiquement. D'une part, j'ai pu appliquer les idées développées au cours de ma thèse sur les propriétés générales de compression du bruit sous la limite quantique standard et d'intrication quantique en variables continues pour exploiter au mieux les propriétés de réduction du bruit de polarisation à la sortie d'une fibre optique [3] [Heersink 05]. D'autre part, j'ai monté un nouveau dispositif expérimental, sur une idée d'Ulrik Andersen [4], qui m'a permis de réaliser la première expérience de "clonage quantique" [Wooters 82] en variables continues [Andersen 05] (i.e. "clonage" d'un état cohérent et non pas de photons uniques [Lamas-Linares 02]). Ce processus de clonage pourrait servir à terme dans les protocoles de communications quantiques en variables continues (voir par

1. Titre : "Réduction du bruit de polarisation et intrication quantique en variables continues avec des atomes froids", soutenue le 16 décembre 2003.

2. A cette époque le groupe déménageait dans de nouveaux locaux à l'occasion de la fondation du "Max-Planck Institute for the Science of Light", dirigé justement par Gerd Leuchs

3. J'ai étudié dans [Josse 04b, Josse 04a] les propriétés générales des fluctuations quadratures du champ électromagnétique (amplitude et phase), à savoir la possible réduction du bruit sous la limite quantique standard ("shot noise" en anglais) ou l'apparition de corrélations quantiques lorsque l'on combine deux modes du champ sur une lame séparatrice (ou lorsque l'on change de base de polarisation). Dans [Heersink 05], les deux modes du champ correspondent aux polarisations orthogonales se propageant suivant les axes propres d'une fibre à maintien de polarisation. La création d'états non classiques du champ ("squeezés" ou intriqués) résulte des non-linéarités dues à l'effet Kerr dans la fibre. Ce travail expérimental, ainsi que les premières interprétations, ont donné lieu à une collaboration théorique avec l'équipe de Peter Drummond à Brisbane en Australie [Corney 06, Corney 08].

4. Cette expérience repose sur le développement d'un amplificateur original n'utilisant que des outils d'optique linéaire, comme des détections homodynes, des boucles de rétroaction ou des modulateurs d'amplitude et de phase. Nous avons démontré dans un travail complémentaire que ce type d'amplificateur atteignait des performances quasi-idéales, i.e. à la limite du bruit quantique standard [Josse 06]. Enfin signalons que le dispositif expérimental a également été utilisé pour démontrer un protocole de purification avec des états cohérents [Andersen 05].

exemple [Knill 01, Grosshans 03, Braunstein 05]).

Bien que cette période ait été très profitable, j'ai cherché à me rapprocher d'une autre thématique de recherche qui m'était chère, et sur laquelle j'avais travaillé en tant que scientifique du contingent [5] : le domaine des atomes ultra-froids. Une bourse obtenue auprès de la fondation scientifique européenne (ESF, bourse "*QUDEDIS*") m'alors permis de rejoindre l'équipe de Giovanni Modugno et Massimo Inguscio au LENS à Florence. Arrivé en octobre 2004, ce second séjour post-doctoral s'est cependant très rapidement interrompu, suite à mon recrutement début 2005 à l'Institut d'Optique pour effectuer mes activités de recherche dans l'équipe de Philippe Bouyer, au sein du groupe Optique Atomique dirigé par Alain Aspect.

De par mon parcours, mélangeant à la fois l'optique atomique et les techniques expérimentales des atomes froids, un des objectifs de mon recrutement était de développer au sein de l'équipe une thématique alors émergente dans le domaine, à savoir l'optique atomique quantique. Un axe de recherche envisagé à long terme était le développement de sources atomiques "non classiques", en tirant par exemple partie des non-linéarités intrinsèques liées aux interactions entre atomes, pour améliorer la sensibilité des interféromètres atomiques [6] (voir par exemple [Bouyer 97, Orzel 01, Rolston 02, Esteve 08, Lücke 11] pour un aperçu sur les travaux réalisés sur cette thématique).

Cependant les expériences menées dans le groupe sur les lasers à atomes [Riou 06], et surtout la démonstration de principe du laser à atomes guidé réalisée peu de temps après [Guerin 06], m'ont finalement conduit vers une autre thématique de recherche. L'onde de matière produite ayant une longueur d'onde de deBroglie atteignant quelques microns (i.e. l'échelle typique de variation des potentiels optiques), nous nous sommes en effet rapidement intéressés à la possibilité d'étudier les propriétés de propagation à travers différents types de potentiel avec ce nouveau de laser à atomes. Un objectif que nous avions à l'époque était de réaliser une micro-cavité atomique non-linéaire permettant d'observer un phénomène de blocage en transmission, analogue au blocage de Coulomb [Carusotto 01]. Bien que nous n'ayons pu poursuivre jusqu'au bout cette thématique [7], ces premiers travaux, en lien direct avec les propriétés de propagation électronique dans les solides, préfiguraient déjà le rapprochement vers une seconde thématique des atomes ultra-froids : la possibilité de réaliser de véritables "simulateurs quantiques" permettant de revisiter certains concepts fondamentaux de la matière condensée [Bloch 12] [8]. En reprenant les expériences préliminaires réalisées dans l'équipe sur la localisation d'Anderson en présence de potentiel désordonné contrôlé, et en les menant jusqu'à l'observation directe de ce phénomène à 1D [Billy 08] puis à 3D [Jendrzejewski 12a], je suis finalement rentré de plein pied dans cette activité, en participant activement au développement d'un tout nouveau champ de recherche au sein des atomes froids : l'étude des systèmes désordonnés [Aspect 09b, Sanchez-Palencia 10, Shapiro 12].

---

5. De septembre 1999 à juin 2000 dans le groupe d'Optique d'Atomique à Orsay, plus précisément dans l'équipe de Chris Westbrook. J'ai essentiellement participé durant cette période à l'étude de la réflexion d'atomes froids sur un miroir atomique rugueux [Savalli 02].

6. L'optique atomique quantique s'étend bien au delà des questions liées à l'interférométrie atomique. Un autre axe de recherche consiste à reproduire certaines des expériences expériences fondatrices de l'optique quantique, notamment celles liées aux propriétés de corrélations quantiques à deux photons (intrication, coalescence quantique). L'équipe de Chris Westbrook a fortement contribué au développement de cette thématique, avec l'étude de l'effet Handbury-Brown-Twiss [Schellekens 05, Jeltes 07] et très récemment avec la démonstration de l'effet Hong-Ou-Mandel (HOM) [Lopes 15].

7. L'utilisation du laser à atomes guidé s'avérant complexe comme nous le détaillerons dans ce mémoire au chapitre 2.

8. Nous ne détaillerons pas ici la somme impressionnante de travaux réalisées sur cette thématique. Rappelons seulement les premiers succès emblématiques, comme la mise en évidence de la continuité entre la physique de la condensation de Bose Einstein et celle de la formation des paires de Cooper dans les supraconducteurs (phénomène connu sous le nom « BEC-BCS crossover » en anglais, voir par exemple [Bourdel 04] et les références associées), ou bien l'observation de la « transition de Mott », entre états isolants et superfluides, au sein des structures cristallines artificielles que forment les réseaux optiques [Bloch 08]. Dernièrement les possibilités offertes par ces systèmes se sont fortement élargies avec la réalisation de champs de jauge artificiels, permettant ainsi de simuler les systèmes électroniques en présence de champs magnétiques [Lin 09, Dalibard 11].

1.2 Recherches menées au laboratoire Charles Fabry

1.2.1 Une thématique globale : le transport quantique d'ondes de matière.

Au delà de la thématique générale des systèmes désordonnés, les différents travaux réalisés ces dernières années sont liés à l'étude de la propagation d'atomes ultra-froids à travers des potentiels créés optiquement et parfaitement contrôlés, en forte connection avec les problématiques de transport électronique en matière condensée. Ils s'insèrent donc naturellement dans une thématique plus générale qui s'est fortement développée dans le domaine des atomes froids : l'étude du transport quantique. L'acceptation du mot "transport quantique" est en fait très large, et recouvre notamment l'étude de la dynamique complexe d'impuretés immergées dans un bain "quantique" à l'équilibre, comme par exemple un superfluide [9]. Toutefois je restreint ici ce terme à une définition très naïve, où l'on étudie les effets quantiques gouvernant, ou simplement modifiant, la propagation d'ondes de matière en présence d'obstacles (barrières ou puits de potentiel, constriction, micro-cavités, désordre, etc...), allant du simple effet tunnel (physique à une particule) aux effets de superfluidité ou de corrélations fortes (physique dite à "N-corps").

Sans en faire l'inventaire exhaustif, citons, pour les effets linéaires, les expériences allant de la démonstration de la réflexion quantique sur une surface attractive [Pasquini 06] aux nombreux travaux réalisées sur les oscillations de Bloch dans les réseaux optiques [Dahan 96, Anderson 98, Morsch 01, Roati 04, Morsch 06, Fattori 08], en passant par la réalisation de filtres de Bragg [Carusotto 02, Lauber 11, Fabre 11, Cheiney 13], l'observation de diffusion chaotique sur un défaut localisé [Gattobigio 11], l'emblématique localisation d'Anderson en présence de désordre [Billy 08, Roati 08, Kondov 11, Jendrzejewski 12a, Semeghini 14] dont l'étude sera au coeur de ce mémoire, ou même la diffraction de Bragg sur un des atomes localisés au sein d'un réseau optique [Gadway 13]. Dernièrement ce domaine s'est également étendu à l'étude de la propagation autour des points de Dirac dans des réseaux de maille hexagonale, simulant ainsi certaines propriétés du graphène [Tarruell 12, Lim 12, Duca 15].

Les non-linéarités associées aux interactions inter-atomiques donnent bien évidemment lieu à une physique encore plus riche et complexe. Une grande variété de phénomènes peuvent être étudiés, comme par exemple la génération d'ondes de choc [Simula 05, Hoefer 06, Carusotto 06, Meppelink 09, Kamchatnov 12], la compétition entre superfluidité et dissipation lors de la traversée d'un obstacle localisé [Raman 99, Onofrio 00, Inouye 01, Leboeuf 01, Pavloff 02, Miller 07, Engels 07, Albert 08, Watanabe 09, Dries 10, Neely 10, Desbuquois 12] ou de désordre [Dries 10, Pasienski 10, Tanzi 13, D'Errico 14] (voir plus spécifiquement la partie 3.2.6), le blocage de Coulomb à travers un point quantique [Carusotto 01], jusqu'à la possibilité d'observer l'analogue de la "radiation de Hawking" par des trous noirs acoustiques [Balbinot 08, Carusotto 08, Steinhauer 14, Nguyen 15].

Pour conclure sur ce panorama subjectif, notons les expériences récentes sur les propriétés de superfluidité d'un condensat en configuration annulaire [10], notamment dans le groupe de G. Campbell au NIST [Ramanathan 11, Eckel 14a, Eckel 14b], ou sur le transport d'un gaz de fermions dégénérés à travers une constriction bi-dimensionnelle dans le groupe de T. Esslinger à Zürich. Cette dernière configuration a notamment permis d'étudier les propriétés de conduction en présence ou non de désordre [Brantut 12], l'apparition de la superfluidité en présence d'interactions [Stadler 12, Krinner 13], et tout récemment l'observation d'une quantification de la conductance [Krinner 14].

9. Différentes expériences ont ainsi été réalisées en étudiant la dynamique d'impuretés, constituées par une composante de spin distincte ou par une autre espèce atomique, en présence d'un réservoir composé de bosons [Palzer 09, Catani 12, Spethmann 12, Fukuhara 13] ou de fermions dégénérés [Schirotzek 09, Nascimbène 09].

10. Il est par exemple possible de réaliser l'équivalent d'un SQUID (Superconducting Quantum Interference Device) [Pepino 09, Ryu 13], ou d'étudier les propriétés de conductance à travers une barrière de potentiel [Jendrzejewski 14].

1.2.2 Brève description des travaux effectués

Comme indiqué ci-dessus, mes activités de recherche au laboratoire Charles Fabry se sont concentrées sur les deux thématiques distinctes que sont la caractérisation d'un laser à atomes guidé et l'étude de la localisation d'Anderson en présence de désordre. En voici un bref aperçu.

Thématique 1 : Le laser à atomes guidé.

Notre équipe a démontré la possibilité d'extraire, à partir d'un condensat de Bose Einstein, un faisceau atomique cohérent et directement couplé dans un guide optique, réalisant ainsi l'analogue d'un laser photonique fibré (« pig-tailed » lasers en anglais) [Guerin 06]. Ce nouveau type de laser à atomes, permettant en principe d'obtenir une énergie très bien définie en régime quasi-continu et de contrôler indépendamment cette énergie et le flux du laser (c'est à dire l'importance des non-linéarités), nous a semblé être à l'époque un outil particulièrement adapté pour réaliser des expériences de transport à travers différents types de potentiels (cf partie précédente). Toutefois le fonctionnement de cette source atomique cohérente s'est avéré extrêmement délicat en pratique. Bien que nous ayons étudié en détail les propriétés de couplage de ce laser [Bernard 11], et débuté une première expérience de principe en étudiant sa transmission à travers une simple barrière de potentiel, nous avons dû mettre cette thématique entre parenthèses, pour nous consacrer pleinement à l'étude de la localisation d'Anderson.

Thématique 2 : Localisation d'Anderson en présence de désordre créé par un champ de tavelures lumineuses ("speckle" en anglais).

Ces travaux ont conduit à plusieurs premières mondiales, à savoir l'observation directe de la localisation d'Anderson avec des d'ondes de matières (1D [Billy 08] et 3D [Jendrzejewski 12a]) ainsi que l'observation récente de signatures directes de la localisation faible (i.e. observation du pic de rétro-diffusion cohérente) [Jendrzejewski 12b, Müller 14b]. Ces travaux, à la pointe de la recherche internationale, ont véritablement contribué à fonder cette thématique du désordre au sein des atomes froids, thématique toujours active à l'heure actuelle. Les travaux se concentrent maintenant sur la possibilité d'observer directement la transition d'Anderson à 3D (transition de type métal/isolant), un défi expérimental majeur. Une autre ligne de recherche est la possibilité d'obtenir des signatures directes des phénomènes de localisation dans l'espace des vitesses. Dans ce cadre, l'enjeu actuel est d'observer un nouvel effet récemment prédit : le pic de diffusion cohérente vers l'avant [Karpiuk 12].

1.2.3 Organisation des recherches

Afin d'appréhender globalement le déroulement de ces activités de recherche, j'ai schématiquement représenté sur la figure 1.1 la chronologie des travaux évoqués ci-dessus, ainsi que les différentes thèses impliquées. J'ai également indiqué sur ce graphique les périodes où nous avons travaillé essentiellement sur les développements expérimentaux, à savoir i) les efforts de stabilisation menés sur le laser à atomes, ii) le remontage du dispositif initial après le déménagement au cours de l'été 2008 et l'implémentation d'une nouvelle extension (seconde chambre à vide) pour étudier la localisation à 3D et iii) les modifications importantes apportées dernièrement (typiquement au cours de l'année 2013) au dispositif. Si les études sur la localisation d'Anderson ont progressivement supplanté celles sur le laser à atomes guidé, on peut noter que ces dernières se sont cependant poursuivies un peu après le déménagement, la stabilisation du système (notamment en regard des fluctuations magnétiques) nous ayant permis de mener à bien l'étude des propriétés de couplage.

1.3 Organisation du mémoire

Le chapitre 2 présente les études réalisées sur le laser à atomes guidé. Son principe ainsi que les travaux menés pour caractériser ses propriétés de couplage y seront détaillés. Enfin nous évoquerons brièvement les premières expériences réalisées sur la transmission de ce laser à

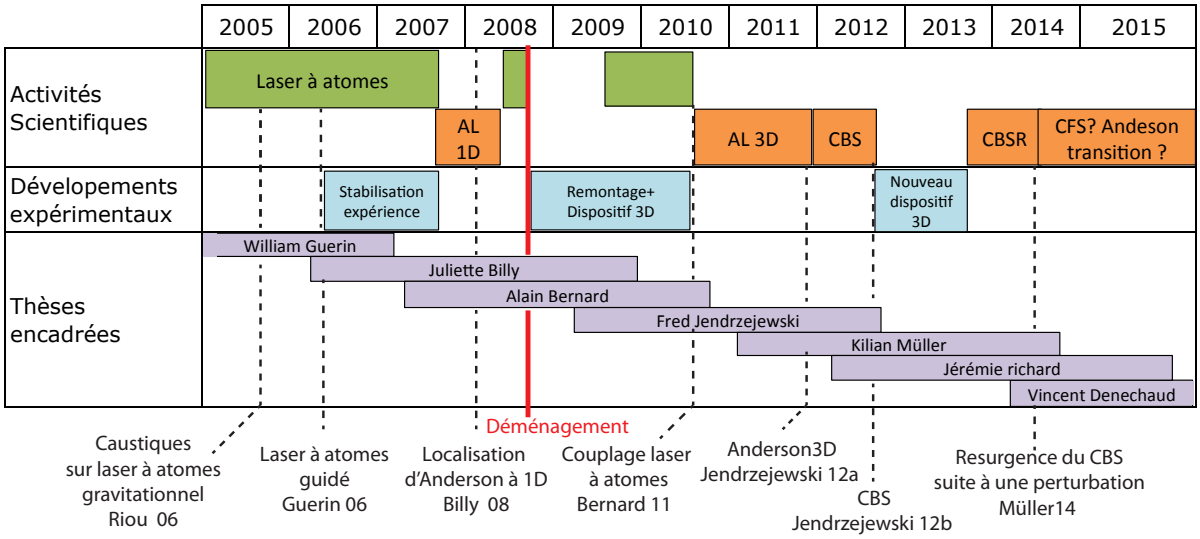

FIGURE 1.1 – Chronologie des travaux effectuées et thèses encadrées. AL : Localisation d'Anderson. CBS : pic de rétro-diffusion cohérente (Coherent Backscattering). CBSR : résurgence du pic CBS. CFS : pic de diffusion cohérente vers l'avant (Coherent Forward Scattering).

atomes à travers une barrière de potentiel.

Le chapitre 3 constitue le coeur réel de ce mémoire, ces expériences ayant suscité un intérêt très important au sein de la communauté des atomes froids et au delà. Afin de bien comprendre les enjeux, un aperçu général du champ d'étude de la localisation d'Anderson sera présenté, ainsi que les principales propriétés à retenir (voir partie 3.1). Je développerai ensuite l'historique du domaine d'étude des systèmes désordonnés avec des atomes ultra-froids, en replaçant ainsi les travaux réalisés dans leur contexte au sein du domaine (partie 3.2). Une lecture rapide ce manuscrit pourra ainsi se concentrer sur cette partie afin d'appréhender ces travaux de manière générale. Leur description plus précise sera faite dans la partie 3.3, un accent important étant mis sur la physique de la localisation d'Anderson à 3D. En particulier, un "état de l'art" des différentes estimations du seuil de mobilité sera présenté. Enfin les perspectives seront évoquées partie 3.4

Chapitre 2

Etude d'un laser à atomes guidé

2.1 Présentation générale

2.1.1 Motivation : un nouvel outil pour l'étude du transport quantique ?

Les lasers à atomes sont analogues aux lasers photoniques [Holland 96]. Ces ondes de matières, de faible dispersion en énergie et directionnelles, sont créées par extraction quasi-continue d'atomes à partir d'un condensat initial. Les premières réalisations de ces lasers à atomes ont ainsi rapidement suivi la démonstration de la condensation de Bose-Einstein dans les gaz d'atomes froids en 1995, le jet d'atomes cohérent tombant sous l'effet de la gravité [Mewes 97, Anderson 98, Bloch 99, Hagley 99, Cennini 03] (voir Fig. 2.1a). Leur utilisation éventuelle en interférométrie atomique [Hagley 01, Ketterle 02, Cronin 09, Robins 13] a alors motivé de nombreuses études expérimentales ou théoriques [1], qu'elles concernent leurs propriétés de flux [Gerbier 01, Robins 06, Debs 09], de cohérence [Köhl 01, Öttl 05] ou de dynamique transverse [Le Coq 01, Busch 02, Köhl 05, Riou 06, Dall 07, Jeppesen 08, Riou 08] (voir Fig. 2.1b).

En comparaison avec les lasers à atomes "gravitationnels" (i.e. en chute libre), les lasers à atomes guidés [Guerin 06, Couvert 08] permettent un meilleur contrôle de la propagation. En configuration horizontale, la gravité étant compensée par le potentiel de guidage [2], on crée une onde de matière homogène et de grande longueur d'onde de deBroglie, de l'ordre du micron (voir Fig. 2.1 c et d). Cette longueur d'onde (i.e. l'énergie) se contrôlant indépendamment du flux (i.e. la force des interactions intra-laser), ces lasers à atomes semblent particulièrement bien adaptés pour étudier les propriétés de transport quantique, *en régime quasi-stationnaire*, à travers différents types d'obstacles. Comme nous l'avons évoqué dans l'introduction générale (voir partie 1.2.1), de nombreuses expériences ont été effectuées sur cette thématique, mais en utilisant "simplement" le condensat de Bose Einstein dans son ensemble (celui-ci étant envoyé à vers l'obstacle ou inversement).

Suite à notre démonstration du laser à atomes guidé [Guerin 06], nous nous sommes donc intéressés à cette thématique (voir Fig. 2.1e). Le premier objectif était d'étudier la propagation à travers un obstacle élémentaire, i.e. une barrière de potentielle de largeur variable. La distribution en énergie du laser à atomes a ainsi pu être mesurée directement (en utilisant une barrière épaisse), l'objectif suivant étant de mettre en évidence le phénomène de transmission tunnel dans le cas d'une barrière fine. A plus long terme, une des perspectives était de mettre en place une cavité atomique (jouant le rôle de point quantique), qui peut être réalisée par une double barrière [Carusotto 01, Paul 05] (un mode TEM_{01} comme montré sur la figure 2.1d) ou bien par un réseau d'extension finie [Carusotto 02, Lauber 11]. Au-delà des propriétés de filtrage en régime linéaire, un tel système devrait permettre de réaliser l'analogue du blocage de Coulomb en matière condensée. Ainsi il serait possible de créer des faisceaux atomiques possédant de

1. Pour une présentation plus étoffée des différentes études réalisées sur ce sujet, le lecteur pourra se référer par exemple à la partie "Atom Lasers" de la revue [Perrin 11] reproduite dans l'annexe A.

2. La gravité peut aussi être compensée à l'aide d'un gradient de champ magnétique [Kleine-Büning 10].

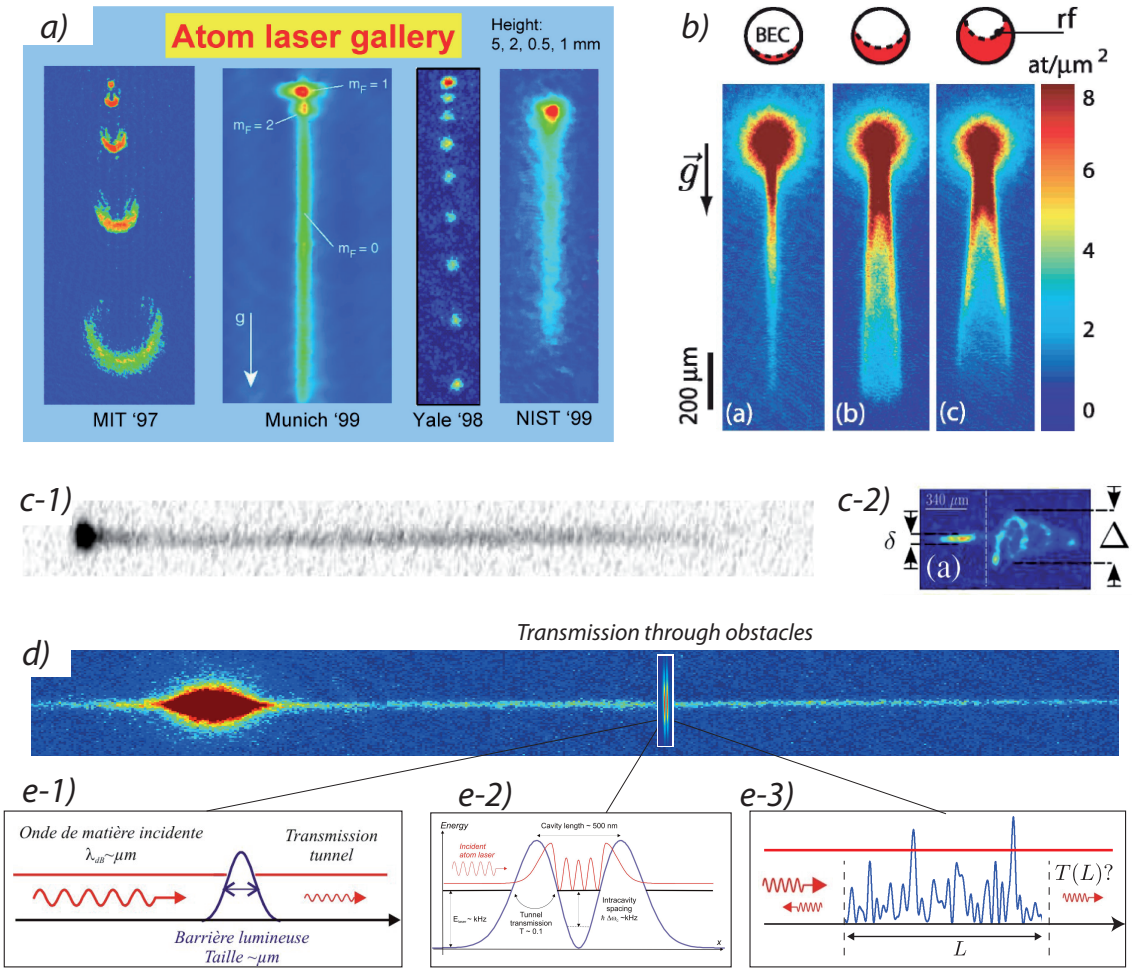

FIGURE 2.1 – **"Atom Laser Gallery".** a) Premières réalisations de lasers à atomes verticaux, les atomes extraits tombant sous l'effet de la gravité, d'après [Mewes 97, Bloch 99, Anderson 98, Hagley 99]. b) Etude du mode transverse d'un laser à atomes, l'interaction des atomes avec le condensat jouant le rôle de lentille boule et donnant lieu l'apparition de caustiques, d'après [Riou 06]. c) et d) Réalisations de lasers à atomes guidé, d'après [Couvert 08, Guerin 06]. c-2) Diffusion d'un laser à atomes guidé sur un défaut localisé, d'après [Gattobigio 11]. e) Expériences envisagées sur les propriétés de transport du laser à atomes à travers une barrière fine (e-1), une micro-cavité (e-2) où un potentiel désordonné (e-3).

fortes corrélations quantiques et d'observer un effet de dégroupement ("anti-bunching") sur la statistique des atomes transmis [Carusotto 01]. Enfin, en lien avec l'étude des systèmes désordonnés qui sera décrite au chapitre 3, un autre projet serait d'étudier la transmission de ce laser à atomes à travers une zone désordonnée de largeur variable. D'après les travaux de Paul *et al.* [Paul 07, Paul 09], il devrait être possible d'observer le passage d'un comportement de type localisation d'Anderson à celui de superfluide pour un niveau d'interaction tout à fait accessible expérimentalement. Une autre piste serait d'utiliser la finesse du laser à atomes pour sonder précisément la dépendance en énergie des propriétés de localisation d'Anderson dans des potentiels désordonnés. En façonnant à souhait les propriétés de corrélation, il serait par exemple possible de réaliser des filtres en vitesse [Piraud 12b].

Toutefois, les difficultés expérimentales rencontrées ont fortement ralenti nos progrès, et nous avons dû stopper ces recherches après nos premières expériences menées sur la transmission du laser à atomes à travers une barrière de potentiel (détermination de la largeur en énergie du laser à atomes, voir ci-dessous). Il est évident que nous aurions souhaiter approfondir cette

thématique, mais le travail investi n'a pas, pour autant, été perdu, les efforts expérimentaux ayant ainsi bénéficié directement aux expériences sur la localisation d'Anderson à 1D. Sur le plan scientifique, un résultat significatif a été obtenu en étudiant en détail les propriétés de couplage de ce type de laser à atomes [Bernard 11], la physique sous-jacente étant riche et de portée générale (couplage d'un système isolé à un "réservoir" extérieur) [Moy 99, Jack 99, Hope 00, Jeffers 00, Gerbier 01, Robins 05, Debs 10].

Pour finir sur cette introduction, et avant que nous n'abordions plus en détail les travaux réalisés, notons que cette voie de recherche a finalement été très peu explorée, mis à part la diffusion d'un laser à atomes sur un condensat dans l'équipe de J. Close à Canberra [Döring 08], ou l'interaction d'un laser à atomes guidé horizontal sur un défaut localisé dans l'équipe de D. Guéry-Odelin à Toulouse [Gattobigio 11] (voir Fig. 2.1c). Une des raisons est à chercher dans les difficultés expérimentales associées à ces lasers à atomes. Mais, plus fondamentalement, un de ses avantages de principe résidant dans la possibilité de réaliser des expériences de transport dans un régime stationnaire, l'intérêt pour ces systèmes s'est amenuisé ces dernières années, en attendant la réalisation de la condensation de Bose Einstein en régime continu [Chikkatur 02, Lahaye 04, Robins 08]. Différentes études étant encore en cours sur cette thématique (voir par exemple [Jöllenbeck 11, Falkenau 11, Power 12, Volchkov 13, Stellmer 13]), ces études pourraient connaître un net regain d'intérêt en cas de succès.

2.1.2 Principaux résultats

Nous donnons ci-dessous une description succinte des travaux réalisés, une présentation plus détaillée étant donnée dans la partie suivante.

— **Démonstration de principe du laser à atomes guidé [Guerin 06].** Ces travaux ont démontré le principe d'extraction, par couplage radio-fréquence (rf), d'atomes d'un condensat directement dans un guide optique (voir Fig. 2.2). En particulier nous avons montré que l'on pouvait ajuster finement le potentiel résiduel ressenti par les atomes le long du guide, de manière à créer une onde de matière se déplaçant à vitesse constante. Enfin la possibilité d'obtenir un fonctionnement monomode transverse a été discutée, les observations expérimentales estimant le nombre moyen de modes transverse excités à $\langle n \rangle \sim 2$.

— **Stabilisation de l'expérience**. Nous avons réalisé un gros travail de stabilisation de l'expérience suite à la démonstration de principe de 2006, notamment pour réduire au maximum les fluctuations de champ magnétique. Comme le montre la figure 2.3 la stabilité magnétique requise pour faire fonctionner le laser à atomes guidé est bien supérieure à celle nécessaire pour l'étude des lasers à atomes gravitationnels. Ces travaux se sont déroulés en deux étapes : dans un premier temps à Orsay où d'importants efforts ont conduit à la diminution de ces fluctuations magnétiques en dessous du milli-Gauss (fluctuations rapides), puis dans un second temps après le déménagement à Palaiseau, où la mise en oeuvre d'un asservissement des alimentations en courant produisant les champs magnétiques de piégeage, nous a encore fait gagner un ordre de grandeur. Ces améliorations nous ont ainsi permis d'étudier en détail le processus de couplage (voir ci-dessous).

— **Etudes des propriétés de couplage du laser à atomes guidé : flux et limitations [Bernard 11].** Un travail "théorique" et expérimental a été mené afin de caractériser précisément les propriétés de couplage du condensat dans le guide, et de déterminer les conditions permettant un fonctionnement en régime quasi-continu. Ce régime continu (ou régime de couplage faible) est intimement lié au caractère irréversible du processus de couplage, le taux de transfert du condensat vers le laser à atomes devant être suffisamment faible pour que les atomes extraits ne puissent être recapturés [Moy 99, Jack 99, Gerbier 01]. Dans le cas d'un laser à atomes guidé, la force d'extraction (i.e. la force subie par les atomes extraits du condensat leur permettant de quitter la zone de couplage) est seulement donnée par les interactions répulsives avec le condensat. Cette force étant faible par comparaison avec la gravité, la condition de

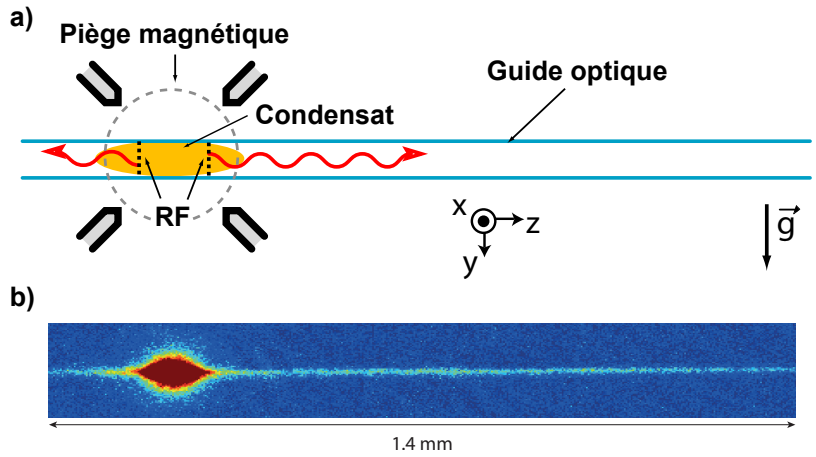

FIGURE 2.2 – **Principe du laser à atomes guidé**, d'après [Guerin 06]. a) Les atomes, extraits du condensat à l'aide du champ rf (voir Fig. 2.3), se propagent librement dans le guide optique et forment un laser à atomes guidé. b) Image en absorption d'un laser à atomes guidé pour un temps de couplage t_{laser}= 100 ms. Notez que le processus de couplage est a priori symétrique, donnant lieu à l'émission de deux lasers à atomes (un de chaque côté). Cette image correspond au cas où le guide est légèrement penché, de manière à privilégier une émission vers la droite ($z > 0$).

couplage en régime quasi-continu correspond à un flux maximal très faible (de l'ordre de $\mathcal{F} = 10^6$ atomes/sec). Toutefois, ce flux limite est compensé par les faibles vitesses atteignables ($v \sim$ qq mm/s), de sorte que la densité linéaire $n_{1\text{D}} = \mathcal{F}/v$ peut prendre des valeurs appréciables, pour lesquelles les interactions ne sont pas négligeables. Il reste donc envisageable d'utiliser ce laser à atomes pour étudier la propagation dans un régime non-linéaire, notamment pour l'étude de la compétition entre superfluidité et désordre [Paul 07, Paul 09].

— **Transmission à travers une barrière de potentiel : une mesure directe de la largeur en énergie.** En parallèle des études menées sur le couplage du laser à atomes, nous avons commencé (début de l'année 2007) à étudier les propriétés de propagation à travers une barrière de potentiel, un des objectifs étant de mettre en évidence la transmission tunnel [Billy 10]. Pour cela l'idée était de comparer la transmission à travers deux types de barrières : une barrière "quantique" (fine) et une barrière "classique" (épaisse) pour référence. De fait, la transmission à travers cette barrière épaisse est intéressante en soi, car elle permet de réaliser une mesure directe de la largeur en énergie du laser à atomes, par simple méthode de "Foucaultage" (en augmentant progressivement l'amplitude du potentiel, voir Fig. 2.5). Si les premières expériences réalisées à Orsay étaient limitées par les fluctuations magnétiques (voir ci-dessus), donnant lieu à une largeur du laser à atomes bien trop importante, nous avons constaté, à notre grande surprise, que cette largeur restait tout aussi importante une fois ce problème technique essentiellement résolu. Cette largeur en énergie, inattendue et qui reste encore partiellement incomprise, ne nous a pas permis de poursuivre ces études, qui se sont finalement arrêtées à ce stade [Bernard 10]. La compréhension approfondie des processus à l'origine de cette largeur (excitations du condensat, excitation de modes transverses ou effets de température finie,...), i.e. ses propriétés de cohérence, serait donc le premier objectif, si nous étions amenés à reprendre ces études.

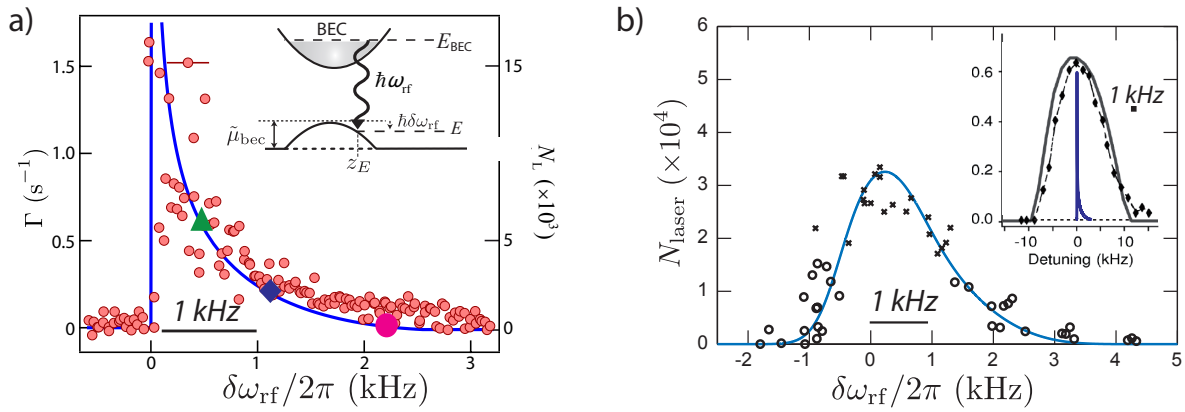

FIGURE 2.3 – **Courbe de couplage du laser à atomes guidé**, d'après [Bernard 11]. (a) Spectre de couplage : nombre d'atomes extraits (N_L) en fonction de la fréquence ω_{rf}, pour un temps $t_{laser} = 50$ ms et une amplitude de couplage $\Omega_{rf}/2\pi = 15.1$ Hz ($\delta\omega_{rf}$ correspond au désaccord par rapport à un couplage au centre du condensat, voir insert). La courbe en trait plein (bleue) correspond à la prédiction donnée par la règle d'or de Fermi (Eq. 2.1). La montée abrupte de la courbe de couplage autour de $\delta\omega_{rf} = 0$ nous permet d'estimer les fluctuations rapides du champ magnétiques à environ 70 μG (50 Hz) rms. Les positions marquées par les symboles $\triangle$ (vert), $\diamond$ (bleu) et $\circ$ (rouge) correspondent aux trois fréquences utilisées sur la figure 2.4b. b) Courbe de couplage obtenue à Orsay, i.e. avant le déménagement, d'après [Billy 10]. Les fluctuations étaient alors estimées autour de 700 μG (500 Hz) rms (la courbe bleue prend en compte l'élargissement lié à ces fluctuations mais aussi à un effet de saturation). Insert : courbe de couplage "typique" pour un laser à atomes tombant sous l'effet de la gravité, d'après [Gerbier 01]. La courbe bleue correspondant à la prédiction théorique représentée en a), est montrée pour comparaison.

2.2 Présentation détaillée des travaux réalisés

2.2.1 Principe du laser à atome guidé

La géométrie

La géométrie de l'expérience est illustrée sur la figure 2.2 : un condensat de Bose Einstein de ^{87}Rb (environ 10^5 atomes) est réalisé dans un piège *hybride* constitué d'un guide optique pour le confinement transverse et d'un piège magnétique pour le confinement longitudinal [3]. En appliquant un champ rf de faible amplitude, une partie des atomes est transférée de l'état piégé $|F = 1, m_F = -1>$ (le condensat) vers l'état non piégé $|F = 1, m_F = 0>$, insensible (du moins au premier ordre) aux champs magnétiques. On extrait ainsi une onde de matière cohérente qui se propage dans le potentiel formé par la pince optique : le laser à atomes guidé. La figure 2.2b montre une image de ce laser correspondant à un temps de couplage $t_{laser} = 100$ ms.

Couplage par champ radio-fréquence

Le processus de couplage peut être décrit à l'aide du diagramme d'énergie représenté dans l'insert de la figure 2.3a. Le champ rf, de pulsation ω_{rf}, couple le condensat, d'énergie fixée E_{BEC}, au laser à atomes d'énergie bien définie $E = E_{BEC} - \hbar\omega_{rf}$. Du fait des interactions répulsives avec les atomes restant piégés, le laser à atome est soumis à un potentiel en forme de parabole inversée, reflétant la fonction d'onde du condensat dans l'approximation de Thomas Fermi. Ces interactions permettent d'extraire l'onde de matière (rôle joué par la gravité dans le cas des lasers à atomes couplés dans l'espace libre) : les atomes sont accélérés dans la zone de recouvrement avec le condensat puis se propagent à vitesse constante, i.e. à longueur de de Broglie $\lambda_{dB} = h/mv$ constante. Cette vitesse est bien définie et peut être ajustée précisément

3. Cette géométrie pour la production du condensat est identique à celle utilisée pour la localisation d'Anderson à 1D, voir partie 3.3.1. Ici les fréquences de piégeage sont typiquement $\omega_\perp/2\pi \sim 300$ Hz et $\omega_z \sim 30$ Hz. Pour un nombre d'atomes $N \sim 10^5$ atomes, le potentiel chimique vaut $\mu_{bec}/h \sim 3.5$ kHz.

en variant la pulsation $\omega_{\rm rf}$.

Comme nous l'avons évoqué ci-dessus, cette annulation de la gravité a des conséquences importantes sur les conditions permettant d'obtenir un fonctionnement du laser en régime quasi-continu (force d'extraction très faible). Nous allons voir maintenant que cette annulation a aussi une forte influence sur l'allure du spectre de couplage (i.e. la dépendance du nombre d'atomes extraits en fonction de la fréquence du couplage).

Flux du laser atomique : couplage à un continuum de largeur finie

Le processus d'extraction du condensat vers le laser à atomes se comprend, de manière générale, comme le couplage d'un état initial d'énergie bien définie vers un continuum d'états libres. Dans le cas où le couplage est suffisamment faible (voir partie 2.2.2), le flux ($\mathcal{F} = N\Gamma$, où Γ est le taux de couplage) peut donc se calculer en utilisant la règle d'or de Fermi [Gerbier 01] :

$$\Gamma(E) = \frac{\pi\hbar\Omega_{\rm rf}^2}{2}\eta(E)\left|\int \phi_{\rm bec}(z)^*\,\phi_{{\rm L},E}(z)\,dz\right|^2 \sim \frac{\pi\hbar\Omega_{\rm rf}^2}{2m|g_{\rm eff}(z_E)|}|\phi_{\rm bec}(z_E)|^2, \tag{2.1}$$

où $\Omega_{\rm rf}$ correspond à la pulsation de Rabi caractérisant le couplage entre les états Zeeman ($|1,-1\rangle$ vers $|1,0\rangle$), $\eta(E)$ la densité d'états du laser à atomes, et $\phi_{{\rm L},E}$, $\phi_{\rm bec}$ les fonctions d'ondes respectives du laser à atomes et du condensat. z_E désigne la position d'extraction du laser à atomes (approximation semi-classique communément appelée "principe de Franck-Condon"). L'expression approchée (membre de gauche dans 2.1) est simplement obtenue d'après [Gerbier 01], en remplaçant la gravité par la pente locale du potentiel $g_{\rm eff} = -\omega_z^2 z_E$ autour de cette position (ω_z est la pulsation de piégeage du condensat le long de l'axe z), en supposant que celle-ci varie peu sur la zone de couplage (zone donnée par le premier lobe de la fonction d'onde du laser - le lobe de la fonction d'Airy dans le cas d'un potentiel purement linéaire - voir Fig. 2.4) [4].

L'expression 2.1 est représentée sur la figure 2.3 (courbe bleue) et on constate un très bon accord avec les observations expérimentales, sans aucun paramètre ajustable, lorsque l'on couple sur le bord du condensat (i.e. pour $\delta\omega_{\rm rf} > 0$, ou, de manière équivalente $|z_E| > 0$). On peut également constater que le spectre de couplage est fortement modifié par rapport au cas des lasers à atomes tombant sous l'effet de la gravité (voir insert) : le spectre est beaucoup plus fin, avec l'apparition d'un pic très étroit pour un couplage du laser à atomes au centre du condensat ($\delta\omega_{\rm rf} \sim 0$, $|z_E| \sim 0$) [5].

En pratique, la présence de ce pic très étroit rend le flux du laser à atomes très sensible aux fluctuations résiduelles du champ magnétiques. La montée brusque du flux autour de $\delta\omega_{\rm rf} = 0$ nous permet d'estimer que les fluctuations rapides (à l'échelle du temps de couplage) ont été réduites en dessous de 50 Hz rms [6]. En revanche, il reste encore des fluctuations coup sur coup relativement importantes (de l'ordre de 200 Hz rms), empêchant actuellement l'étude précise du spectre dans cette région. Notons cependant que ces fluctuations ne devraient pas affecter la largeur en énergie du laser à atomes.

4. Cette approximation suppose que la fonction d'onde du laser à atomes $\phi_{{\rm L},E}$ varie rapidement, de sorte que le recouvrement avec la fonction d'onde du condensat $\phi_{\rm bec}$ s'annule partout, sauf autour du premier lobe de cette fonction, i.e. autour de la position de couplage classique z_E.

5. Une analyse plus précise des fonctions d'onde du laser à atomes doit être utilisée pour décrire ce pic, l'expression 2.1 n'étant plus valable autour de $|z_E| \sim 0$ (elle donne lieu à une divergence qui n'est pas physique). Sans rentrer dans les détails, on peut montrer que ce pic a une largeur donnée par ω_z (la pulsation du piège). On peut aller plus loin, en considérant que le continuum a une largeur donnée par ω_z lorsque l'on couple dans cette région. Le maximum du taux de couplage doit donc être proportionnel à $\Omega_{\rm rf}^2/\omega_z$ [Cohen-Tannoudji 12]. Plus précisément, on obtient $\Gamma_{\rm max} \simeq \frac{\Omega_{\rm rf}^2}{\omega_z}\,\Pi_{\sigma_z}$ (pour $\delta\omega_{\rm rf} \sim 0$), où $\Pi_{\sigma_z} = \pi\sigma_z|\phi_{\rm bec}(0)|^2/\sqrt{2}$ correspond à la proportion d'atomes participant au couplage au centre du condensat (zone de couplage de l'ordre de $\sigma_z = \sqrt{\hbar/m\omega_z}$, i.e. la taille caractéristique associée au potentiel quadratique expulsant ressenti par le laser à atomes.)

6. Ces performances sont dues à la mise en place d'un asservissement extrêmement stable du courant (de l'ordre de 5 ppm rms) créant le biais magnétique. Voir comparaison entre les courbes de couplage obtenues avant et après le déménagement, sur la figure 2.3.

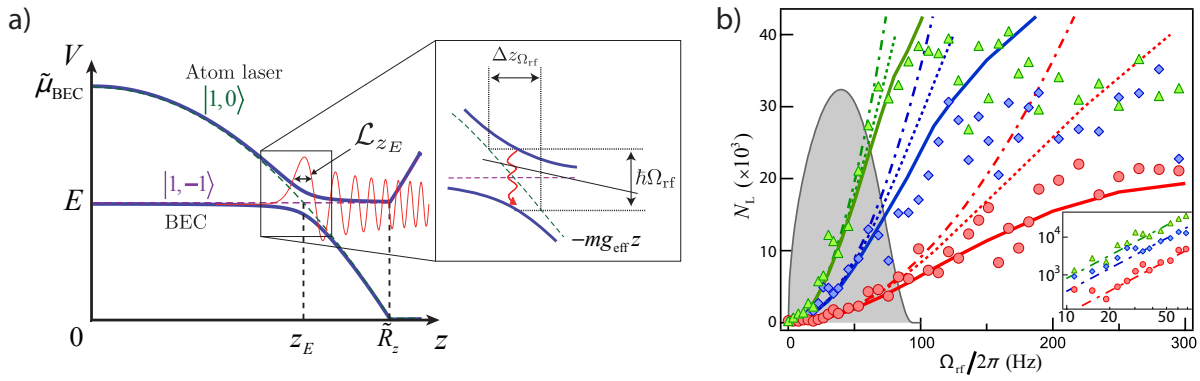

FIGURE 2.4 – **Limite de couplage faible pour le laser à atomes guidé**, d'après [Bernard 11]. a) Représentation du couplage par radio-fréquence dans le référentiel tournant à la fréquence $\omega_{\rm rf}$). Traits pointillés : potentiels des états $|1,-1\rangle$ (condensat) et $|1,0\rangle$ (laser à atomes). Traits pleins : potentiels pour les états habillés. La position z_E correspond à la position semi-classique d'extraction du laser à atomes. Ligne rouge : fonction d'onde stationnaire du laser à atomes, $\phi_{{\rm L},E}(z)$, pour l'énergie E. $\mathcal{L}_{z_E} \equiv (\hbar^2/2m^2 g_{\rm eff})^{1/3}$ est l'extension typique du premier lobe, où $g_{\rm eff} = \omega_z^2 z_E$ est l'accélération locale subit par le laser à atomes (pente locale du potentiel expulsant de forme parabolique). Insert : détail de la zone de croisement où $\Delta z_{\Omega_{\rm rf}} = \hbar\Omega_{\rm rf}/mg_{\rm eff}$ est l'extension caractéristique du croisement. b) Nombre d'atomes extraits en fonction de la force du couplage $\Omega_{\rm rf}$, pour différentes fréquences de couplage $\delta_{\omega{\rm rf}}$. $\triangle$ (vert) : $\delta\omega_{\rm rf}/2\pi = 0.6 \pm 0.1$ kHz. $\diamond$ (bleu) : $\delta\omega_{\rm rf}/2\pi = 1.3 \pm 0.1$ kHz. $\circ$ (rouge) : $\delta\omega_{\rm rf}/2\pi = 2.3 \pm 0.1$ kHz. Ces fréquences de couplage sont indiquées sur la figure 2.3a. Le temps de couplage est $t_{\rm laser} = 20$ ms. La zone grisée correspond à la zone de couplage faible pour laquelle $\Omega_{\rm rf} \lesssim \Omega_{\rm rf}^{\rm c}$, voir Eq. 2.3. Cette limite $\Omega_{\rm rf}^{\rm c}$ correspond à la condition de suivi adiabatique des états habillés (a), et peut se traduire par $\Delta z_{\Omega_{\rm rf}^{\rm c}} \sim \mathcal{L}_{z_E}$ (voir texte). Courbes en pointillés : prédiction du nombre d'atomes suivant l'expression Eq. 2.1 (prenant en compte, ou non, la déplétion du condensat au cours du temps). Les courbes en traits pleins correspondent à une résolution numérique des équations de Gross-Pitaevskii couplées (1D).

2.2.2 Emission en régime quasi-continu : le régime de "couplage faible"

Irréversibilité du processus de couplage

L'émission quasi-continue d'un laser à atomes implique une limite, dite de couplage faible. Cette limite est intimement liée au caractère irréversible du processus de couplage : la force de couplage doit être suffisamment faible pour que les atomes extraits ne puissent être retransférés dans l'état du condensat. En d'autres termes, la dynamique de couplage doit être décrite par un processus Markovien [Moy 99, Jack 99].

En s'appuyant sur la description du laser à atomes comme résultant du couplage d'un état discret à un continuum de largeur finie Δ, on obtient une condition nécessaire : le temps typique de couplage, $1/\Gamma$, doit être beaucoup plus long que le temps de mémoire du continuum $t_{\rm m}$ ($\Gamma t_{\rm m} \ll 1$) [Jack 99, Moy 99]. Ce temps de mémoire étant lié à l'inverse la largeur du continuum, $t_{\rm m} \sim 1/\Delta$, on retrouve une condition "générique" de couplage faible, à savoir $\Gamma \ll \Delta$ [Cohen-Tannoudji 12, Gerbier 01]. Dans le cas spécifique de notre laser à atomes guidé, cette condition s'écrit $\Gamma \ll \mu_{\rm bec}$ pour un couplage sur le bord du condensat ($|z_E| > 0$). Pour un couplage au centre ($z_E \sim 0$), on peut considérer que le continuum a une largeur effective donnée par ω_z (i.e. la courbure du potentiel expulsant) [Bernard 11]. La condition s'écrit alors $\Gamma \ll \omega_z$ dans cette région. Avec nos paramètres ($N \sim 10^5$ et $\omega_z/2\pi \sim 30$ Hz), cela donne un flux limite d'environ $\mathcal{F} = N\Gamma \sim 10^7$ atomes/s.

Limite due à la présence d'états liés dans la base des états habillés

Toutefois, une condition plus contraignante encore est due à l'apparition d'états liés dans la base des états habillés par le champ radiofréquence, comme mentionné initialement par Stenholm

et al. (dans le contexte d'excitations moléculaire par laser) [Stenholm 97,Paloviita 97]. Si la force de couplage dépasse un seuil critique $\Omega_{\rm rf}^{\rm c}$, une partie des atomes peut se retrouver piégée dans une superposition cohérente d'états $|1,-1\rangle$ (le condensat) et $|1,0\rangle$ (le laser à atomes), et ne peut quitter la région de couplage. Ce phénomène conduit à une profonde modification de la dynamique de couplage [Hope 00, Jeffers 00], donnant même lieu à l'interruption totale de l'émission du laser à atomes observée dans le groupe de J. Close à Canberra [Robins 05,Robins 06,Debs 10].

Suivant cette analyse, le couplage critique $\Omega_{\rm rf}^{\rm c}$ correspond à la condition de suivi adiabatique dans les potentiels d'états habillés par le champ rf [Debs 10], voir Fig. 2.4a. Dans le cas d'un couplage sur le bord du condensat ($\delta\omega_{\rm rf} > 0$), l'accélération locale $g_{\rm eff}$ subit par le laser à atomes est finie, et l'on peut appliquer la condition établie par [Zobay 04] :

$$\Omega_{\rm rf}^{\rm c} \sim \Big(\frac{2mg_{\rm eff}^2}{\pi^2\hbar}\Big)^{1/3} = \Big(\frac{2}{\pi}\Big)^{2/3}\Big(\delta\omega_{\rm rf}\omega_z^2\Big)^{1/3}. \tag{2.2}$$

Cette expression peut se comprendre de différentes manières. Une première façon consiste à suivre l'approche de [Zobay 04] et d'estimer la probabilité de transfert entre les états habillés autour du point de croisement (i.e. la position semi-classique d'extraction z_E). En extrapolant la formule de Landau-Zener ($P_{\rm LZ} \sim e^{-2\pi(\tau_{\rm passage}/\tau_{\rm flip})}$) au cas d'une particule "partant" à vitesse nulle au point z_E [7], on obtient $P \sim e^{-(\Omega_{\rm rf}/\Omega_{\rm rf}^{\rm c})^{3/2}}$. La condition de suivi adiabatique correspondant à $P \ll 1$, on retrouve l'expression 2.2.

Lien avec la pression quantique autour du point de couplage

On peut également considérer le problème d'une autre façon, en remarquant que l'extension typique de la zone de croisement (voir insert de la figure 2.4a) coincide précisément avec la taille du premier lobe de la fonction d'Airy lorsque $\Omega_{\rm rf}$ atteint la valeur critique : $\Delta z_{\Omega_{\rm rf}^{\rm c}} = (\hbar^2/2m^2 g_{\rm eff})^{1/3} \equiv \mathcal{L}_{z_E}$. Cette "coïncidence" suggère une autre interprétation de l'expression 2.2. En effet, la base des états habillés correspond aux états propres du système couplé (condensat - laser à atomes) si on néglige la dynamique des particules, i.e. le terme d'énergie cinétique. Formellement, ce terme introduit un couplage entre ces états habillés : le passage d'un état à l'autre est gouverné suivant l'importance relative entre ce terme de couplage et l'écart en énergie des niveaux. La condition de suivi adiabatique peut donc se reformuler sous la forme $E_k(z_E) \ll \hbar\Omega_{\rm rf}^{\rm c}$, où $E_k(z_E)$ est l'énergie cinétique au point de couplage.

Dans le cas d'un couplage rf, il n'y a pas de transfert d'impulsion appliqué aux atomes, de sorte qu'ils quittent la zone de couplage sans vitesse initiale, du moins si on considère une approche semi-classique. Cette approche néglige cependant le terme d'énergie cinétique associé au confinement de l'onde sur une taille typique $\mathcal{L}_{z_E}$ autour de la position z_E. Ce terme, appelé pression quantique, vaut $E_k(z_E) \sim \hbar^2/2m\mathcal{L}_{z_E}^2$. En écrivant simplement $\hbar\Omega_{\rm rf}^{\rm c} \sim E_k(z_E)$, on retrouve ainsi directement l'expression 2.2 (au facteur $(2/\pi)^{2/3}$ près, proche de l'unité).

De fait cette approche est générale, et nous permet d'estimer directement la condition de couplage faible pour différentes situations de couplage. Par exemple, dans le cas d'un laser à atomes couplé par transfert Raman [Hagley 99, Robins 06], cette condition s'écrira simplement $\Omega_{\rm rf}^{\rm c} \sim \hbar k_{\rm t}^2/2m$, où $\hbar k_{\rm t}$ est le transfert d'impulsion associé à l'échange des deux photons. On peut également utiliser ce raisonnement pour estimer la limite de couplage faible lorsque l'on couple le laser à atomes au centre du condensat ($\delta\omega_{\rm rf} \sim 0$). Dans ce cas l'expression 2.2 n'est en effet plus valide car la pente locale s'annule. En suivant la discussion ci-dessus, il suffit simplement de remplacer la taille du lobe d'Airy par la taille de l'oscillateur harmonique $\sigma_z = \sqrt{\hbar/m\omega_z}$, la pression quantique étant maintenant donnée par $E_k(z_E = 0) \sim \hbar\omega_z/2$. On obtient donc directement $\Omega_{\rm rf}^{\rm c} \sim \omega_z$ dans cette zone [8].

7. $\tau_{\rm flip} = 2\pi/\Omega_{\rm rf}$ et $\tau_{\rm passage} = \sqrt{\Delta z_{\Omega\rm rf}/g_{\rm eff}}$, où $\Delta z_{\Omega\rm rf}$ correspond à l'extension du croisement, voir insert de la figure 2.4.

8. On retrouve ainsi la limite identifiée dans [Hope 00, Jeffers 00] pour un laser à atomes sans interactions et couplé dans l'espace libre (sans gravité).

On peut finalement interpoler les conditions de couplage liées à ces deux régimes (couplage au centre et sur le bord du condensat) en utilisant [Bernard 11] :

$$\Omega_{\rm rf}^{\rm c}\left(\omega_{\rm rf}\right) = \frac{\omega_z}{(2\pi^2)^{1/3}}\left[\,1\,+\,64\left(\frac{\delta\omega_{\rm rf}}{\omega_z}\right)^2\,\right]^{1/6}. \tag{2.3}$$

Cette expression permet de définir toute une zone de couplage faible, qui est représentée sur la figure 2.4b (zone grisée). Cette figure montre également comment évolue le nombre d'atomes extraits du condensat en augmentant progressivement la force du couplage, et ce pour trois positions d'extraction (symboles $\triangle$, $\diamond$ et $\circ$ représentés sur la figure 2.3a). Comme attendu, ce nombre d'atomes est bien décrit par l'expression 2.1 dans la zone de couplage faible, une déviation significative apparaissant seulement pour $\Omega_{\rm rf} \gtrsim \Omega_{\rm rf}^{\rm c}$.

Conclusion

En conclusion, insistons une dernière fois sur le rôle essentiel joué par la force qui sous-tend le processus d'extraction, importance particulièrement mise en valeur par l'expression 2.2. Cette force expulse les atomes hors de la zone de couplage et minimise ainsi leur possibilité de recapture. Avec nos paramètres, le flux maximal "autorisé" est ainsi de seulement $\mathcal{F}$ =10^6 atomes/sec, soit typiquement un ordre de grandeur en dessous des lasers à atomes gravitationnels, ou extraits par couplage Raman (dans ces deux cas la force est respectivement jouée par la gravité ou par le transfert d'impulsion dû à l'échange de deux photons).

Cependant, comme nous l'avons également mentionné précédemment, ce flux relativement faible est compensé, si l'on s'intéresse à la possibilité de d'obtenir des densités suffisantes le long du laser à atomes, par les faibles vitesses atteignables avec ce laser (quelques mm/s). L'étude de phénomènes de propagation dans le régime non-linéaire (notamment à travers un potentiel désordonné) reste donc tout à fait envisageable avec ce système [Bernard 11].

2.2.3 Premières expériences de transmission à travers une barrière de potentiel : une mesure directe de la largeur en énergie du laser à atomes.

Motivations et principe expérimental

La largeur en énergie du laser à atomes peut être théoriquement très faible. Etant limitée par le temps de couplage ou, de manière ultime, par le taux de couplage ($\Delta E_{\rm laser} \sim \Gamma$), on peut atteindre en principe des largeurs de quelques dizaines de Hz seulement (en unités de h). Toutefois les choses ne sont pas si simples en pratique. En particulier, les lasers à atomes fonctionnant par couplage résonnant (rf ou Raman) entre sous états magnétiques distincts sont extrêmement sensibles aux fluctuations des champs magnétiques extérieurs ; celles-ci se traduisent directement par une modulation ou un élargissement de son spectre (suivant que l'on considère des fluctuations rapides ou lentes à l'échelle du temps de couplage).

Expérimentalement cette largeur peut être estimée en mesurant directement la longueur de cohérence du laser à atomes (à partir des interférences entre le laser à atomes et sa réflexion par un potentiel linéaire très raide), suivant une méthode démontrée dans le groupe de T. Hänsch et T. Esslinger à Münich [Köhl 01]. Cependant, une méthode beaucoup plus simple consiste à mesurer la transmission du laser à travers une barrière épaisse dont on augmente progressivement la hauteur (voir Fig.2.5). Cette méthode est l'analogue de la technique dite de "foucaultage" utilisée en optique. L'épaisseur de la barrière (waist $w = 3.8$ μm) est ici suffisamment grande par rapport à la longueur d'onde de de Broglie du laser à atomes ($\lambda_{\rm dB} \sim 1$ à 2 μm) de sorte que l'effet tunnel est négligeable : seuls les atomes d'énergie supérieure à l'amplitude de la barrière sont transmis (barrière "classique").

Les observations expérimentales : une largeur en énergie encore partiellement incomprise

A la suite des travaux réalisés sur les propriétés de couplage du laser à atomes [Bernard 11], nous avons repris les mesures de largeur en énergie commencées à Orsay [Billy 10].

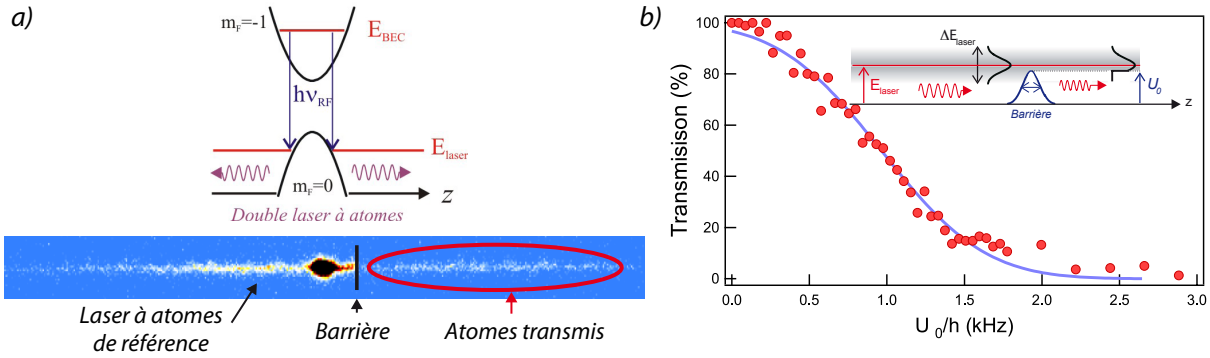

FIGURE 2.5 – **Transmission du laser à atomes à travers une barrière "classique"** . a) Principe de calibration en utilisant les lasers à atomes symétriques. La barrière "épaisse" (waist de 3.8 μm) est placé sur la voie de sortie droite. b) Transmission du laser à atomes en fonction de la hauteur de la barrière. La courbe en trait plein est un ajustement par une "fonction d'erreur" (*erf*). La largeur rms du laser à atomes est estimée à $\sigma_{\text{laser}} = 525 \pm 25$ Hz.

A l'époque, ces expériences étaient fortement limitées par la présence de fluctuations du champ magnétique, ces fluctuations se manifestant aussi bien par l'élargissement de la courbe de couplage présentée sur la figure 2.3b, que sur la largeur en énergie du laser à atomes, estimée autour de $\Delta E_{\text{laser}}/h \sim 500$ Hz (rms) [9]. Ces fluctuations ayant été fortement réduites (estimation autour de autour de 50 Hz, voir Fig. 2.3a) nous nous attendions à observer un net affinement de cette largeur en énergie. Toutefois nous n'avons constaté aucune amélioration sur ces courbes en transmission (la largeur restant autour de 500 Hz rms, voir Fig. 2.5).

Nos études s'étant arrêtée à ce stade (face à l'urgence de reprendre nos études sur la localisation d'Anderson à 3D, voir chapitre suivant), l'origine précise de cette largeur n'a pas été éclaircie. Plusieurs pistes d'explications peuvent néanmoins être avancées. Cette largeur peut en effet provenir des processus suivants :

— Excitations non adiabatiques du condensat (modes de Bogolioubov) lors de l'extraction du laser à atomes.
— Excitations de modes transverses, soit lors du couplage, soit au cours de la propagation du laser à atomes [Guerin 06, Guerin 07].
— Effets de température finie (bien que la fraction thermique soit initialement inférieure à 10%). Par exemple, ceux-ci peuvent jouer, à l'équilibre thermodynamique, sur le degré d'excitations transverses [Couvert 08, Gattobigio 09]. Il est aussi possible que les collisions du laser à atomes avec la fraction résiduelle thermique soit responsable de cet élargissement. C'est ce que semblaient indiquer les simulations numériques menées dans le groupe de M. Davis à Brisbane [10].

Etant donné les ordres de grandeur du nombre d'excitations transverses ($\langle n \rangle \sim 2$) et de la température ($T \sim 100$ nK), il est fort probable que cette largeur soit une combinaison des trois facteurs mentionnés ci-dessus (excitations du condensat, modes transverses et effets de température finie).

2.3 Conclusion et perspectives

9. Cette largeur était tout à fait compatible avec les mesures effectuées sur les fluctuations du courant alimentant les bobines créant les champs magnétiques.

10. Un début de collaboration a commencé sur ce sujet suite à une rencontre avec un étudiant de M. Davis lors de la conférence "Atom Lasers" aux Houches en avril 2010. Toutefois les simulations numériques n'ayant pas abouti, la collaboration s'est arrêté sans que nous ayons pu obtenir de conclusions probantes.

Comme nous l'avons mentionné en introduction de chapitre, les lasers à atomes (et notamment les lasers à atomes guidés) présentent en principe de nombreux avantages, que ce soit pour l'interférométrie atomique ou l'étude du transport quantique. Ils constituent, idéalement, des sources atomiques cohérentes quasi-continues, de grande finesse (faible dispersion en énergie), et dont le flux est contrôlable.

Cependant les difficultés expérimentales rencontrées, ainsi que l'absence de sources réellement continues disponible à l'heure actuelle, font que ces lasers à atomes restent, pour l'instant, moins "performants" que les condensats de Bose Einstein (beaucoup plus "faciles" d'utilisation). En outre, la remise au goût du jour de la technique dite de "delta-kick cooling" [11] [Ammann ,Jendrzejewski 12b, Müntinga 13, McDonald 13, Kovachy 14] permet d'obtenir des nuages atomiques cohérents avec de très faibles dispersions en vitesses (température effective de l'ordre de la centaine de pico-Kelvin) [12]. Ces dispersions sont finalement bien plus faibles que ce qui a été démontré jusqu'à présent avec des lasers à atomes.

Il ne s'agit pas bien sûr d'enterrer à ce stade les études sur les lasers à atomes, l'intérêt pour ces sources atomiques pouvant redevenir d'actualité, notamment en cas de succès des travaux menés pour obtenir la condensation de Bose Einstein en régime continu [Jöllenbeck 11, Falkenau 11, Power 12, Volchkov 13, Stellmer 13]. Auquel cas, il est probable qu'un enjeu sera de trouver des processus de couplage qui soient le moins sensibles possible aux fluctuations extérieures. Une évolution vers des techniques "tout-optiques", similaires à celles développées dans le groupe de D. Guéry-Odelin [Gattobigio 09] est ainsi fortement souhaitable. Par exemple, un nouveau type de couplage reposant sur des transitions de Bragg [Kozuma 99] pourrait être étudié. Un tel processus de couplage (pour lequel une impulsion est transférée initialement aux atomes) permettrait d'accéder à des flux importants [Debs 10] et devrait également permettre d'obtenir des largeur en énergie très faible (processus résonnant).

Pour finir, notons que l'étude des propriétés de transport à travers une micro-cavité atomique [Carusotto 01,Paul 05], ou bien un potentiel désordonné d'extension finie [Paul 07,Paul 09] comme illustré sur la figure 2.1e, restent des projets sur lesquels nous pourrions revenir à l'avenir, quelque soit la source atomique précisément utilisée (nuage atomique de faible dispersion en vitesse ou laser à atomes). Cependant, comme nous le détaillons dans le chapitre suivant, nous concentrons actuellement nos efforts sur l'étude de la localisation d'Anderson, notamment pour étudier la transition d'Anderson ayant lieu à 3D.

11. Une nouvelle méthode vient également d'être proposée pour réduire la distribution en énergie, en un point précis de l'espace, à l'aide de potentiels linéaires [Damon 14]. Idéalement des dispersions en vitesse correspondant à des températures aussi basses que quelques pico-Kelvin pourraient être obtenues.

12. Nous avons utilisé cette méthode pour l'étude du pic de rétro-diffusion cohérent [Jendrzejewski 12b], donnant lieu à une température de 150 pK ($\Delta v = 0.12$ mm/s), voir partie 3.3.3 au chapitre suivant.

Chapitre 3

Localisation d'Anderson d'atomes ultrafroids

Comme nous l'avons indiqué dans l'introduction, ce chapitre constitue le coeur de ce mémoire. La première partie donne un aperçu général des études menées sur la localisation d'Anderson. La seconde partie est consacrée plus spécifiquement aux études réalisées dans le domaine des atomes froids. Mes travaux de recherche y sont succinctement présentés, en les remettant dans leur contexte. Une lecture rapide du manuscrit pourra donc se concentrer sur cette partie. La troisième partie présente ensuite en détail les travaux effectués, un poids plus important étant donné sur les études de la localisation à 3D. En particulier un état des lieux des estimations théoriques et expérimentales du seuil de mobilité sera donné. Enfin les perspectives de ces travaux sont évoqués dans la dernière partie.

3.1 Généralités sur la localisation d'Anderson

La localisation d'Anderson figure parmi les phénomènes les plus emblématiques de la matière condensée. En faire une présentation exhaustive n'est pas l'objectif de ce mémoire et je renvoie le lecteur aux différentes revues détaillées sur ce sujet (e.g. [Kramer 93, van Tiggelen 99, Lagendijk 09, Anderson 10, Müller 11]). Cette partie s'attachera néanmoins à présenter les différents concepts à l'oeuvre dans ces processus de localisation et les enjeux actuels, après plus de cinquante années d'intenses travaux théoriques et expérimentaux.

3.1.1 Un aperçu historique

Les débuts dans le domaine de la matière condensée. L'histoire commence avec le travail fondateur de P. W. Anderson prédisant l'absence de conduction d'ondes électroniques *sans interactions* dans certains réseaux désordonnés [Anderson 58]. Les états sont alors localisés, avec une décroissance exponentielle sur les ailes. Anderson vient de mettre à jour un nouveau type de transition métal-isolant à la base de nombreux développements en matière condensée, une des raisons pour lesquelles il obtiendra le prix Nobel en 1977. Toutefois, bien qu'extrêmement fondamental, ces travaux n'ont pas eu tout de suite l'écho que nous connaissons aujourd'hui [1], et l'étude de cet effet est restée essentiellement confinée au domaine de la matière condensée. On peut noter durant cette période les premières observations de signatures de cette localisation d'Anderson dans les matériaux à base de silicium amorphes, voir Fig. 3.1), ainsi que le débat théorique entre P. W. Anderson et N. Mott (qui obtiendra également le prix Nobel en 1977) sur l'existence d'une éventuelle discontinuité de la conductivité entre états localisés et

1. Il est courant ici de citer P. W. Anderson lui-même, lors de sa remise du prix Nobel : "*Very few believe [localization] at the time, and even fewer saw its importance ; among those who failed to fully understand it at first was certainly its author. It has yet receive adequate mathematical treatment, and one has to resort the indignity of numerical simulations to settle even the simplest questions about it*".

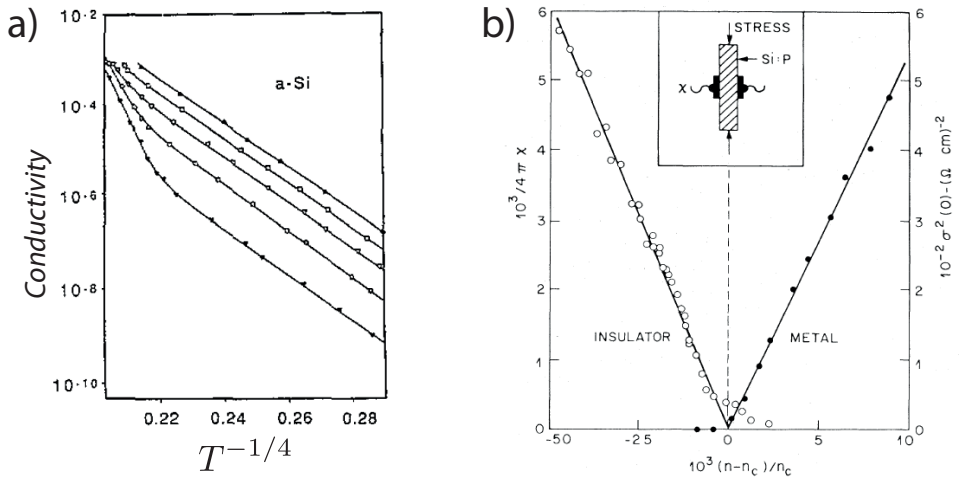

FIGURE 3.1 – **Quelques exemples des premières signatures de la localisation d'Anderson dans les systèmes électroniques.** a) Diminution exponentielle de la conductivité à basse température dans les semi-conducteurs à base de Silicium amorphes (d'après [Mott 79]). La loi de Mott en $exp(-(T_0/T)^{1/4}))$ correspond à une conduction par sauts entre états localisés (activation thermique). b) Transition métal-isolant observées à 3D dans un semi-conducteurs dopés Si :P (d'après [Paalanen 83]). La transition est observée en modifiant la densité des porteurs en appliquant une contrainte sur le matériau semi-conducteur.

conducteurs (le minimum de conductivité) [Mott 79] [2].

Le lien avec les processus de localisation faible. Ce n'est que 20 ans plus tard, à la faveur du développement de la théorie d'échelle par le "gang of four" (E. Abrahams, P. W. Anderson, D. C. Licciardello et T.V. Ramakrishnan [Abrahams 79]), que l'intérêt pour ce phénomène a littéralement explosé quand le lien a été fait avec les phénomènes de localisation faible (voir *encadré 1*). En effet cette théorie d'échelle prévoit, en outre de l'existence d'une transition entre états localisés et diffusifs à 3D comme nous le détaillerons plus tard, que tous les états doivent être localisés à 2D pour un système de taille infinie. Plus précisément cette théorie établie un lien direct entre le phénomène de localisation d'Anderson à 2D et un précurseur de cette localisation : la localisation faible. Il semble que Gor'kov, Larkin et Khmel'nistski [Gor'kov 79] aient été alors les premiers à proposer la vision maintenant "popularisée" de ces processus de localisation faible comme résultant de l'interférence constructive [3] entre chemins de diffusion contra-propageant (voir Fig. 1 de l'*encadré 1*). Après les premières observations de ces phénomènes de localisation faibles dans les films métalliques bi-dimensionnels [Dolan 79, Bishop 80, Uren 80], la présence de ces interférences sera vite testée expérimentalement en utilisant un champ magnétique de manière à introduire un déphasage entre ces chemins contra-propageant via la phase d'Aharonov-Bohm. L'introduction de ce champ magnétique permet de moduler, de manière contrôlée, ces effets de localisation et d'en donner ainsi des signatures très claires. Ces effets d'interférence seront ainsi très clairement démontrés par les expériences menées sur la magnéto-résistance négative dans ces films 2D [Bergmann 84] et de manière encore plus spectaculaire par l'observation de l'oscillation de la conductance d'un cylindre métallique en présence de champ magnétique [Alt'shuler 81, Sharvin 81, Al'tshuler 82] (voir Fig. 3.2).

L'extension au domaine des ondes classiques. Le lien établi avec la localisation faible

2. Le lecteur pourra trouver une description de ces débuts dans le recueil d'article publié à l'occasion des 50 ans de le découverte de la localisation [Anderson 10].

3. Ces interférences sont les seules à "survivre" quand l'on considère une moyenne d'ensemble sur différentes réalisation du désordre.

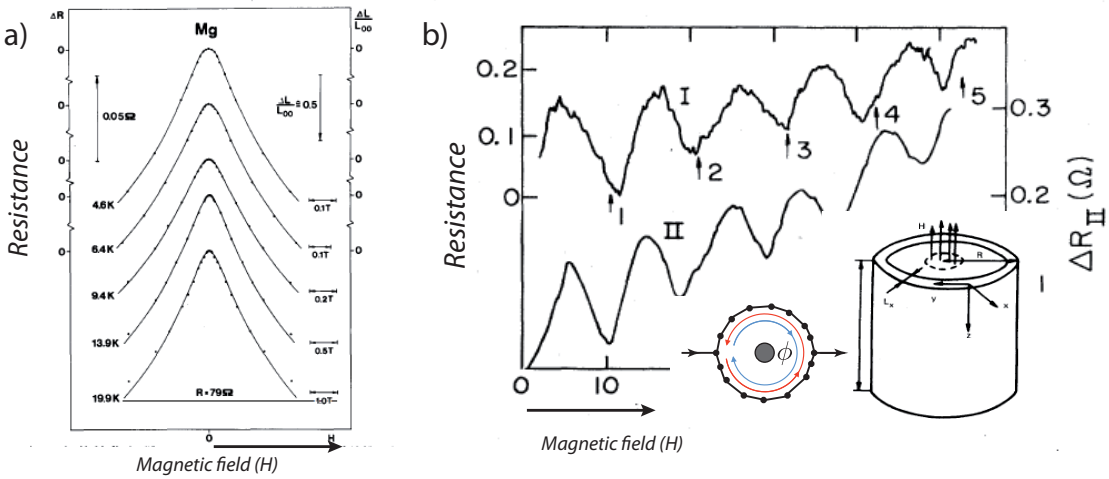

FIGURE 3.2 – **Signatures de la localisation faible dans les systèmes électroniques.** La présence du champ magnétique introduit un déphasage entre les trajectoires parcourues en sens inverse (voir figure 1 de l'*encadré 1*), permettant ainsi de détruire ou de moduler les processus de localisation faible. a) Magnéto-résistance négative (cas d'un film de Mg pur) (d'après [Bergmann 84]) : la disparition du phénomène de localisation conduit à une diminution de la résistance en présence de champ magnétique. b) Expérience de Sharvin et Sharvin [Sharvin 81] : l'introduction d'un champ magnétique permet d'observer l'oscillation périodique de la résistance d'un film métallique cylindrique. Cette expérience fondatrice de la physique mésoscopique peut être vue comme la première signature indiscutable de la "survivance" d'effets interférentiels dans les systèmes électroniques désordonnés.

marque un véritable tournant dans l'étude de la localisation d'Anderson. Il est devenu clair que la localisation d'Anderson n'était en rien spécifique aux ondes électroniques, mais un phénomène purement ondulatoire. A la suite des premières observations du phénomène de localisation faible avec la lumière (i.e. l'observation du pic de rétro-diffusion cohérente [4]) [Kuga 84, van Albada 85, Wolf 85]) et de différentes propositions théoriques "fondatrices" [John 84, Anderson 85, John 87, De Raedt 88] l'étude de cette localisation s'est alors étendue, à partir du milieu des années 80, à tout le domaine des ondes classiques (lumineuses, micro-ondes, acoustiques....), engendrant une quantité impressionnante de résultats expérimentaux qui seront évoqués un peu plus loin.

La localisation d'Anderson : un phénomène transverse de la physique. Plus de 50 ans après le travail fondateur de P. W. Anderson, ce phénomène de localisation intervient ainsi dans la compréhension de nombreux phénomènes, sur un spectre thématique extrêmement large allant des transitions métal-isolant ou supraconducteur-isolant [Lee 85, Goldman 98], l'effet Hall quantique [Pruisken 88, Huckestein 95], la supra-conductivité haute Tc [Burmistrov 12] le transport radiatif des ondes dans les milieux fortement désordonnés [van Tiggelen 99], l'intrication quantique [Giraud 07, Di Giuseppe 13], à des domaines plus "exotiques" comme la physique des hautes énergies [Tawel 86, Giordano 14]. Enfin ces études de la localisation ont été à l'origine d'un nouveau champ de recherche, celui de la physique mésoscopique [Akkermans 07].

3.1.2 Quelques propriétés "simples" de la localisation d'Anderson

L'objectif de cette section est de donner quelques idées simples sur la physique de la localisation d'Anderson, en s'appuyant sur les images données par la localisation faible [5]. Comme

4. L'histoire est un peu plus subtile, les idées liées au phénomène de rétro-diffusion cohérente s'étant développées de manière autonome en optique dès le début des années 70 [Watson 69, de Wolf 71, Barabanenkov 73]. La physique de ce pic de rétro-diffusion cohérente sera présentée partie 3.2.5

5. Il est clair que cette approche n'est pas strictement rigoureuse, les processus de localisation étant simplement un précurseur, dans certaines circonstances, de la localisation d'Anderson. Ainsi la localisation d'Anderson peut

présenté dans l'*encadré 1*, on peut comprendre intuitivement que l'effet des interférences sur une marche aléatoire classique sera essentiellement d'augmenter la probabilité de revenir autour de sa position initiale. Cette probabilité dépendant très fortement de la dimension, on en déduit intuitivement que les processus de localisation faible seront très efficaces en dimension $d = 1$, importants en dimension $d = 2$ (la diffusion est dite récurrente dans ce cas), et "négligeable" en configuration $d = 3$ (ici la probabilité de revenir sur ses pas est très faible). Cette approche naïve est confirmée par la théorie d'échelle de la localisation [Abrahams 79], tous les états étant a priori localisés à 1D et 2D (systèmes de taille infinie), alors qu'il existe une transition à 3D.

Pour la suite de ce mémoire, il sera intéressant de retenir les propriétés suivantes :

A 1D, les processus de localisation sont extrêmement efficaces et tous les états sont localisés, même en présence de désordre très faible. A partir de l'expression du coefficient de diffusion corrigé par les processus de localisation faible [6](voir *encadré 1*), on peut donner une estimation de la longueur de localisation (caractérisant la décroissance des fonctions d'ondes sur les ailes, voir Fig. 3.3) :

$$L_{\mathrm{loc,1D}} = 2l_{\mathrm{B}} \quad \text{où} \quad L_{\mathrm{loc}} = \lim_{z\to\infty} -\Big[\frac{z}{\langle \ln|\psi(z)|^2\rangle}\Big]. \tag{3.1}$$

La longueur de localisation [7] est donc simplement égale à deux fois le libre parcours moyen, ce qui illustre une fois de plus l'efficacité du processus de localisation à 1D, l'onde étant typiquement localisée dès qu'elle commence à être rétro-diffusée [8]. La localisation d'Anderson est alors possible même en désordre très faible (voir Fig. 3.3a), ce qui constitue une de ses propriétés les plus fascinantes. En effet, ces effets d'interférences peuvent stopper net des particules qui "volent" par dessus le désordre (i.e. sans qu'il n'y ait aucune possibilité de piégeage classique). Une autre conséquence intéressante sur laquelle nous reviendrons est la possibilité d'effectuer des prédictions théoriques en utilisant des méthodes perturbatives de type Born (le désordre étant faible). Notez à ce propos que nous avons mis ici une égalité dans l'expression 3.1, celle-ci étant exacte dans le cas d'un désordre faible (voir par exemple [Müller 11]).

persister, même dans le cas où la localisation faible est détruite par l'introduction d'un champ magnétique (voir par exemple [Pichard 90]). Toutefois cette approche permet de retrouver qualitativement les grandes tendances qui nous serons utiles pour la suite

6. On écrit simplement $D(L_{\mathrm{loc}}) = 0$ dans l'expression 3.2.

7. Notez que la longueur de la localisation est définie à partir de la moyenne du logarithme $\langle \ln|\psi(z)|^2\rangle$ (et non $\ln\langle|\psi(z)|^2\rangle$). A 1D, on montre que cette quantité est "auto-moyennante". Voir par exemple le cours [Müller 11] pour une discussion détaillée de ces propriétés de localisation à 1D (décroissance exponentielle, fluctuations, etc...)

8. Il est ainsi "relativement aisé" d'obtenir les conditions nécessaires pour l'observation de la localisation à 1D. Par exemple, la localisation d'Anderson peut être observée dans un système aussi rudimentaire qu'un empilement de films plastiques transparents [Berry 97].

Encadré 1 : Localisation faible et théorie d'échelle

Corrections de localisation faible.

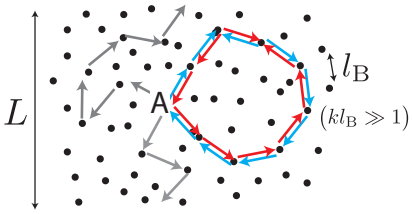

Figure 1. Image simple de la localisation faible : l'interférence constructive, **quelque soit la réalisation du désordre**, entre un chemin et son symétrique (réciproque) par renversement du temps [van Tiggelen 98, Carminati 00], conduit à un doublement de la probabilité de retour autour de l'origine.

A 1D et 2D, les trajectoires retournant au voisinage de l'origine jouent un rôle important (la diffusion est dite "récurrente", i.e. la probabilité de revenir autour de l'origine vaut 1 pour un temps suffisamment long) : les effets d'interférences peuvent ainsi modifier significativement les propriétés de propagation. En revanche, ces trajectoires jouent un rôle négligeable à 3D et les corrections sont mineures. En estimant l'importance de ces processus de localisation faible pour un système fini de taille L, on peut alors montrer que les coefficients de diffusion sont diminués suivant [Akkermans 07] :

$$\text{1D} : D \sim D_B\big[1 - \frac{L}{2l_B}\big], \tag{3.2}$$

$$\text{2D} : D \sim D_B\big[1 - \frac{2}{\pi k l_B} \ln\big(\frac{L}{l_B}\big)\big], \tag{3.3}$$

$$\text{3D} : D \sim D_B\big[1 - \frac{3}{\pi (k l_B)^2}\big], \tag{3.4}$$

$$\text{où} \quad D_B = v l_B / d \tag{3.5}$$

est le coefficient de diffusion classique (sans interférences) [a]. Sans prétendre à une démonstration rigoureuse, nous pouvons déduire de ces expressions que *tous les états sont localisés à 1D et 2D*, et qu'il existe une *transition à 3D*, autour du critère de Ioffe-Regel $kl_B \sim 1$ (voir texte principal).

La théorie d'échelle.
Une idée essentielle à retenir des corrections de localisation faible données ci-dessus est la *dépendance des propriétés de propagation en fonction de la taille L du système*. La théorie d'échelle est justement l'étude de cette dépendance. On introduit alors la conductance normalisée $g(L) = G/(e^2/h) \propto L^{d-2}\sigma$ (ou, selon le système considéré, un coefficient de diffusion normalisé [b]) et on étudie le comportement de la fonction $\beta(g) = d(\ln g)/d(\ln L)$ (figure 2). Dans le régime diffusif (très bonne conductivité, $g \gg 1$), β s'écrit :

$$\beta(g) = d - 2 - c_d/g + \mathcal{O}(g^{-2}) \tag{3.6}$$

où $d-2$ correspond à la loi d'Ohm ($g \propto L^{d-2}$) et le terme en $1/g$ aux corrections de localisation faible évoquées ci-dessus. Inversement dans la limite opposée $g \ll 1$ (très mauvais conducteur, régime localisé) les fonctions d'ondes décroissent exponentiellement [c] :

$$g \propto e^{-L/L_{\text{loc}}} \text{ donc } \beta(g) \sim \ln(g). \tag{3.7}$$

Par continuité, on peut alors estimer l'allure de la fonction β (tracée en fonction de $\ln g$) :

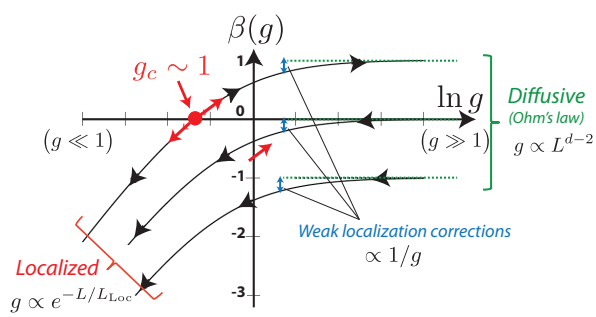

Figure 2. Fonction d'échelle $\beta(g)$ en fonction de $\ln g$. Les fléches indiquent le sens de parcours lorsque la taille du système augmente : vers $g \ll 1$ si $\beta < 0$ et inversement.

A 1D et 2D, $\beta(g)$ est toujours négatif [d] : le système est "conduit" de manière continu vers le régime de localisation forte. On retrouve l'analyse précédente : tous les états sont localisés en taille infinie. A 3D, la situation est radicalement différente, β pouvant être positive ($g \geq g_c$) ou négative ($g \leq g_c$). Il existe donc une transition entre états diffusifs et états localisés pour $g_c \sim 1$.

a. l_B est le libre parcours moyen de transport, voir expression 3.21 *encadré 4*.

b. Cette conductance est définie pour des ondes classiques comme $g(L) = (kL)^{d-2}\, 2mD(L)/\hbar = (kL)^{d-2} k l_B$.

c. Il existe des preuves mathématiques formelles de l'apparition de la localisation d'Anderson quand $g \lesssim 1$ [Fröhlich 83]. On peut aussi s'en faire une idée intuitive en utilisant l'approche de Thouless. On peut en effet mettre la conductance g sous la forme $g = \delta E_T/\Delta E$, où $\delta E_T \propto \hbar/\tau_T \propto D/L^2$ est l'énergie de Thouless (i.e. l'incertitude en énergie liée au temps nécessaire pour explorer le milieu $\tau_T \sim L^2/D$) et ΔE l'écart entre niveaux d'energie. Quand $g \lesssim 1$, le système "résout" la discrétisation des niveaux d'énergie, et il n'est plus possible de se propager.

d. A 2D, ce sont uniquement les processus de localisation faible qui rendent β négatif (Eq. 3.6). Leur disparition (par un champ magnétique ou par couplage spin-orbite donnant lieu au phénomène d'anti-localisation) modifient donc dramatiquement cette image, avec l'apparition de transitions d'Anderson à 2D [Hikami 80, Evangelou 87, Evers 08].

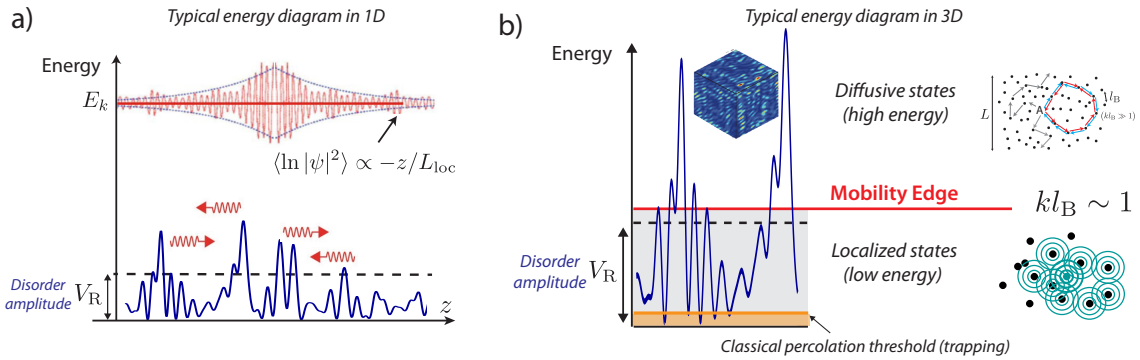

FIGURE 3.3 – **Diagrammes d'énergie "typiques" pour la localisation d'Anderson d'ondes de matières à 1D et 3D.** a) Localisation d'Anderson à 1D en régime de désordre faible : les atomes "volent" au-dessus du désordre et localisent à longue distance. La longueur de localisation $L_{\rm loc}$ décrit la décroissance exponentielle asymptotique des états localisés. b) Existence d'une transition (le seuil de mobilité) séparant les états diffusifs (haute énergie) des états localisés (basse énergie). Le critère de Ioffe Regel $kl_{\rm B} \sim 1$ correspond à une condition de désordre fort : les états localisés sont donc véritablement "immergés" au milieu des fluctuations du potentiel désordonné. Cette transition s'accompagne de fait d'un changement important dans la description de la propagation, la description reposant sur une suite d'évènements de diffusion indépendants n'étant plus valable en désordre fort. Enfin, notez que pour un désordre créé par tavelures optiques (*speckle* en anglais) comme nous l'utiliserons par la suite (voir *encadré 2*), la possibilité de piégeage classique est extrêmement faible et joue un rôle négligeable dans le problème.

2D est la dimension marginale. En effet, si tous les états sont localisés dans un système de taille infinie, la longueur de localisation croît exponentiellement lorsque "la force du désordre" (donnée par le produit sans dimension $kl_{\rm B}$ [9]) décroît. A partir de l'Eq. 3.3, et en suivant le même raisonnement que précédemment, on obtient en effet :

$$L_{\rm loc,2D} \sim l_{\rm B}\, e^{\pi k l_{\rm B}/2}. \tag{3.8}$$

Pour un système de taille finie, on s'attend donc à un passage continu entre un régime diffusif en présence de désordre faible ($kl_{\rm B} \gg 1$) et un régime localisé en régime de désordre fort ($kl_{\rm B} \sim 1$). Nous évoquerons peu cette dimension dans la suite de ce mémoire, mais il est important de réaliser à ce stade une difficulté majeure pour les réalisations expérimentales avec des particules : si l'observation de la localisation d'Anderson nécessite un désordre fort alors la possibilité de piégeage classique devient importante, de sorte que trouver des signatures indiscutables de la localisation est un réel enjeu.
Enfin, si nous nous concentrerons dans la suite sur le cas 3D, il faut insister sur le fait que le cas 2D est également très intéressant en raison du lien direct avec de nombreux systèmes étudiés en matière condensée (les films métalliques ou superfluides, les supraconducteurs haute Tc, le graphène, etc...). Un des attraits de ces systèmes réside dans le fait que, la dimension $d = 2$ étant la dimension marginale, l'ajout d'ingrédients perturbateurs, comme la présence de champ magnétique ou de couplage spin-orbite, conduit à l'apparition de transitions de phase de type Anderson [10] [Hikami 80, Evangelou 87] (voir par exemple [Evers 08] pour une revue récente). Par exemple les transitions inter-plateaux dans la physique de l'effet Hall quantique s'interprètent comme des transitions de type localisation-délocalisation et ont été utilisées historiquement pour tester les théories d'échelles de la localisation [Pruisken 88, Wei 88, Huckestein 95]. Notons finalement que l'intérêt pour ces transitions se poursuit actuellement dans le contexte des

9. Nous verrons dans la suite comment introduire quantitativement cette notion de désordre faible (voir condition 3.25 de l'*encadré 4*). Le produit $kl_{\rm B}$ décrivant le rapport entre la longueur d'onde λ et le libre parcours moyen $l_{\rm B}$, on comprend néanmoins qualitativement que la condition $kl_{\rm B} \gg 1$ corresponde bien à un régime de désordre faible : l'onde effectue de nombreuses oscillations entre deux évènements de diffusion, qui peuvent alors être considérés comme indépendants (image de la propagation utilisée figure 1 de l'*encadré 1*).

10. En language plus formel, cela correspond à un changement de classe d'universalité du système.

isolants topologiques [Onoda 07, Groth 09, Li 09a].

Une transition à 3D entre états localisés et états diffusifs. La probabilité de retour à l'origine étant quasi-inexistante à 3D (la marche aléatoire n'est plus récurrente), on s'attend à une influence négligeable des processus de localisation faible dans cette configuration. Tant que la condition de désordre faible $kl_{\mathrm{B}} \gg 1$ reste satisfaite [11] (et donc que les effets de localisation sont essentiellement ceux décrits sur la figure 1 de l'*encadré 1*), la propagation reste diffusive. Pour arriver à observer la localisation à 3D, il faut donc augmenter très fortement l'amplitude du désordre de manière à atteindre le régime de désordre fort, i.e. $kl_{\mathrm{B}} \sim 1$. On retrouve ainsi le critère de Ioffe Regel pour le seuil de la transition entre états diffusifs et localisés [12] :

$$(kl_{\mathrm{B}})_{\mathrm{c}} \sim 1. \tag{3.9}$$

Ce critère, obtenu ci-dessus à partir d'arguments qualitatifs sur la force du désordre, peut également se retrouver aisément à partir de l'équation 3.4.
Plus fondamentalement, l'existence de cette transition (ainsi qu'une estimation du seuil) est prédite formellement par la théorie d'échelle (voir figure 2 de l'*encadré 1*). Dans le cas d'un désordre d'amplitude fixée (voir Fig. 3.3b), cette transition se manifeste par un seuil en énergie $E_{\mathrm{m.e.}}$, appelé le "seuil de mobilité", qui sépare les états diffusifs (à haute énergie) des états localisés (à basse énergie). Le régime critique autour de cette transition est caractérisé par deux exposants critiques s et ν qui décrivent respectivement comment le coefficient de diffusion s'annule et la longueur de localisation diverge de chaque côté de la transition :

$$D \propto |E - E_{\mathrm{m.e.}}|^{s} \quad (E \geq E_{\mathrm{m.e.}}), \tag{3.10}$$

$$L_{\mathrm{loc,3D}} \propto |E - E_{\mathrm{m.e.}}|^{-\nu} \; (E \leq E_{\mathrm{m.e.}}). \tag{3.11}$$

Après de nombreuses études numériques [Kramer 93, Evers 08, Slevin 14], la valeur de ces exposants est maintenant bien acceptée avec $s_{\mathrm{num}} = \nu_{\mathrm{num}} = 1.58$. En anticipant sur la description des expériences réalisées sur ce phénomène de localisation à 3D, il est important de réaliser que, jusqu'à présent, seul un système expérimental, i.e. les "rotateurs forcés" avec des atomes froids qui seront évoqués dans la partie 3.2.1, a été capable de proposer une mesure de ces exposants critiques en accord avec ces valeurs [Chabé 08, Lopez 12]. Toutefois cette méthode repose sur une équivalence [Grempel 84, Casati 89] qui peut être faite entre le phénomène de localisation dynamique (localisation dans l'espace des impulsions), apparaissant dans ces systèmes, et la localisation d'Anderson, qui est un phénomène apparaissant dans l'espace réel. Ainsi la possibilité d'observer directement cette transition dans l'espace réel reste un véritable enjeu expérimental [Lagendijk 09].

3.1.3 Une formidable accumulation de résultats expérimentaux

Nous avons présenté au début de cette partie un rapide historique de la localisation en nous appuyant sur quelques expériences significatives des débuts au sein de la matière condensée. Toutefois ce domaine de recherche s'est énormément développé depuis avec une pléthore de résultats expérimentaux obtenus, notamment dans le domaine des ondes classiques. Cette partie entend donner au lecteur une idée de la formidable somme de travaux réalisés, ce panorama étant fortement inspiré de différentes revues de référence sur ce domaine [Kramer 93, Lagendijk 09, Segev 13].

11. Comme discuté dans une note ci-dessus, cette condition $kl_{\mathrm{B}} \gg 1$ permet de traiter la propagation d'ondes comme une succession d'évènements de diffusion indépendants, et la description des effets de localisation comme résultant de l'interférence entre chemins contra-propageants reste valide.

12. Dans le cas $kl_{\mathrm{B}} \lesssim 1$ le déphasage acquis entre deux diffusions successives est très faible et les effets d'interférence sont fortement amplifiés. On comprend donc intuitivement que la localisation d'Anderson puisse apparaître dans ce régime (voir la théorie d'échelle de l'*encadré 1* pour une analyse plus fondamentale de l'origine de cette transition à 3D)

Les systèmes électroniques : des premières observations de transition métal-isolant au développement de la physique mésoscopique

Il serait difficile de faire une présentation des observations de la localisation d'Anderson sans évoquer à nouveau les systèmes électroniques. Suite aux premières démonstrations d'effet de localisations faible et forte évoquées précédemment (voir Figs. 3.1a et 3.2), les efforts se sont en particulier dirigés vers l'étude de la transition métal-isolant prédite par la fameuse théorie d'échelle [Abrahams 79]. Cette transition a ainsi été rapidement observée dans des semi-conducteurs dopés [Rosenbaum 80, Paalanen 83, Hertel 83] (voir Fig. 3.1 b) ou des photo-conducteurs désordonnés [Katsumoto 87].

Cependant la comparaison quantitative entre expérience et théorie s'est vite avérée difficile du fait de la présence d'effets de dissipation (couplage aux phonons à température non nulle) et surtout de l'inévitable présence des interactions Coulombiennes entre électrons. Ce second point est de loin le plus problématique, la présence de ces interactions modifiant profondément les propriétés de localisation (cf discussion partie 3.1.4). Ces interactions sont d'ailleurs certainement à l'origine de l'incompatibilité constatée entre les exposants critiques mesurés dans ces systèmes [13] ($\nu_{\text{exp}} \sim 1$) [Shlimak 96] et la valeur prédite numériquement ($\nu_{\text{num}} \sim 1.58$).

Si ces difficultés initiales ont limité l'étude spécifique de la localisation d'Anderson dans ces systèmes, il est important de noter que ce domaine s'est renouvelé ces dernières années avec le développement de la physique mésoscopique. De nombreux travaux ont ainsi été réalisés, de l'observation des fonctions d'ondes électroniques autour du régime critique de l'effet Hall quantique [Morgenstern 03, Baumgartner 07, Hashimoto 08] aux études des propriétés de localisation dans les semi-conducteurs [Sellier 11], les nano-tubes de carbone [Gómez-Navarro 05] ou le graphène [14] [Berezovsky 10, Mucciolo 10].

Les systèmes classiques : ondes acoustiques, lumineuses, μ-ondes...

L'étude de la localisation d'Anderson avec des ondes classiques s'est imposée au milieu des années 80 avec la possibilité de réaliser des systèmes mieux contrôlés qu'en matière condensée (pas d'interactions a priori). Comme nous l'avons déjà évoqué, différentes propositions théoriques [John 84, Anderson 85, John 87, De Raedt 88] ont lancé le domaine suite aux premières observations du phénomène de rétro-diffusion cohérente (processus de localisation faible) [Kuga 84, van Albada 85, Wolf 85]. Les premières signatures de la localisation d'Anderson ont ainsi été obtenues au début des années 90, avec des ondes acoustiques [Weaver 90], mécaniques [Ye 92], μ-ondes [Genack 91, Dalichaouch 91] et lumineuses [Wiersma 97]. Ces premières expériences ont néanmoins été fortement controversées en raison de la difficulté de différencier la signature de la localisation d'Anderson d'un simple effet d'absorption, la décroissance étant exponentielle dans les deux cas. L'observation annoncée de la localisation d'Anderson [Wiersma 97] a notamment donné lieu à un débat resté célèbre à ce sujet [Scheffold 99].

Ces difficultés initiales ont depuis été contournées en étudiant d'autres signatures de la localisation comme les fluctuations de la transmission [Shapiro 87, Nieuwenhuizen 95, Chabanov 00], sa dynamique en régime pulsé [Weaver 93, Mirlin 00, Chabanov 03, Störzer 06, Aegerter 06], ou en observant directement les fonctions d'ondes localisées avec des μ-ondes [Laurent 07], dans des cristaux photoniques [Schwartz 07, Lahini 08, Boguslawski 13], dans des guides d'ondes nanostructurés [Mookherjea 08, Sapienza 10] ou même sur le mode transverse d'une fibre optique [Karbasi 12, Mafi 14]. Notons que les expériences réalisées dans les cristaux photoniques ou

13. Les premières mesures de ces exposants critiques se sont en fait avérées différentes suivant le type de matériau semi-conducteur considéré [Chayes 86, Stupp 93, Rosenbaum 94, Shlimak 96], ce problème ayant été désigné sous le nom d'*exponent puzzle*. On peut également noter que la présence de ces interactions est problématique pour l'étude des transitions de type Anderson à 2D (en présence de champ magnétique [Li 09b, Slevin 09] ou en présence de couplage spin-orbite [Abrahams 01, Asada 02]).

14. La physique du graphène est particulièrement riche pour l'étude des phénomènes de localisation faible. En effet, la présence d'un pseudo-spin peut conduire, dans certaines circonstances, à la destruction totale de la localisation faible pour faire place au phénomène d'anti-localisation (annulation des processus de diffusion vers l'arrière et augmentation de la conductivité) du même type que celui attendu en présence de couplage spin-orbite [Suzuura 02, McCann 06, Morpurgo 06, Ortmann 11]. Ces différents phénomènes de localisation faible [Tikhonenko 08] , d'anti-localisation [Tikhonenko 09], et finalement de transitions métal-isolant (transitions d'Anderson) [Aleiner 06, Altland 06, Bostwick 09, Leconte 10] ont été observés expérimentalement.

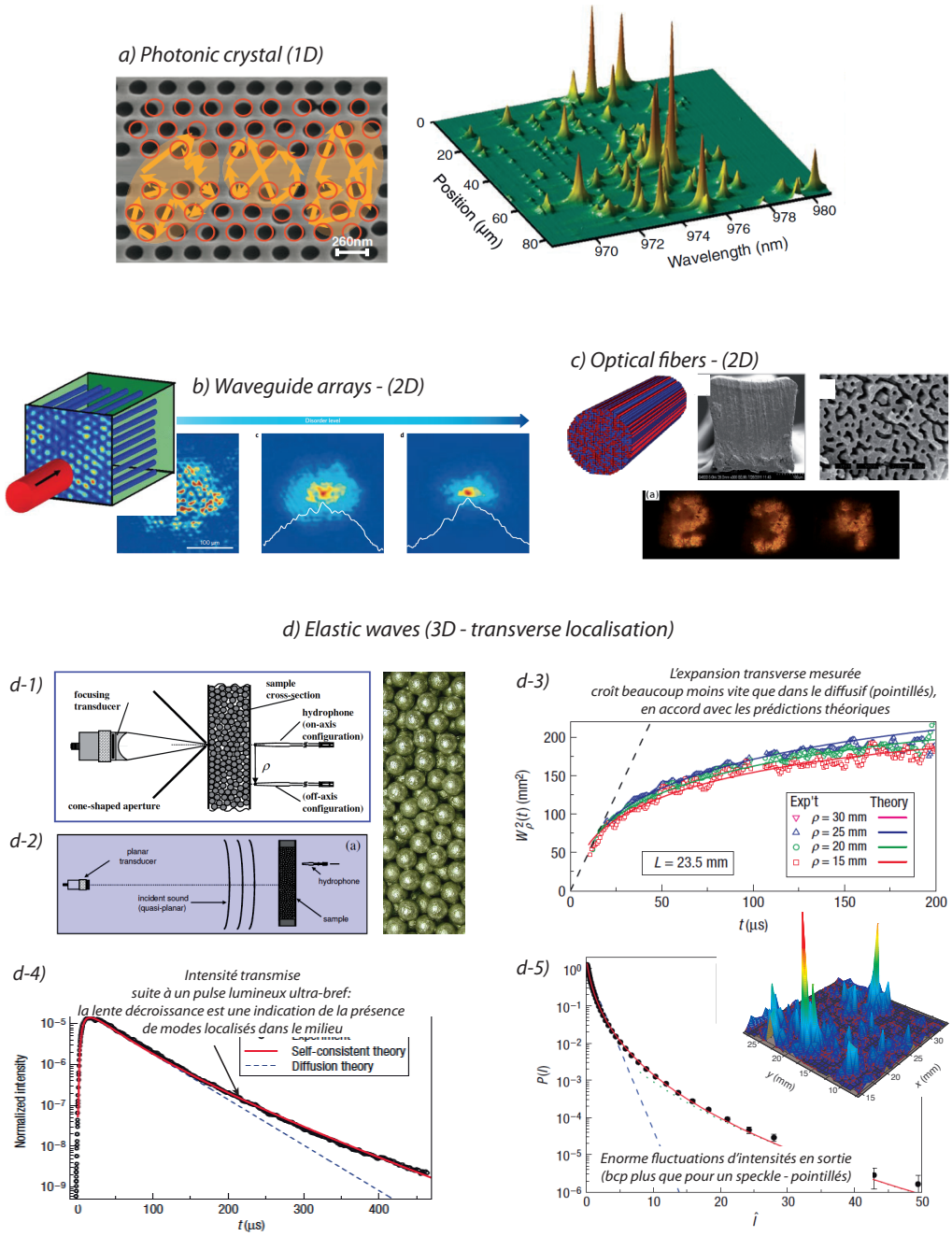

FIGURE 3.4 – **Quelques observations de la localisation d'Anderson avec des ondes classiques** (choix non chronologique mais montrant différents types de géométries et de signatures) a) **Observation de modes localisés à 1D dans un guide d'onde photonique désordonné**, d'après [Sapienza 10]. Les modes localisés peuvent servir de micro-cavités optiques. On remarque également la présence de fortes fluctuations de la position de ces modes suivant la longueur d'onde. b) et c) **Localisation transverse de la lumière (2D)** dans un réseau de guides ondes (d'après [Schwartz 07]) ou dans une fibre désordonnée (d'après [Mafi 14]). Dans ce dernier cas, la fibre peut supporter la propagation de la lumière quel que soit le point d'entrée dans la fibre, ce qui peut être intéressant pour des applications de multiplexage ou d'imagerie (on reconnaît bien 2, 3 et 4... !). d) **Localisation d'ondes élastiques à 3D** dans un milieu constitué de billes d'alluminium compactées (d'après [Hu 08], groupe de J. Page). **La localisation d'Anderson a été démontrée de manière très claire en croisant un large panel de signatures :** *d-3)* suppression de l'expansion transverse suite à une excitation locale [*d-1)*], d-4) dynamique de la transmission moyenne suite à une excitation temporelle très brève (la déviation par rapport à une décroissance exponentielle est une signature de la localisation [Mirlin 00, Chabanov 03, Störzer 06]) et *d-5)* observation de fluctuations spatiales extrêmement importantes en sortie (la distribution est une "exponentielle étirée" en parfait accord avec [Nieuwenhuizen 95]), suite à une excitation par une onde plane, voir [*d-2)*].

dans les fibres optiques correspondent à des systèmes bi-dimensionnels effectifs, le milieu étant homogène dans la direction de propagation de la lumière [15]. La figure 3.4 montre une sélection de ces différentes observations illustrant les différents types de signatures utilisées.

Si de nombreuses expériences ont ainsi permis d'observer sans ambiguité le phénomène de la localisation d'Anderson, la difficulté expérimentale croît néanmoins fortement avec la dimension du système. Réaliser un milieu extrêmement diffusant à 3D, de manière à atteindre le critère de Ioffe Regel $kl \sim 1$ tout en gardant un taux d'absorption négligeable, est en effet un réel défi expérimental (voir par exemple [Schuurmans 99]). A ce jour les seules observations *consensuelles* de la localisation d'Anderson à 3D n'ont été obtenues que dans deux systèmes : avec des ondes lumineuses diffusant dans des nanoparticules de $Ti0_2$ (peinture blanche) dans le groupe de G. Maret à Constance [Störzer 06], et avec des ondes élastiques se propageant dans une matrice de billes d'aluminium dans le groupe de J. Page au Canada [Hu 08] (Fig. 3.4d). Ces travaux, où la localisation d'Anderson se manifeste par un confinement transverse observé sur la répartition d'intensité à la sortie du milieu, constituent une extension à 3D du concept de localisation transverse discuté ci-dessus pour les cristaux photoniques et les fibres optiques.

Dernièrement cette observation de la localisation transverse à 3D a également été observée avec des ondes lumineuses dans le groupe de G. Maret [Sperling 13]. Néanmoins cette observation est, une fois de plus, remise en question [16] [Scheffold 13]...

3.1.4 Les enjeux actuels

Des avancées expérimentales importantes en lien avec des développements théoriques.

Depuis sa prédiction théorique en 1958, la localisation d'Anderson a ainsi fait l'objet d'un intense travail expérimental, un fil directeur ayant été la recherche de systèmes les mieux contrôlés possibles. Ce domaine reste toujours ouvert et actif [Lagendijk 09], les expériences menées avec des ondes classiques étant maintenant très avancées vers l'étude du régime critique à 3D. On peut par exemple citer l'observation du caractère multifractal des fonctions d'ondes localisées juste sous le seuil de la transition dans le groupe de J. Page (ondes élastiques) [Faez 09] ou l'observation de corrélations d'intensité longue portée [Hildebrand 14].

Si nous avons peu évoqué les travaux théoriques jusqu'à présent, il faut également insister ici sur le fait que ces développements expérimentaux ont bien évidemment résulté d'un couplage étroit entre expérience et théorie (processus de recherche tout à fait standard). Pour rester sur des exemples récents, notons les développements théoriques sur la théorie auto-consistante de la localisation [17] (voir par exemple [van Tiggelen 00, Skipetrov 06]), ou la remise à l'ordre du jour les études sur le caractère multifractal des fonctions d'ondes autour de la transition à 3D suite aux expériences menées dans les systèmes élastiques [Mirlin 06, Rodriguez 09, Faez 09, Rodriguez 10].

Un besoin de systèmes parfaitement contrôlés pour des comparaisons quantitatives théorie-expérience

La dernière controverse en date sur l'observation de la localisation à 3D avec de la lumière [Sperling 13, Scheffold 13] illustre cependant les difficultés expérimentales rencontrées. Il est en effet difficile d'obtenir des milieux extrêmement désordonnés parfaitement "propres" (peu absorbants, pas de non linéarités) et contrôlables pour s'approcher au plus près du régime critique. Si les expériences menées avec les ondes classiques sont en accord avec le critère qualitatif de Ioffe-Regel, aucune étude systématique de la position exacte de la transition n'a été réalisée. En outre l'unique tentative de mesure des exposants critiques, réalisée avec des ondes

15. Ce phénomène est appelé *localisation transverse* [De Raedt 88].

16. Ici en raison de la possible influence d'effets non-linéaires dans le milieu.

17. La théorie dite "auto-consistante" de la localisation développée au début des années 80 [Vollhardt 80, Vollhardt 82] est une théorie microscopique approchée de la localisation permettant de donner des prédictions quantitatives. Cette théorie, bien qu'ayant d'indéniables atouts pour la comparaison théorie expérience, ne permet pas cependant de décrire fidèlement le régime critique.

lumineuses ($\nu_{\text{exp}} \sim 0.5$) [Aegerter 06], s'est avérée très éloignée des prédictions (pour rappel $\nu_{\text{num}} \sim 1.6$ [Slevin 14]).

La possibilité de réaliser des systèmes modèles, dont les paramètres microscopiques du milieu désordonné seraient parfaitement maîtrisés, reste ainsi un enjeu expérimental majeur. C'est bien sûr l'approche des atomes froids que nous allons détailler dans la partie suivante. Ces systèmes contrôlés (atomes froids ou autres) pourraient alors permettre de tester et de faire progresser les théories approchées de la localisation d'Anderson, comme la théorie "auto-consistante" de la localisation évoquée ci-dessous. En effet le développement d'une théorie microscopique permettant de rendre compte fidèlement du régime critique et de prédire la position du seuil de mobilité reste un enjeu théorique de premier plan [18].

Désordre et interactions

Nous nous sommes concentrés jusqu'à présent sur la localisation d'Anderson "idéale" qui est un phénomène sans interactions (linéaire), la présence d'interactions étant considérée comme nuisible. C'est bien sûr le cas si l'on veut étudier ce phénomène isolément. A l'inverse, la possibilité d'introduire les interactions de manière contrôlée dans les systèmes désordonnés ouvre un champ de recherche extrêmement vaste (une seconde motivation très forte de l'utilisation des atomes froids), tant les questions sont nombreuses et ouvertes. Ce domaine de recherche s'étend de l'étude des effets d'interactions faibles sur les états localisés au sens d'Anderson [Fleishman 80, Feddersen 91, Pikovsky 08, Ivanchenko 11, Cherroret 14], aux transitions superfluide-isolant observées dans les films d'^{4}He [Reppy 92], les films supraconducteurs [Goldman 98] ou les réseaux de jonction Josephson [van der Zant 96]. A très basse température, une question importante est la détermination du diagramme de phase (entre isolants, conducteurs et superfluides). Pour des bosons, ce diagramme de phase est particulièrement riche avec l'apparition d'une phase d'un type nouveau (globalement isolante mais localement superfluide) : le verre de Bose. L'étude de ce diagramme de phase, initié à la fin des années 80 par les travaux fondateurs [Giamarchi 88, Fisher 89], se poursuit à l'heure actuelle en connection forte avec les atomes froids (voir partie 3.2.6 pour plus de détails sur le sujet), mais aussi dans les films supraconducteurs [Sacépé 11] ou les systèmes magnétiques désordonnés [Yu 12]). Enfin les recherches théoriques s'orientent actuellement vers l'étude d'un nouveau phénomène de "localisation d'Anderson à N-corps", prédit à fort désordre et température finie (voir par exemple [Gornyi 05, Basko 06, Pal 10, Aleiner 10, Serbyn 13]). Une première démonstration expérimentale de cet effet de localisation à N-corps, réalisée dans le groupe de I. Bloch à Münich, vient d'être mise en ligne à la fin de la rédaction de ce mémoire [Schreiber 15].

Du fondamental vers la recherche appliquée

Les études décrites dans ce mémoire sont clairement orientées vers la compréhension fondamentale de la propagation des ondes (classiques ou quantiques) en présence de désordre. Cependant, avant de rentrer dans le vif du sujet et présenter ci-dessous les travaux réalisés ces dernières années dans les atomes froids, il me semble important de préciser que la maîtrise de plus en plus grande de ces systèmes désordonnés, et la possibilité de tirer profit de leurs propriétés spécifiques, ouvrent la voie vers de nouvelles applications innovantes. Cet axe de recherche est actuellement en plein essor [Wiersma 13], allant des méthodes d'imagerie ou de focalisation à travers des milieux hautement diffusants [Popoff 10, Katz 11, Mosk 12] avec des applications pour l'imagerie biologique, aux recherches sur les lasers aléatoires et leurs applications [Baudouin 13, Redding 12, Bachelard 14]. Concernant les propriétés plus spécifiques des propriétés de localisation, différentes applications peuvent être envisagées comme la réalisation de micro-cavité en utilsant les modes localisés dans des guides d'ondes optiques [Sapienza 10], la possiblité de "multiplexer" la lumière dans des fibres optiques désordonnées [Karbasi 12, Mafi 14] ou même la possibilité d'augmenter l'efficacité des cellules solaires [Lal 11, Pratesi 13] ou de certaines diodes électroluminescente [Wu 12].

18. La théorie d'échelle de la localisation d'Anderson ne permet pas de donner de prédictions quantitatives. A contrario, et comme indiqué dans la note ci-dessus, la théorie auto-consistante ne permet pas de prédire correctement la valeur des exposants critiques. Il n'existe donc pas à ce jour de théories quantitatives "complètes" permettant de décrire la transition d'Anderson.

3.2 Localisation d'Anderson et atomes froids

Comme nous l'avons évoqué dans l'introduction de ce mémoire, les atomes froids offrent la possibilité de réaliser des systèmes modèles, prometteurs pour réaliser de véritables simulateurs quantiques. La possiblité de les utiliser pour étudier la localisation d'Anderson, et plus généralement la physique des milieux désordonnés, a donc naturellement suscité un très fort intérêt ces dernières années [Aspect 09b, Sanchez-Palencia 10, Modugno 10, Müller 11, Shapiro 12]. Parmi les différents avantages de ces systèmes (contrôle de la géométrie, mesures directes accessibles dans l'espace réel ou des vitesses, outils spectroscopiques, différentes statistiques quantiques, etc...), rappelons ici leurs deux "forces" les plus importantes :

— **La connaissance précise et le contrôle des paramètres microscopiques du désordre**, à savoir son amplitude (variance des fluctuations du potentiel désordonné), ses propriétés statistiques (distribution, corrélations spatiales) et sa dépendance temporelle (désordre d'amplitude fixe ou modulée). Différents types de potentiels désordonnés peuvent être utilisés (voir *encadré 2*). Ce contrôle, unique dans les systèmes désordonnés, ouvre la voie vers la réalisation de véritables tests de théories microscopiques de la localisation d'Anderson (notamment les différentes "variantes" de la théorie auto-consistante de la localisation [Kuhn 07, Skipetrov 08, Yedjour 10, Piraud 12c, Piraud 14]).

— **Le contrôle des interactions.** C'est là aussi un point capital, ce contrôle permettant d'étudier précisément l'influence des interactions (attractives ou répulsives) sur la localisation d'Anderson, et plus généralement de caractériser le diagramme de phase à basse température des systèmes désordonnées (voir discussion partie 3.1.4).

Afin de mettre en perspective les travaux réalisés dans l'équipe (et qui seront présentés dans la partie 3.3 suivante), nous allons maintenant retracer brièvement l'historique de l'étude de la localisation d'Anderson dans le domaine des atomes (ultra)froids.

3.2.1 Etude de la localisation dynamique, analogue de la localisation d'Anderson

De fait, l'étude des phénomènes de localisation avec des atomes froids a déjà une longue histoire, commencée par l'étude de la *localisation dynamique* dans les systèmes de rotateurs forcés (*kicked rotors* en anglais). Dans ces systèmes, où les atomes sont soumis périodiquement à une onde stationnaire d'amplitude fixée, un phénomène de localisation, formellement analogue à la localisation d'Anderson 1D [Grempel 84], a lieu dans l'espace des impulsions [19]. Cette localisation dynamique a été observée dès 1994 dans le groupe de M. Raizen [Moore 94]. En 1989, il a été réalisé qu'il était a priori possible d'étendre l'équivalence à des dimensions supérieures [Casati 89], et notamment à 3D, en modulant maintenant l'amplitude de l'onde stationnaire [20]. Ainsi une transition susbtantiellement équivalente à celle d'Anderson à 3D, i.e. de la même classe d'équivalence [Lemarié 09], a pu être observée [Chabé 08, Lopez 12]. Les exposants critiques mesurés sur ce système sont très proches de ceux attendus pour la transition d'Anderson, et constituent à ce jour les seules mesures expérimentales en accord avec les prédictions numériques. Ainsi, le lien très étroit de ces expériences avec la transition d'Anderson laisse peu de place au doute, faisant de ces systèmes les plus avancés à ce jour pour l'étude du régime critique [Lemarié 10].

19. La distribution en impulsion s'élargie de manière diffusive ($\propto \sqrt{t}$) lorsque l'amplitude de l'onde stationnaire est faible. A plus forte amplitude la distribution en impulsion devient stationnaire, avec une décroissance exponentielle réminiscente de la localisation d'Anderson dans l'espace réel

20. A chaque ajout de fréquences - incommensurables - on augmente la dimension effective du système.

Encadré 2 : Potentiels désordonnés pour les atomes ultra-froids.

Deux catégories de désordre peuvent être utilisés : les potentiels désordonnés "synthétiques" créés optiquement ou composés d'impuretés atomiques.

Les potentiels désordonnés optiques. La force dipolaire entre les atomes et un champ laser très désaccordé par rapport aux transitions atomiques crée un potentiel purement conservatif. Un champ lumineux aléatoire crée ainsi un potentiel désordonné $V(r)$ directement proportionnel au profil d'intensité $I(r)$:

$$V(\mathbf{r}) = \frac{3\pi c^2}{2\omega_{at}^3}\left(\frac{\Gamma}{\Delta}\right) I(r), \tag{3.12}$$

où ω_{at} correspond à la fréquence de la transition atomique, Γ à la largeur du niveau excité et $\Delta = \omega_l - \omega_{at}$ au désaccord entre la fréquence du laser et la transition atomique. Suivant le signe du désaccord, le potentiel peut ainsi être soit attractif ($\Delta < 0$), soit répulsif ($\Delta > 0$).

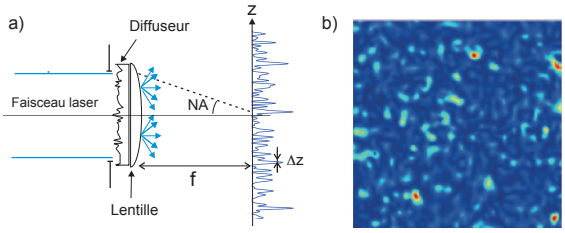

Figure 1. Désordre optique par champ de tavelures optiques (speckle)

Un potentiel désordonné est donc simplement créé en utilisant **un champ aléatoire de tavelures optiques, *speckle* en anglais** - terme qui sera utilisé par la suite. Ce champ est réalisé en faisant passer un faisceau laser à travers une lame de verre dépolie et en le focalisant au niveau des atomes (figure 1 ci-dessus). Le champ en un point, résultant de la somme d'ondes avec des phases aléatoires, est ainsi également une variable aléatoire, de même que l'intensité. On réalise ainsi un véritable potentiel désordonné, dont les propriétés statistiques (distribution en intensité et corrélations spatiales) sont très bien connues [Goodman 07] et contrôlables expérimentalement [Clément 06]. Ce type de désordre, dont les propriétés statistiques seront détaillées dans l'*encadré 3*, est celui qui a été utilisé pour les expériences qui seront décrites dans ce mémoire.

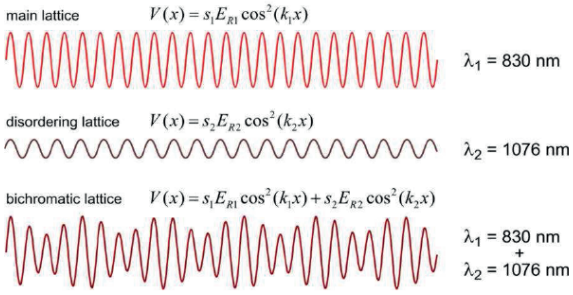

Figure 2. Désordre créé par un réseau optique bichromatique.

Une seconde possibilité est l'utilisation de **réseaux bichromatiques**, comme illustré sur la figure 2 [Damski 03, Fallani 07]. Dans cette configuration, une onde stationnaire, de faible amplitude et de fréquence en principe incommensurable, est superposée à une onde stationnaire principale, d'amplitude bien supérieure, et définissant les sites du réseau. L'ajout du réseau secondaire se comporte ainsi comme une modulation de l'énergie sur site, réalisant ainsi un potentiel pseudo-désordonné. Plus précisément, cette géométrie correspond au modèle d'Aubry-André [Aubry 80, Modugno 10], pour lequel il existe une transition d'états diffusifs vers des états localisés. Les états localisés sont essentiellement confinés sur un site, avec une décroissance exponentielle très rapide sur les sites voisins. Cette transition a été observée dans le groupe de G. Modugno au LENS en 2008 [Roati 08] (voir Fig. 3.5).

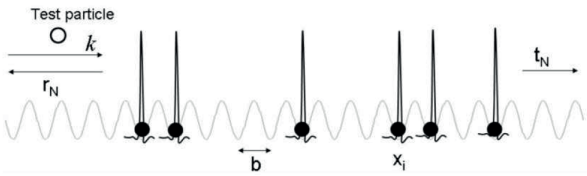

Figure 3. Réalisation d'un désordre constitué d'impuretés atomiques, piégées aléatoirement sur les sites d'un réseau optique.

Désordre d'impuretés atomiques. Un autre type de désordre, réalisant un modèle d'impuretés quasi-ponctuelles, a également été proposé afin de s'approcher au plus près des modèles de la matière condensée. L'idée, illustrée sur la figure 3, est de piéger aléatoirement une espèce atomique cible dans les sites d'un réseau optique, et de faire diffuser dessus une particule test libre, i.e. insensible au réseau optique [Gavish 05, Massignan 06, Antezza 10]. Ce type de désordre a été implémenté dans le groupe de D. Schneble (US) pour étudier une transition de type superfluide - isolant en configuration 1D [Gadway 11].

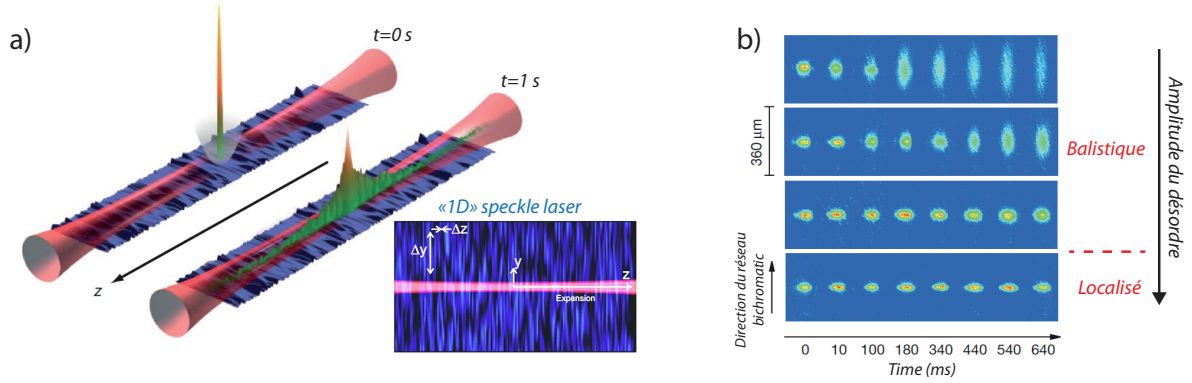

FIGURE 3.5 – **Localisation d'Anderson à 1D avec des atomes ultra-froids.** a) Localisation d'Anderson d'un condensat de Bose Einstein (^{87}Rb), initialement préparé dans un piège et relâché dans un piège optique 1D en présence de désordre créé par speckle laser, d'après [Billy 08]. Les grains de speckle sont ici très fins dans la direction de propagation et allongés dans la direction transverse (configuration "1D" réalisée en jouant sur l'illumination du diffuseur, voir *encadré 3* sur les propriétés du speckle). L'arrêt de l'expansion est observée après un temps de propagation d'environ t =1s, les profils stationnaires montrant une décroissance exponentielle sur les ailes (voir partie 3.3.1 pour plus de détails). b) Transition entre un régime balistique et un régime localisé pour des atomes de potassium (^{39}K) se propageant dans un réseau bichromatique (voir *encadré 2*), d'après [Roati 08]. Cette configuration correspond plus précisément au modèle d'Aubry-André [Aubry 80, Modugno 10], les fonctions d'ondes ayant également une décroissance exponentielle sur les ailes (à l'échelle de quelques sites du réseau).

3.2.2 Les débuts avec les atomes ultra-froids : la "quête" de l'observation directe de la localisation d'Anderson à 1D

En parallèle des expériences décrites ci-dessus, la possibilité d'observer directement la localisation d'Anderson dans l'*espace réel* avec des atomes ultra-froids a suscité un énorme intérêt au début des années 2000 et a lancé tout un domaine d'étude au sein de la communauté.

C'est avec la proposition théorique du groupe de M. Lewenstein [Damski 03] qu'a réellement débuté cette "quête" de la localisation d'Anderson dans ces systèmes. Les premières tentatives sont arrivées rapidement, avec l'observation de l'expansion 1D d'un condensat de Bose-Einstein (^{87}Rb) en présence de désordre, études réalisées simultanément à Florence [Fort 05], Hannovre [Schulte 05] et Orsay [21] [Clément 05] (voir [Fallani 08] pour une revue sur cette première période). Si ces expériences n'ont pas permis l'observation de la localisation d'Anderson, notamment en raison de l'importance des interactions inter-atomiques, elles ont nourri un travail théorique intense (voir par exemple [Kuhn 05,Sanchez-Palencia 07,Shapiro 07,Kuhn 07,Paul 07]).

Les travaux théoriques menés au sein du groupe d'optique atomique [Sanchez-Palencia 07] ont alors eu un rôle déterminant en identifiant les conditions nécessaires à l'observation de la localisation d'Anderson dans un désordre créé par speckle laser (voir *encadrés 2* et **3**). Rapidement après ces travaux, la localisation d'Anderson a ainsi été observée dans notre équipe avec ce type de potentiel désordonné [Billy 08] (voir Fig. 3.5a). En parallèle, le groupe de M. Inguscio a choisi une approche complémentaire avec un désordre réalisé par un réseau bichromatique (voir *encadré 2*), réalisant ainsi le modèle d'Aubry-André [Aubry 80]. Une transition d'état vers un régime localisé a alors été observée [Roati 08].

Au delà de l'intérêt historique (premières observations directe de la localisation d'Anderson avec des ondes de matière), le très bon accord entre théorie et expérience [22] a été un élément essentiel du succès rencontré par ces travaux au sein de la communauté. Ces deux expériences

21. Comme nous l'évoquerons dans la partie **??** suivante, ces expériences n'ont pas été réalisées sur l'expérience dont j'ai la responsabilité au sein du groupe d'optique atomique, mais sur un autre dispositif expérimental, ces travaux constituant le coeur de la thèse de David Clément [Clément 07].

22. Les longueurs de localisation mesurées directement sur nos profils [Billy 08] se sont révélées en bon accord avec les prédictions théoriques sans aucun paramètre ajustable [Sanchez-Palencia 07].

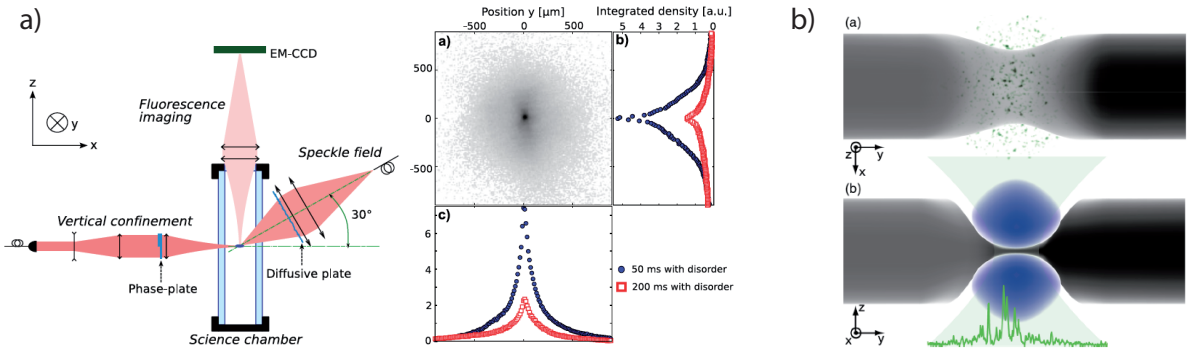

FIGURE 3.6 – **Etudes menées à 2D.** a) Observation de la diffusion d'un nuage d'atomes froids en configuration 2D (^{87}Rb), d'après [Robert-de Saint-Vincent 10]. Notez que l'allure exponentielle des profils résulte de l'intégration sur la distribution en énergie de profils Gaussien (diffusion) associés à chaque énergie. b) Observation des propriétés de conduction d'un gaz de fermions à l'équilibre thermodynamique (^{6}Li) à travers une constriction 2D (image d'après [Krinner 13]). La conductivité [Brantut 12] ainsi que l'apparition de superfluidité en présence d'interactions [Krinner 13] ont été étudiées dans ce dispositif.

ont ainsi véritablement validé "l'approche microscopique" des atomes ultrafroids pour l'étude des systèmes désordonnés [Aspect 09b, Sanchez-Palencia 10]. Ce domaine s'est depuis développé vers des problèmes plus complexes, que ce soit pour étudier l'effet des interactions, ou pour tenter d'observer la localisation d'Anderson en dimensions supérieures, notamment à 3D pour s'approcher de la transition entre états diffusifs et états localisés.

3.2.3 Les expériences menées à 2D

Avant de nous concentrer sur les expériences menées à 3D, mentionnons ici les expériences réalisées à 2D dans le groupe d'optique atomique (équipe de T. Bourdel) avec l'étude du régime diffusif en désordre faible [Robert-de Saint-Vincent 10, Pezzé 11] voir Fig. 3.6a). Des premières indications de localisation ont également été observées dans cette équipe en régime de désordre fort. Mais la difficulté de discriminer entre la localisation d'Anderson et un simple piégeage classique au-dessous d'un certain seuil de percolation n'a pas permis de trancher sur la nature de la localisation observée et ces travaux n'ont pas été publiés. Une expérience plus récente, réalisée dans le groupe de T. Esslinger à Zürich, a étudié les propriétés de conduction en présence de désordre d'une constriction 2D entre deux réservoirs de fermions à l'équilibre thermodynamique [Brantut 12] (voir Fig. 3.6b). Sans être directement connectée à l'étude de la localisation d'Anderson, cette expérience constitue une des réalisations majeures dans le domaine, la possibilité d'étudier le transport entre réservoirs à l'équilibre thermodynamique établissant une connection directe entre les systèmes d'atomes froids et les systèmes étudiés en matière condensée (physique mésoscopique).

A ce jour, la localisation d'Anderson n'a donc pas encore été observée en configuration 2D. Différents développements expérimentaux sont cependant en cours. Par exemple, l'équipe de T. Bourdel a récemment adapté son expérience pour pouvoir refroidir et condenser l'isotope bosonique du potassium (^{39}K). Les interactions étant contrôlables pour cette espèce atomique à l'aide de résonances de Feshbach, il devrait être possible d'affiner la résolution en énergie et espérer ainsi avoir des signatures plus claires de la localisation [23]. Notons également la mise en place de nouveaux dispositifs dédiés à l'étude des systèmes désordonnés 2D, au LENS dans l'équipe de G. Roati et à Birmingham dans l'équipe de K. Bongs. L'histoire n'est donc pas terminée...

23. Un des enjeux sera également la possibilité d'observer la nouvelle signature de la localisation d'Anderson découverte dans l'espace des impulsions : le "pic de diffusion" vers l'avant [Karpiuk 12] (voir partie 3.2.5 et Fig. 3.9).

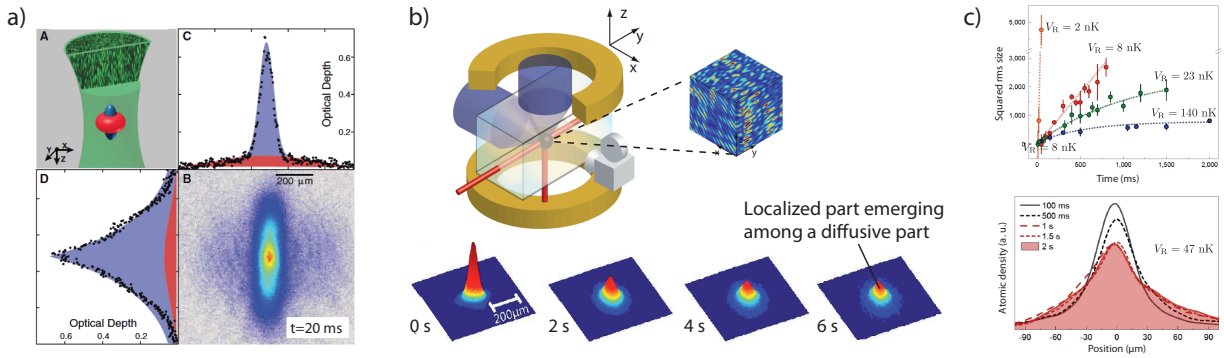

FIGURE 3.7 – **Premières observations de la localisation d'Anderson à 3D.** a) Observation d'une fraction localisée émergeant à temps très courts ($t = 20$ ms) au centre d'une partie balistique, lors de l'expansion d'un gaz de fermions (^{40}K) en présence de désordre fortement anisotrope (désordre créé par speckle laser, les grains étant allongés le long de la direction de propagation), d'après [Kondov 11]. b) Observation, à temps très long ($t \sim 6$ s), d'une fraction localisée (^{87}Rb) au milieu d'une fraction diffusant très lentement dans un désordre quasi-isotrope (désordre réalisé en croisant deux champs de speckle pour minimiser l'anisotropie), d'après [Jendrzejewski 12a] c) Observation de la localisation totale du paquet d'onde pour des atomes de potassium (isotope bosonique ^{39}K), d'après [Semeghini 14]. Ce dispositif, pour lequel les interactions sont contrôlées, permet un meilleur contrôle a priori de la distribution en énergie des atomes, une étape essentielle en vue de l'étude du régime critique (voir discussion dans le corps du texte). Mentionnons que ces trois expériences sont réalisées en présence d'une lévitation magnétique permettant d'annuler la gravité.

3.2.4 Observations de la localisation d'Anderson à 3D : une étape vers l'étude du régime critique

Bien que cela puisse paraître paradoxal à première (la complexité augmentant a priori avec la dimension du système, voir discussion partie 3.1.2), l'étude de la localisation d'Anderson a nettement plus progressé à 3D. Un des facteurs de ce développement est indubitablement lié aux efforts expérimentaux investis afin de pouvoir observer le régime critique autour de la transition d'Anderson. Mais c'est aussi lié à la question de la discrimination entre piégeage classique et phénomène quantique de localisation. Cette question, critique à 2D, l'est beaucoup moins à 3D. En effet, à 3D, les atomes peuvent tourner autour des fluctuations du désordre sans jamais être piégés, la probabilité de piégeage classique est alors faible, voire négligeable pour un désordre de type speckle [Pilati 10] (voir Fig. 3.3b).

L'observation de la localisation d'Anderson à 3D a ainsi été réalisée en 2011 dans deux expériences parallèles : avec des fermions (^{40}K) dans le groupe de B. de Marco à Urbana Champaign [Kondov 11], et à partir d'un condensat de Bose-Einstein (toujours ^{87}Rb) dans l'équipe [Jendrzejewski 12a] (voir Fig. 3.7a et b). Ces deux résultats constituent certes une étape importante, mais le chemin à parcourir pour l'étude du régime critique reste long.

En effet, notre expérience est limitée à l'heure actuelle par la présence d'un élargissement de la distribution en énergie en présence de désordre fort [24]. La distribution en énergie "s'étalant" autour de la transition, nous observons alors la présence simultanée d'une composante diffusant très lentement [25] (états d'énergie au-dessus du seuil de mobilité) et d'une composante localisée (énergie sous le seuil de mobilité), la composante localisée apparaissant à temps longs. La pré-

24. Cet élargissement résulte ici de la méthode employée où nous allumons rapidement le désordre. La projection des états initiaux sur les nouveaux états propres du système conduit à un élargissement en énergie donné par la fonction spectrale $\mathcal{A}(\mathbf{k}, E)$ (voir *encadré 4*, Eqs. 3.23 et 3.24). Ces résultats seront présentés plus en détails partie 3.3.2.

25. Un ordre de grandeur des coefficients de diffusion au-dessus du seuil de mobilité peut être donné en remarquant que le coefficient de diffusion fournit une mesure directe du paramètre kl_{B}, avec $D_{\mathrm{B}} = vl_{\mathrm{B}}/3 = (\hbar/3m)\, kl_{\mathrm{B}}$ (voir Eq. 3.38 dans la partie suivante). Le critère de Ioffe-Regel donne donc un coefficient de diffusion typique au-dessus de la transition : $D_0 = \hbar/3m$=25 μm^2/s. La taille du nuage initial étant de l'ordre de 30 μm dans [Jendrzejewski 12a], il faut donc quelques secondes d'expansion pour voir apparaître la fraction localisée.

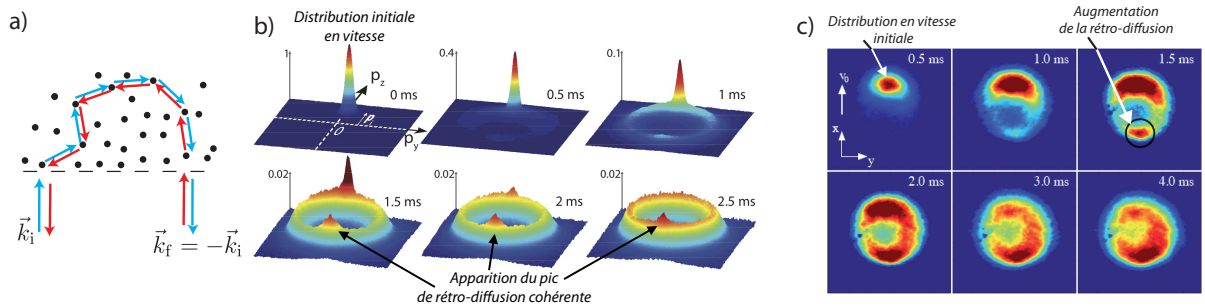

FIGURE 3.8 – **Observation du pic de rétro-diffusion cohérent (configuration quasi-2D).** a) Principe du pic de rétro-diffusion résultant de l'interférence constructive, quelque soit la réalisation du désordre, entre chemins contra-propageants dans le cas où la direction de sortie est exactement opposée à celle de la direction initiale ($k_\mathrm{f} = -k_\mathrm{i}$). b) Evolution temporelle à temps courts (quelques ms) de la distribution en vitesse d'atomes se propageant dans le désordre (imagerie par temps de vol), d'après [Jendrzejewski 12b]. A partir de 1 ms, le pic de rétro-diffusion cohérent apparaît dans la direction opposée à la vitesse initiale. c) Observation similaire de l'augmentation de la probabilité de rétro-diffusion dans l'équipe de G. Labeyrie à l'INLN (Nice) [Labeyrie 12]. Cependant, ce signal est essentiellement dû dans cette expérience à des phénomènes classiques (voir corps du texte).

sence concomitante de ces deux composantes ne nous a donc pas permis d'observer le régime critique. Sans chercher à rentrer dans les détails [26], on peut se convaincre aisément que la problématique est similaire pour l'expérience réalisée dans le groupe de B. deMarco [27], la distribution en énergie étant intrinsèquement large pour des fermions.

Une nouvelle expérience, réalisée récemment au LENS dans l'équipe de G. Modugno et M. Inguscio [Semeghini 14], vient ajouter une pierre à l'édifice (voir Fig. 3.7c). Cette expérience, combinant d'une certaine manière les avantages des deux expériences précédentes en partant d'un condensat de Bose-Einstein de ^{39}K dont les interactions sont contrôlables, permet de peupler les états de basse énergie dans le désordre et d'observer ainsi une localisation complète du nuage atomique [28]. En modulant l'amplitude du désordre, il est alors possible de transférer une quantité d'énergie contrôlée au système et d'estimer le seuil de transition en étudiant la déplétion progressive de la partie localisée. Si cette expérience marque une nouvelle étape importante, notons toutefois que la dispersion en énergie reste ici encore significative [29], de sorte que l'étude du régime critique n'a pu être effectuée [30].

26. Les observations sont en réalité qualitativement très différentes pour ces deux expériences. Ces différences, dont toutes ne sont pas comprises à l'heure actuelle, résultent pour partie de la procédure expérimentale utilisée pour allumer le désordre (allumage rapide [Jendrzejewski 12a] vs allumage adiabatique possible si l'on peut contrôler les interactions par résonances de Feshbach [Kondov 11]) et des configurations de désordre distinctes (désordre quasi-istorope [Jendrzejewski 12a] *vs* désordre très anisotrope [Kondov 11]). Sans prendre partie, mentionnons pour finir que l'interprétation des résultats obtenus à Urbana Champaign a récemment été remise en question par C. Müller et B. Shapiro [McGehee 13, Müller 14a].

27. Une estimation du seuil de mobilité a néanmoins été publiée dans [Kondov 11]. Cette estimation demeure toutefois très éloignée des prédictions théoriques quantitatives reposant sur la théorie auto-consistante [Piraud 12c] ou sur des simulations numériques récentes [Delande 14]. Ces études numériques ayant été réalisées pour un désordre isotrope, la question reste en principe encore ouverte.

28. Ce dispositif offre la possibilité de partir d'un état d'énergie bien défini (un condensat de Bose Einstein) et, en supprimant les interactions, d'allumer adiabatiquement le désordre dans le piège initial.

29. Une raison de cette largeur en énergie encore importante vient probablement de la difficulté d'être réellement adiabatique en allumant le désordre. C'est par exemple le cas pour l'étude des systèmes désordonnés dans les réseaux bichromatiques [**?**, Zakrzewski 09], les problèmes étant a priori très similaires (voire pire) pour un désordre continu de type speckle. Enfin notons que la possibilité de franchir adiabatiquement une transition de phase (ici la transition d'Anderson) pose fondamentalement problème (voir par exemple [Barankov 08, Polkovnikov 11]).

30. Sans poser les mêmes problèmes que les expériences réalisées à Urbana Champaign, remarquons que cette estimation reste encore significativement éloignée des prédictions théoriques et numériques [Piraud 12c, Delande 14].

3.2.5 Les signatures dans l'espace des impulsions : le pic de rétro-diffusion cohérente et au delà.

L'étude du régime critique à 3D reste donc toujours d'actualité, l'enjeu principal étant le contrôle précis de la distribution autour du seuil de mobilité. Si nous verrons dans la partie **??** dédiée aux perspectives de ces travaux quelles pistes nous comptons poursuivre pour progresser sur ce sujet, la question se pose de savoir s'il n'existe pas d'autres méthodes pour étudier ces processus de localisation, en permettant par exemple d'obtenir des signatures directes de la localisation d'Anderson (pour différencier entre i) processus de piégeage classique, ii) diffusion extrêmement lente en désordre fort, ou iii) réelle localisation d'origine quantique). C'est pourquoi nous nous sommes intéressés à l'idée, qui a émergé début 2012 dans le groupe de C. Miniatura à Singapour, d'étudier les signatures de ces phénomènes de localisation, non plus dans l'espace réel (arrêt de la propagation), mais dans l'espace des impulsions.

Premières observations du pic de rétro-diffusion cohérent

Cette voie de recherche a été lancée par un premier travail théorique prédisant la possibilité d'observer une signature directe du phénomène de localisation faible, le célèbre *pic de rétro-diffusion cohérent*, en étudiant la distribution de vitesse d'une onde se propageant dans le désordre [Cherroret 12]. Le principe est illustré sur la figure 3.8, où l'on observe l'évolution temporelle de cette distribution pour une onde d'impulsion initiale $\mathbf{k}_\mathrm{i}$ bien définie. L'onde est diffusée aléatoirement dans toutes les directions, de sorte que la distribution en vitesse se répartit sur un anneau (diffusion élastique pour un désordre d'amplitude faible). L'interférence constructive entre chemins de diffusion contra-propageants (voir Fig. 3.8a) conduit alors à une augmentation de la probabilité d'être exactement rétro-diffusée, c'est à dire à un pic dans la distribution des vitesses autour de $k_\mathrm{f} = -k_\mathrm{i}$.

Ce pic de rétro-diffusion cohérent a été observé dans notre équipe peu de temps après [Jendrzejewski 12b] [31] (voir Fig. 3.8b), en très bon accord avec les prédictions théoriques que nous avons pu adapter à notre configuration. Cette observation a été faite simultanément avec celle de l'équipe de G. Labeyrie à Nice [Labeyrie 12], voir Fig. 3.8c. Néanmoins, une analyse détaillée de leurs données a révélé que l'essentiel de l'augmentation de la rétro-diffusion observée était en réalité dû à des phénomènes purement classiques [32].

La résurgence du pic de rétro-diffusion suite à une perturbation extérieure : une signature expérimentale indiscutable des effets de cohérence.

L'identification précise des processus cohérents ou incohérents à l'oeuvre dans cette augmentation de la rétro-diffusion a donc finalement reposé, pour ces premières expériences, sur une comparaison quantitative avec des prédictions théoriques. Afin de pouvoir disposer d'une réelle signature expérimentale des effets de cohérence, il est donc nécessaire de disposer d'un outil supplémentaire, permettant de moduler ces effets d'interférences. Une idée naturelle est bien sûr de s'inspirer des expériences fondatrices en matière condensée qui ont permis d'identifier clairement les effets de localisation faibles en appliquant un champ magnétique extérieur introduisant un déphasage contrôlé entre les chemins contra-propageants (voir l'expérience de Sharvin et Sharvin décrite au début de ce chapitre, Fig. 3.2b). Les atomes froids étant des particules neutres, la généralisation directe de cette méthode n'est pas si aisée, nécessitant la mise en place de champs de jauge artificiels tels que ceux développés par le groupe de I. Spielman au NIST [Lin 09] (voir par exemple [Towers 13] pour une proposition permettant de reproduire une expérience de résistance magnéto-négative avec des atomes froids).

31. Le dispositif expérimental a été légèrement modifié de manière à se placer en configuration quasi-2D, c'est pourquoi on observe une répartition en anneau de la distribution en vitesse et non sur une sphère (voir partie 3.3.3 pour plus de détails).

32. Un de ces effets est lié à la corrélation initiale entre impulsion et position lorsque le désordre est allumé. Le désordre est capable de changer rapidement la direction des vitesses, et en particulier les retourner, sans que les atomes n'aient eu réellement le temps de bouger. Il existe alors un phénomène de type écho : les classes vitesses "retournées" lors de la propagation dans le désordre, se refocalisent lorsque est le désordre est coupé. Cette corrélation est totalement absente dans notre configuration (voir partie 3.3.3).

Dans ce contexte, T. Micklitz, C. Müller et A. Altland ont proposé une nouvelle méthode [Micklitz 14a], très simple sur le principe, pour révéler ces effets de cohérence. L'idée, qui sera détaillée partie 3.3.4, consiste à appliquer une perturbation très brève au système à un instant T bien défini [33]. Cette perturbation introduit un déphasage sur les trajectoires, brouillant les interférences constructives entre chemins et détruisant par la même occasion les effets de localisation faible. Cette image est correcte, sauf si l'on observe le système exactement au double du temps de la perturbation, i.e. $t = 2T$, où l'on s'attend à voir une résurgence des interférences. Fondamentalement on peut comprendre cette résurgence comme le rétablissement, autour de ce temps $2T$, de la symétrie par renversement du temps de la séquence expérimentale, cette symétrie étant au coeur des processus de localisation faible.

Cette méthode vient d'être mise en place sur l'expérience, et nous avons pu ainsi observer cette résurgence du pic de rétro-diffusion cohérent suite à l'application d'un tel pulse déphasant [Müller 14b] (voir partie 3.3.4). Ce résultat constitue une démonstration "indiscutable" des effets de cohérence dans notre système (et dans les systèmes d'atomes froids désordonnés en général).

La découverte d'un nouvel effet : le pic de diffusion cohérent vers l'avant

Le pic de rétro-diffusion cohérent, dont nous avons décrit l'observation ci-dessus, est uniquement un processus de localisation faible. Même si cette observation "va dans le bon sens", la localisation faible pouvant être vue comme un précurseur de la localisation d'Anderson, elle n'en constitue en aucun cas une signature. Suite aux premiers travaux décrits ci-dessus [Cherroret 14], la même équipe s'est alors tout naturellement posée la question de savoir s'il était également possible d'obtenir une signature de la localisation forte dans cette espace des vitesses. Pour y répondre, ils ont étudié numériquement comment évoluait cette distribution en configuration 2D, configuration pour laquelle le système doit rentrer dans le régime localisé après un certain temps t_{loc} (voir Fig. 3.9). Cette étude numérique a donné lieu à une réelle découverte : l'apparition d'un pic "jumeau", dans la direction de diffusion vers l'avant, autour du temps de localisation t_{loc} [Karpiuk 12]. Cet effet, appelé pic de diffusion cohérent vers l'avant, est actuellement activement étudié théoriquement, notamment afin de déterminer dans quelle mesure il pourrait constituer une signature directe de la localisation d'Anderson [Micklitz 14b, Lee 14a, Ghosh 14]. Quoi qu'il en soit précisément, ce pic constitue un nouvel effet pour la physique des systèmes désordonnés, mais encore jamais observé dans aucun système (ondes classiques ou ondes quantiques). Son observation est donc un enjeu expérimental de premier plan à l'heure actuelle.

3.2.6 Interactions et désordre : un rapide aperçu

Nous nous sommes concentrés jusqu'à présent sur l'étude des phénomènes de localisation pour des particules sans interaction. En parallèle, de nombreux travaux ont été menés sur l'étude des systèmes désordonnés en présence d'interactions, pour lesquels beaucoup de questions restent ouvertes (voir partie 3.1.4). Afin d'en donner un rapide tour d'horizon, on peut identifier deux catégories d'études distinctes, suivant la force de ces interactions.

Interactions faibles sur les états localisés : subdiffusion

Un premier champ de recherche concerne l'étude des interactions faibles sur les états localisés au sens d'Anderson. Dans ce régime, on considère les interactions de manière perturbative, i.e. comme un effet de déphasage (similaire au déphasage par effet Kerr en optique). Ces déphasages brouillent les phénomènes d'interférences constructives, affectant ainsi fortement les propriétés de localisation. Dans ce cas, différents modèles et simulations numériques réalisés à 1D [Paul 07, Pikovsky 08, Flach 09, Ivanchenko 11, Skokos 13] s'accordent pour prédire la disparition de la localisation d'Anderson, et l'apparition d'un régime de propagation sub-diffusif. Ce régime sub-diffusif a effectivement été observé au LENS [Lucioni 11], dans les réseaux bichromatiques 1D, en accord qualitatif avec les prédictions théoriques.

33. Il s'agit d'appliquer un "pulse" de potentiel inhomogène, $V(\mathbf{r})$, pendant une durée très courte Δt. Ce pulse est très court, de sorte que les atomes n'ont pas le temps de se déplacer, l'effet du pulse étant d'imprimer un déphasage local $\phi(\mathbf{r}) = V(\mathbf{r})\Delta t/\hbar$ sur les trajectoires.

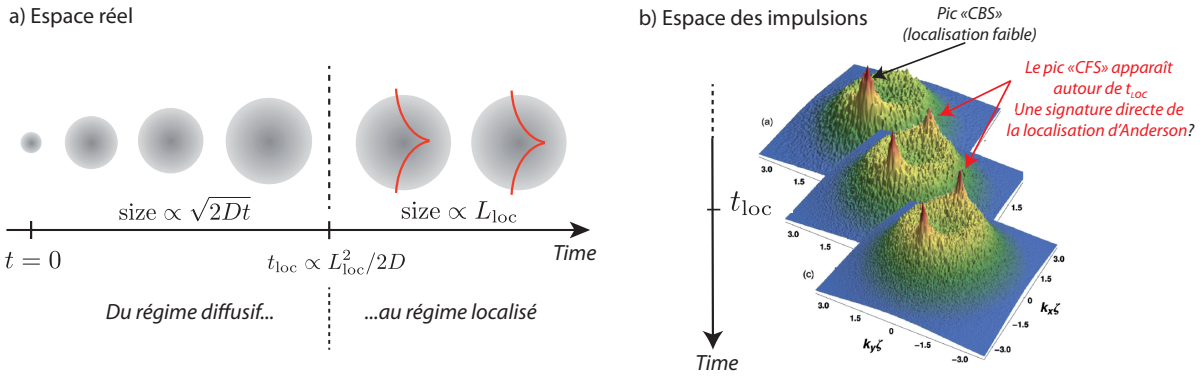

FIGURE 3.9 – **Le pic de diffusion cohérent vers l'avant : une nouvelle signature de la localisation d'Anderson ?** a) Présentation de la problématique en considérant l'évolution dans l'espace réel à 2D, pour lequel il existe un croisement entre un régime diffusif à temps courts et un régime localisé à temps longs ($t \geq t_{\rm loc} \sim L_{\rm loc}^2/2D$, où $L_{\rm loc}$ est la longueur de localisation). b) Apparition du pic de diffusion cohérente vers l'avant ("coherent forward scattering" en anglais) autour du temps de localisation $t_{\rm loc}$, d'après [Karpiuk 12].

La question semble beaucoup plus ouverte à 3D. Disparition totale de la localisation d'Anderson ou simple déplacement du seuil de la transition ? Les travaux théoriques récents menés dans l'équipe de D. Delande [Cherroret 14] proposent une réponse : le régime de localisation d'Anderson disparaîtrait, même en présence d'interactions très faibles, laissant place, là aussi, à un régime sub-diffusif. Ainsi il existerait toujours une énergie de transition à 3D en présence d'interactions mais séparant un régime sub-diffusif d'un régime diffusif [34]. A ce jour aucune expérience n'a été publiée dans ce domaine, laissant cette question encore en suspens [35].

Diagramme de phase des systèmes désordonnés à basse température

Un second axe de recherche concerne l'étude du diagramme de phase à basse température en présence de désordre et d'interactions. Différentes géométries ont été étudiées : du 1D [Fallani 07, Deissler 10, Dries 10, Gadway 11, Tanzi 13, Reeves 14] au 3D [White 09, Pasienski 10, Kondov 13] en passant par le cas 2D (dans un système à l'équilibre [Beeler 12, Allard 12] ou en étudiant la conduction entre deux réservoirs [Krinner 13], voir Fig. 3.6 . En connection avec de nombreux développements théoriques [36], ces travaux visent à identifier les différentes phase à basse température, entre phases isolante, superfluide ou normale ; notamment pour mettre en évidence une phase bien particulière dans le cas de bosons : le verre de Bose. Expérimentalement elles peuvent être identifiées en combinant différents outils d'analyses, comme la mesure de la fraction superfluide (imagerie par temps de vol), du spectre d'excitation en modulant le désordre, ou l'étude des propriétés de transport suite à l'application d'une force extérieure. Ces études ont par exemple permis i) d'étudier la compétition entre superfluidité et désordre sur l'amortissement des oscillations dipolaires [Dries 10] (voir Fig. 3.10a), ii) d'étudier l'évolution de la température critique d'apparition de la superfluidité, notamment à 2D sur la transition Berezinski-Kosterlitz-Thouless (BKT) [Allard 12], et iii) d'observer l'apparition de phases isolantes compatibles avec

34. Le régime diffusif n'étant pas significativement perturbé, ces travaux prédisent que cette énergie de transition correspond précisément au seuil de mobilité de la transition d'Anderson en l'absence d'interactions. [Cherroret 14]

35. Des discussions menées avec Giovanni Modugno indiquent qu'un comportement subdiffusif a effectivement été observé récemment à 3D (sur le dispositif expérimental ayant servi à l'observation de la localisation à 3D, voir partie 3.2.4).

36. Ces travaux concernent aussi bien le diagramme de phase 1D [Roscilde 08, Roux 08, Deng 08], 2D [Söyler 11, Lin 11, Carleo 13], 3D [Gurarie 09, Falco 09, Pilati 10], ou bien des propriétés tout à fait générales de ces diagrammes [Pollet 09]. Une question théorique particulièrement étudiée actuellement concerne l'universalité de la transition superfluide-isolant à 1D pour des bosons en régime de désordre fort et d'interactions modérées [Altman 04, Ristivojevic 12, Pielawa 13, Pollet 14, Ristivojevic 14], voir par exemple la dernière référence pour une présentation des développements récents, ou la revue [Cazalilla 11].

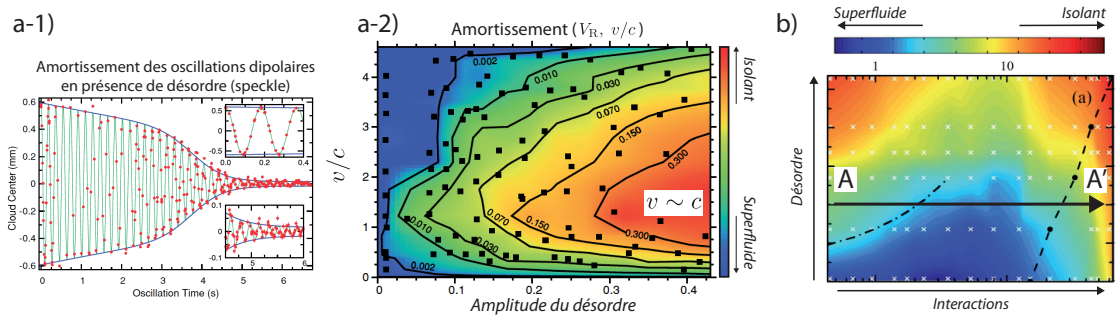

FIGURE 3.10 – **Deux exemples de systèmes désordonnés en interactions.** a) Etude de l'amortissement dipolaire d'un condensat de Bose Einstein ^{7}Li dans un piège harmonique en présence de désordre de type speckle laser, d'après [Dries 10]. Les oscillations permettent de remonter à la vitesse instantanée du centre de masse : à grande vitesse, le système n'est pas superfluide (critère de Landau $v \gg c$, où c est la vitesse du son) et l'amortissement est important. Cet amortissement diminue la vitesse, de sorte que le système se rapproche de la condition de superfluidité : les oscillations ne sont quasiment plus amorties quand $v \ll c$. Entre ces deux régimes, l'amortissement est maximal autour de $v \sim c$. Cette description permet de comprendre intuitivement l'allure de l'enveloppe des oscillations au cours du temps (a-1). En déterminant l'amortissement en fonction de la vitesse instantanée (à partir de l'enveloppe a-1) pour différentes amplitudes du désordre, les auteurs ont pu tracer le diagramme a-2, en très bon accord avec les prédictions théoriques [Albert 08]. b) Diagramme de phase à basse température de bosons (^{39}K) à 1D dans un réseau bichromatique, d'après [D'Errico 14]. La nature de la phase est ici déterminée à partir de la largeur de la distribution en impulsion (imagerie par temps de vol). Ce travail expérimental a pu en particulier montrer le caractère "réentrant" de la phase isolante lorsque la force des interactions augmente à désordre fixé (voir ligne AA').

les propriétés attendues pour les verres de Bose [Pasienski 10, Gadway 11, Tanzi 13, D'Errico 14]. Dans ce contexte, insistons plus particulièrement sur les dernières expériences réalisées à 1D au LENS [D'Errico 14] où la combinaison de ces différents outils d'analyses a permis de tracer un diagramme de phase à 1D en bon accord avec les prédictions théoriques (voir Fig. 3.10b). Si ces travaux ont permis d'extraire des premières signatures claires d'un verre de Bose, les inhomogénéités dû au piégeage harmonique, les effets de température et la présence de l'isolant de Mott dans un réseau limitent néanmoins l'étude précise de ce verre de Bose en particulier et du diagramme de phase en général. L'histoire n'est donc pas, encore une fois, terminée...

3.2.7 Atomes ultra-froids et désordre : état des lieux et perspectives

Ce tour d'horizon des différentes études réalisées sur le désordre avec des atomes froids nous a permis de dresser un panorama du domaine. Expérimentalement de nombreuses "expériences de référence" ont été réalisées dans ces systèmes, de l'observation de la localisation d'Anderson à 1D [Billy 08, Roati 08] et à 3D [Kondov 11, Jendrzejewski 12a, Semeghini 14], aux premières signatures du verre de Bose [D'Errico 14]. Ces expériences ont été menées en lien étroit avec de nombreux développements théoriques, allant de l'identification des conditions de localisation à 1D [Sanchez-Palencia 07] à d'importantes avancées sur la compréhension des systèmes bosoniques à basse température ("the dirty boson problem", voir par exemple [Cazalilla 11, Pollet 14, Ristivojevic 14]), en passant par le développement de nouveaux "raffinements" de la théorie auto-constistante de la localisation [Yedjour 10, Piraud 12c, Piraud 14] et finalement par la découverte d'un phénomène complètement nouveau et général : le pic de diffusion cohérent vers l'avant (le pic CFS) [Karpiuk 12].

Toutefois les efforts expérimentaux doivent se poursuivre afin de "transformer l'essai" et d'être capable de simuler précisément ces systèmes. Ainsi plusieurs défis expérimentaux devront être relevés pour l'étude de la localisation d'Anderson, comme la possibilité de résoudre le régime critique à 3D en maîtrisant la distribution d'énergie des atomes, celle d'observer la localisation d'Anderson à 2D ou même le "simple" développement de signatures indiscutables

de la localisation[37]. Dans ce contexte, l'observation de ce nouveau pic CFS sera un élément sans nul doute essentiel, sans compter l'intérêt scientifique plus général, ce pic n'ayant jamais été observé dans aucun système à ce jour. Concernant l'étude de la compétition entre désordre et interactions à basse température (établissement du diagramme de phase), les enjeux sont finalement similaires à ceux rencontrés pour l'étude d'autres phases quantiques (comme l'antiferromagnétisme) : atteindre des températures encore plus basses et construire des systèmes les plus homogènes possible (par exemple suivant la nouvelle méthode développée dans le groupe de Z. Hadzibabic à Cambridge [Gaunt 13]).

A plus ou moins long terme, ce domaine sera amené à se développer dans de nouvelles directions, en se rapprochant plus encore des thématiques de la matière condensée. Par exemple, les techniques permettant de créer des champs magnétiques artificiels [Lin 09, Dalibard 11, Goldman 13] ouvrent la voie vers l'étude des propriétés magnétiques des systèmes désordonnés, des effets de magnéto-résistance négative [Towers 13] à l'étude des transitions inter-plateaux dans l'effet Hall quantique [Pruisken 88, Huckestein 95]. De même, l'introduction de couplage spin-orbit [Lin 11, Galitski 13], ou l'étude de la propagation autour des points de Dirac dans un réseau de maille hexagonal [Lee 14b], permettrait d'observer le phénomène d'anti-localisation. Enfin, pour revenir à l'étude des systèmes en interactions, il serait intéressant d'introduire des interactions longues portées en utilisant l'interaction dipôle-dipôle pour simuler les interactions Coulombiennes (par exemple en utilisant des états de Rydberg habillés suivant la proposition [Pupillo 10], cette méthode n'ayant cependant pas encore été démontrée).

37. Rappelons que la signature "classique" reposant sur l'arrêt de l'expansion peut être aisément remise en question, en raison de la possibilité de piégeage classique (un problème essentiel à 2D) ou plus simplement de la difficulté de différencier un arrêt total de la propagation d'une simple diffusion extrêmement lente. Voir par exemple la correspondance [McGehee 13, Müller 14a].

3.3 Présentation détaillée des travaux effectués

Cette partie décrit plus spécifiquement les travaux réalisés sur la thématique du désordre. Les deux premières sections sont consacrées aux études qui ont conduit à l'observation de la localisation d'Anderson à 1D [Billy 08] puis à 3D [Jendrzejewski 12a]. Les deux suivantes concerneront les études plus récentes sur l'observation du pic de rétro-diffusion cohérent dans l'espace des vitesses [Jendrzejewski 12b], ainsi que de l'observation de sa disparition et résurgence suite à l'application d'une brève perturbation [Müller 14b].

Ces travaux ayant été précédemment remis dans leur contexte scientifique général, nous insisterons ici sur le contexte local (organisation et thèses impliquées). Les principes physiques seront explicités avant de présenter les résultats obtenus. Afin de permettre une lecture auto-suffisante du manuscrit, j'ai regroupé dans les *encadrés 3 et 4* (double page à suivre) les notions théoriques élémentaires utilisées pour décrire la propagation d'onde de matière en fonction des paramètres microscopiques du désordre. Pour plus de détails, les articles sont joints dans l'appendice B. Le lecteur pourra également se référer aux différentes thèses réalisées sur cette thématique [Billy 10, Bernard 10, Jendrzejewski 12c, Müller 14c].

De manière générale, ces travaux ont été financés par différentes sources (voir Curriculum Vitae), notamment sur contrat ANR ("Locabec" pour 2008-2011 et "DisorderTransitions" pour 2012-2015), IFRAF (Institut Francilien des Atomes Froids) et ERC ("Quantatop" - Alain Aspect).

3.3.1 Observation de la localisation d'Anderson à 1D

Cette section décrit l'expérience ayant conduit à l'observation directe de la localisation d'Anderson à 1D dans un désordre créé par speckle laser. Ce travail a donné lieu à une publication dans Nature [Billy 08] [38].

Le contexte local

Cette expérience a été menée à la suite des premières tentatives pour observer la localisation d'Anderson à 1D [Clément 05, Fort 05, Schulte 05] (thèse de David Clément [Clément 07] sur un autre dispositif expérimental du groupe, appelé "BEC1", et qui a été démantelé à la fin de cette thèse) et des travaux théoriques de L. Sanchez-Palencia permettant d'identifier la condition à respecter pour pouvoir observer la localisation d'Anderson [Sanchez-Palencia 07] [39] (voir partie 3.2.2).

A la même époque, l'équipe (composée de Juliette Billy en deuxième année de thèse, Zanchun Zuo post-doctorante, et Alain Bernard en début de thèse [40]) travaillait sur les propriétés de couplage du laser à atomes guidé. En particulier nous menions alors un travail important de stabilisation de l'expérience (voir chapitre 2). Pour la petite histoire, nous étions alors la dernière équipe du groupe à ne pas avoir déménagé sur le nouveau site de Palaiseau, afin de finir ces travaux sur le laser à atomes et ne pas couper trop fortement l'avancement de la thèse de Juliette Billy.

38. Ainsi qu'un article dans le magazine *Images de la physique* du CNRS [Aspect 09a] et dans les comptes rendus de la conférence ICAP 2008 [P. Bouyer 08]

39. A savoir l'identification d'un seuil de mobilité effectif dans un désordre de type speckle laser, voir ci-dessous.

40. Alain Bernard était chargé à ce moment là de préparer le déménagement vers Palaiseau en mettant en places un nouveau banc optique pour le refroidissement laser.

Encadré 3 : Propriétés statistiques d'un désordre crée par speckle

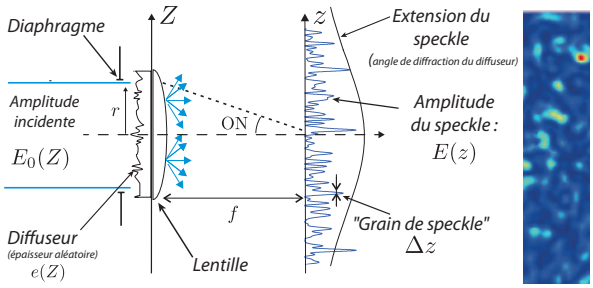

Figure 1. Réalisation d'une figure de speckle par diffraction sur une surface rugueuse. Les axes Z et z correspondent respectivement aux amplitudes du champ au niveau du diffuseur et du speckle (dans le plan focal de la lentille). f est la focale de la lentille et r le rayon du diaphragme (ON=r/f).

Expression de l'amplitude du champ E(z). Il correspond à la diffraction à l'infini (Fraunhofer) du champ ayant traversé le diffuseur :

$$\begin{aligned} E(z) &\propto \int E_0(Z) e^{i\phi_{\rm diff}(Z)}\, e^{-2i\pi u Z} dZ \\ &\equiv TF\Big(E_0(Z) e^{i\phi_{\rm diff}(Z)}\Big)_{u=z/\lambda f} \end{aligned} \tag{3.13}$$

où $\phi_{\rm diff}(Z) = (n-1)e(Z) \gg \pi$ est la phase aléatoire acquise lors de cette traversée. Le champ $E(z)$, résultant d'une somme de variables aléatoires indépendantes, est donc une variable aléatoire Gaussienne (théorème de la limite centrale).

Distribution en amplitude du désordre P(V). Le désordre ressenti par les atomes est directement proportionnelle à l'intensité du speckle : $V(z) \propto I(z) = |E(z)|^2$, voir Eq. 3.12. La distribution en amplitude suit donc une loi d'exponentielle décroissante (loi de Rayleigh) :

$$P(V) = \frac{1}{V_{\rm R}} e^{-V/V_{\rm R}} \tag{3.14}$$

où $V_{\rm R}$ se comprend aussi bien comme la moyenne du désordre que sa variance [a]. Notons que $V_{\rm R}$ décrit l'amplitude moyenne *locale* du speckle et dépend de la position. Dans les expériences décrites ici l'extension du speckle est de forme Gaussienne [b].

Correlation spatiale $\mathbf{C(z) = \langle \delta V(z')\delta V(z'+z)\rangle}$. Elle peut s'écrire directement en fonction de la fonction de corrélation du champ lui-même (théorème de Wick pour des fonctions aléatoires gaussienne). On obtient ainsi :

$$\begin{aligned} C(z) &\propto |\langle E(z')E(z'+z)\rangle|^2 \\ &\propto \Big|TF\Big(I_0(Z)\Big)_{u=z/\lambda f}\Big|^2 \end{aligned} \tag{3.15}$$

Cette fonction de corrélation est très proche de la *limite de diffraction*, i.e. la tâche de focalisation que l'on obtiendrait pour un système sans aberration et en l'absence du diffuseur. Pour une illumination uniforme sur le diffuseur ($I_0(Z)$ =c$^{\rm ste}$ sur $[-r, r]$), on obtient :

$$C_{\rm 1D}(z) = V_{\rm R}^2\, {\rm sinc}^2\big(\pi {\rm z}/\Delta {\rm z}\big) \tag{3.16}$$

où $\Delta z = \lambda f/2r = \lambda/2{\rm ON}$ (voir figure 2 ci-dessous).

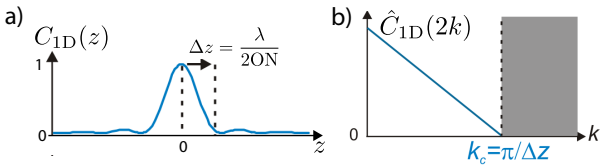

Figure 2. a) Fonction de correlation spatiale $C_{\rm 1D}(z)$ et b) : densité des fréquences spatiales $\hat{C}_{\rm 1D}(2k)$ pour une illumination uniforme du diffuseur (voir Eqs. 3.16 et 3.18). Comme nous le verrons partie 3.3.1, $k_{\rm c} = \pi/\Delta z$ joue un rôle essentiel dans les propriétés de localisation à 1D (seuil de mobilité effectif dans l'approximation de Born).

Densité des fréquences spatiales $\mathbf{\hat{C}(k)}$. Elle est liée à la transformée de Fourier de la fonction de corrélation (théorème de Wiener-Kintchine) :

$$\begin{aligned} \hat{C}(k) &= \int C_V(z) e^{ikz} dz \\ &\propto I_0(\frac{\lambda f}{2\pi}k) * I_0(\frac{\lambda f}{2\pi}k). \end{aligned} \tag{3.17}$$

Cette fonction étant directement proportionnelle à l'autocorrélation de la distribution d'intensité sur le diffuseur I_0 (à un facteur d'échelle près), la présence d'un diaphragme impose *une fréquence de coupure maximale* dans le spectre du speckle. Celle-ci est donnée par $2k_{\rm c}$ avec $k_{\rm c} = \pi/\Delta z$ [c]. Dans le cas d'une illumination uniforme, la densité des fréquences spatiales se met sous la forme extrêmement simple (voir figure 2 ci-dessus) :

$$\hat{C}_{\rm 1D}(2k) = \frac{V_{\rm R}^2}{2k_{\rm c}}\big(1 - \frac{|k|}{k_{\rm c}}\big) \quad \big(|k| \le k_{\rm c}\big) \tag{3.18}$$

a. $V_{\rm R} = \langle V\rangle = \sigma_V$ avec $\sigma_V = \sqrt{\langle [V - \langle V\rangle]^2\rangle}$. Cette propriété est à l'origine du très grand contraste observé sur une figure de speckle, voir figure 1.

b. L'extension du champ de speckle est liée à la taille des "grains" du diffuseur, suivant $\langle I(z)\rangle \propto {\rm TF}\big(C_{\rm diff}(Z)\big)_{u=z/\lambda f}$ où $C_{\rm diff}(Z)$ est la corrélation spatiale du diffuseur. Cette fonction étant Gaussienne pour les diffuseurs utilisés, la répartition globale du speckle l'est également.

c. Cette fréquence de coupure $4\pi{\rm ON}/\lambda$ est commune à tous les systèmes optiques de même ouverture numérique.

Encadré 4 : Approximation de Born pour la diffusion des ondes de matière

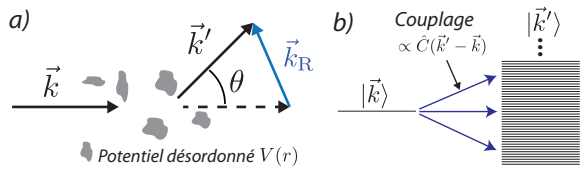

Figure 1. a) : Diffusion d'une onde incidente dans le régime de Born : l'onde initiale $\mathbf{k}$ est diffusée vers la direction $\mathbf{k}'$ par une fréquence spatiale du désordre satisfaisant la conservation de l'impulsion : $\mathbf{k}_R = \mathbf{k}' - \mathbf{k}$ ($|\mathbf{k}_R| = 2k \sin\theta/2$). b) Représentation de la diffusion en terme de couplage à un continuum.

Fonction de phase $\mathcal{P}(\theta)$ (ou section différentielle de diffusion). Elle correspond à la probabilité de diffusion dans une direction θ. En regime de désordre faible, elle est simplement proportionnelle à la densité des fréquences spatiales [a] (voir Eq. 3.17, *encadré 3*) à la fréquence spécifique du désordre $\mathbf{k}_R = \mathbf{k}' - \mathbf{k}$ [Akkermans 07] (voir figures 1 et 2) :

$$\mathcal{P}(\theta) \propto \hat{C}(\mathbf{k}' - \mathbf{k}) = \hat{C}\big(2k \sin\theta/2\big) \tag{3.19}$$

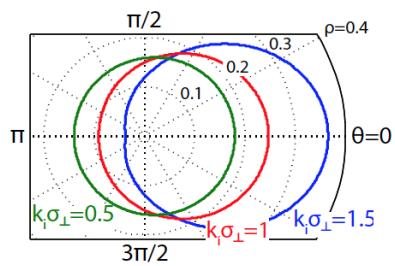

Figure 2. Fonction de phase $\mathcal{P}(\theta)$ pour un désordre 2D de longueur de corrélation spatiale σ_R [b]. Pour $k\sigma_R \gtrsim 1$, la longueur d'onde est plus petite que la taille des grains du désordre : la diffusion est anisotrope et piquée vers l'avant. Inversement $k\sigma_R \lesssim 1$ correspond à une diffusion isotrope.

Temps moyen de diffusion élastique τ_s. La diffusion de l'onde initiale, de vecteur d'onde $\mathbf{k}$, vers les différents vecteurs $\mathbf{k}'$ peut se traiter comme un couplage à un continuum, le couplage étant proportionnel à $\hat{C}(\mathbf{k}' - \mathbf{k})$. τ_s s'interprète comme *le temps de vie* de l'état initial et se calcule par la règle d'or de Fermi [Akkermans 07] :

$$\frac{1}{\tau_s} = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{\vec{k}'} \tilde{C}(\vec{k}' - \vec{k}) \delta\big(E_{k'} - E_k\big) \tag{3.20}$$

Le libre parcours moyen l_s s'en déduit directement par $l_s = v\tau_s$.

Temps moyen de transport τ_B. Le temps τ_s ne rend pas compte de l'anisotropie éventuelle de la diffusion. On introduit donc le temps τ_B, caractérisant l'isotropisation complète de la diffusion, par :

$$\frac{1}{\tau_B} = \frac{1}{\tau_s}\big(1 - \langle \cos\theta \rangle\big) \quad \Big[l_B = v\tau_B\Big] \tag{3.21}$$

Ici $\langle ... \rangle$ correspond à une moyenne sur la fonction de phase (voir Eq. 3.19). On a ainsi $\tau_B \sim \tau_s$ pour une diffusion isotrope ($k\sigma_R \lesssim 1$) et $\tau_B \gg \tau_s$ pour une diffusion anisotrope ($k\sigma_R \gg 1$). Dans le cas décrit figure 2, on obtient [Shapiro 12] :

$$\tau_s = \tau_B = \frac{\hbar}{\pi} \frac{E_R}{V_R^2} \quad \text{pour} \quad k\sigma_R \ll 1 \tag{3.22}$$

Nous avons introduit ici une énergie caractéristique, $E_R = \hbar^2/2m\sigma_R^2$, appelée *énergie de corrélation du désordre*.

Elargissement en énergie : la fonction spectrale $\mathcal{A}(k, E)$. En présence de désordre, les ondes planes $\mathbf{k}$ ne sont plus les états propres du système. L'onde plane initiale va ainsi s'élargir en énergie autour de l'énergie initiale $E_k^{(0)} = \hbar^2 k^2/2m$. Cet élargissement est caractérisé la fonction spectrale $\mathcal{A}(k, E) = |\langle k|E\rangle|^2$: une Lorentzienne (en désordre faible) donnée par

$$\mathcal{A}_{Born}(k, E) \propto \frac{1}{\big(E - E_k^{(0)}\big)^2 + \big(\hbar/\tau_s\big)^2}, \tag{3.23}$$

et de largeur $\Delta E_R = \hbar/\tau_s \sim V_R^2/E_R$ (Eq. 3.22). Cette largeur [c] peut se comprendre comme l'amplitude effective du désordre vu par les atomes (énergie potentielle "lissée" par la longueur d'onde) :

$$\Delta E_R \equiv V_{R,\text{eff}} \sim \frac{V_R^2}{E_R} \tag{3.24}$$

Condition de désordre faible. L'approche perturbative développée ici est valide si l'élargissement en énergie (force effective du désordre) est faible devant l'énergie "libre" des atomes $E_k^{(0)}$:

$$\frac{V_R^2}{E_R} \ll E_k^{(0)} \quad \Leftrightarrow^{d} \quad kl_s,\ kl_B \gg 1. \tag{3.25}$$

a. Il s'agit d'une extension de l'expression pour une impureté localisée. Dans ce cas la fonction de phase (ou section efficace différentielle) est proportionnelle à la transformée du potentiel $\hat{V}_{\text{imp}}(\mathbf{k}' - \mathbf{k})$ [**?**].

b. On considère ici une fonction de corrélation Gaussienne $C(r) \propto e^{-r^2/2\sigma_R^2}$ (densité spectrale $\hat{C}(k) \propto e^{-k^2\sigma_R^2/2}$).

c. De la même manière, un état d'énergie E donné acquiert une largeur en impulsion $(\Delta k)_R = 1/l_s$.

d. A partir de l'expression 3.22, on a $kl_s \sim 1/\Delta$ avec $\Delta = V_R^2/E_k^{(0)} E_R$. La condition de désordre faible s'écrit donc de manière équivalente $\Delta \ll 1$. Cette condition se retrouve en écrivant que la transmission (éventuellement assistée par effet tunnel) à travers une fluctuation du potentiel de taille σ_R est de l'ordre de 1 [Kuhn 07].

Ces études ont cependant conclu à la présence de fluctuations du champ magnétique trop importantes pour que le problème puisse être résolu à court terme [41]. Mais ces efforts de stabilisation ne furent pas perdus pour autant, et loin de là... En effet il est apparu que ce dispositif, permettant le guidage d'une onde de matière à 1D, était finalement le dispositif le mieux placé au sein du groupe pour tenter d'observer la localisation d'Anderson.

L'étude du laser à atomes guidé a donc été temporairement stoppée fin août 2007, et nous nous sommes lancés, dernière équipe expérimentale dans l'ancien site d'Orsay quasi-désert, dans cette "quête" de la localisation, au sein d'une intense compétition internationale [42]. Non sans avoir rencontré quelques obstacles, nous avons pu finalement obtenir les premières signatures de la localisation d'Anderson fin décembre 2007. Ce résultat doit beaucoup à l'investissement total de Juliette Billy durant cette période.

Un peu de physique

1. L'existence d'un seuil de mobilité effectif à 1D. Nous avons vu au début de ce chapitre que les phénomènes de localisation étaient extrêmement efficaces à 1D, tous les états étant en principe localisés pour un système de taille infini (voir partie 3.1.2). Il est ainsi a priori possible d'observer la localisation d'Anderson en régime de désordre faible, c'est à dire avec une énergie des atomes bien supérieure aux fluctuations du potentiel désordonné (le diagramme présenté Fig. 3.3 au début de ce chapitre est repris ici sur la figure 3.11). Cette condition est en fait essentielle afin d'exclure toute possibilité de piégeage classique entre deux barrières du potentiel [43]. Dans ces conditions de désordre faible [44], l'approximation de Born (voir *encadré 4*) permet d'obtenir une expression très simple des longueurs de localisation en fonction de la densité des fréquences spatiales du désordre. Les expressions 3.1 et 3.21 donnent en effet [45] [46] :

$$L_{\mathrm{loc}}^{(\mathrm{Born})}(E) = 2l_{\mathrm{B}}(k) \propto \frac{1}{\hat{C}(2k)}, \tag{3.26}$$

où l'on a posé $E = \hbar^2 k^2/2m$, k correspondant ainsi à l'impulsion typique de l'état d'énergie E [47]. $\hat{C}(2k)$ est la distribution des fréquences spatiales du désordre (voir définition 3.17 de l'*encadré 3*) prise à la fréquence spatiale $2k$, i.e. la fréquence spatiale permettant à une onde incidente d'impulsion k d'être rétro-diffusée en régime de désordre faible (conservation de l'impulsion, voir figure 1 de l'*encadré 4*).

Dans le cas d'un désordre créé par speckle laser, la densité des fréquences spatiales $\hat{C}(2k)$ possède une fréquence de coupure maximale $k_{\mathrm{c}} = \pi/\Delta z$, où Δz est la taille du grain de speckle, conséquence directe des lois de la diffraction pour un système d'ouverture numérique finie (voir

41. Comme expliqué au chapitre 2, les études sur le laser à atomes guidé ont été reprises après le déménagement sur le site de Palaiseau, les améliorations en terme de stabilité magnétique apportées à l'expérience nous ayant permis de finaliser le travail sur l'étude du couplage du laser à atomes.

42. Mis à part l'équipe de M. Inguscio et G. Modugno au LENS, le groupe de R. Hulet à Houston ainsi que celui de J. Arlt et W. Ertmer à Hannovre travaillaient aussi activement à cette époque pour tenter d'observer la localisation.

43. On utilise un potentiel répulsif dans nos expériences pour éviter au maximum les interprétations en terme de piégeage classique, par exemple dû à l'inhomogénéité du champ de speckle (quelques mm).

44. Une définition précise de cette condition est donnée par l'expression 3.25 : $\Delta = V_{\mathrm{R}}^2/E_k E_{\mathrm{R}} \ll 1$, où E_{R} est l'énergie de corrélation du désordre. Pour notre configuration, on peut quantifier la force du désordre en mettant ce paramètre sous la forme $\Delta_{1\mathrm{D}} = V_{\mathrm{R}}^2/2\mu_{\mathrm{in}} E_{\mathrm{c}}^{(1\mathrm{D})}$ (voir Eqs. 3.27 et 3.28). Les paramètres correspondant au profil expérimental montré sur la figure 3.13b donne $\Delta_{1\mathrm{D}} \sim 1.5\ 10^{-3}$ ($kl_{\mathrm{s}} \sim 1000$).

45. A 1D, il n'existe que deux processus participant au calcul du temps de diffusion τ_{s} (voir règle d'or de Fermi, Eq. 3.20) : $1/\tau_{\mathrm{s}}(k) \propto \left(\hat{C}(0) + \hat{C}(2k)\right)$. Le facteur prenant en compte l'anisotropie $(1 - \langle\cos\theta\rangle)$ dans l'expression de τ_{B} (Eq. 3.21) annule la composante $\hat{C}(0)$ liée à la diffusion vers l'avant ($\theta = 0$) et renforce d'un facteur 2 la composante $\hat{C}(2k)$ liée à la rétro-diffusion ($\theta = \pi$). On a donc $1/\tau_{\mathrm{B}} \propto \hat{C}(2k)$.

46. Cette propriété peut être également obtenue en utilisant le formalisme de phase, comme utilisé dans [Sanchez-Palencia 07].

47. Chaque état d'énergie acquiert un certain élargissement en impulsion $\Delta k \sim 1/l_{\mathrm{s}}$ en présence de désordre (voir Eq. 3.23 de l'*encadré 4*). En désordre faible, cet élargissement est petit comparé à l'impulsion typique : $\Delta k \ll k$ (ou de manière équivalente $kl_{\mathrm{s}} \gg 1$).

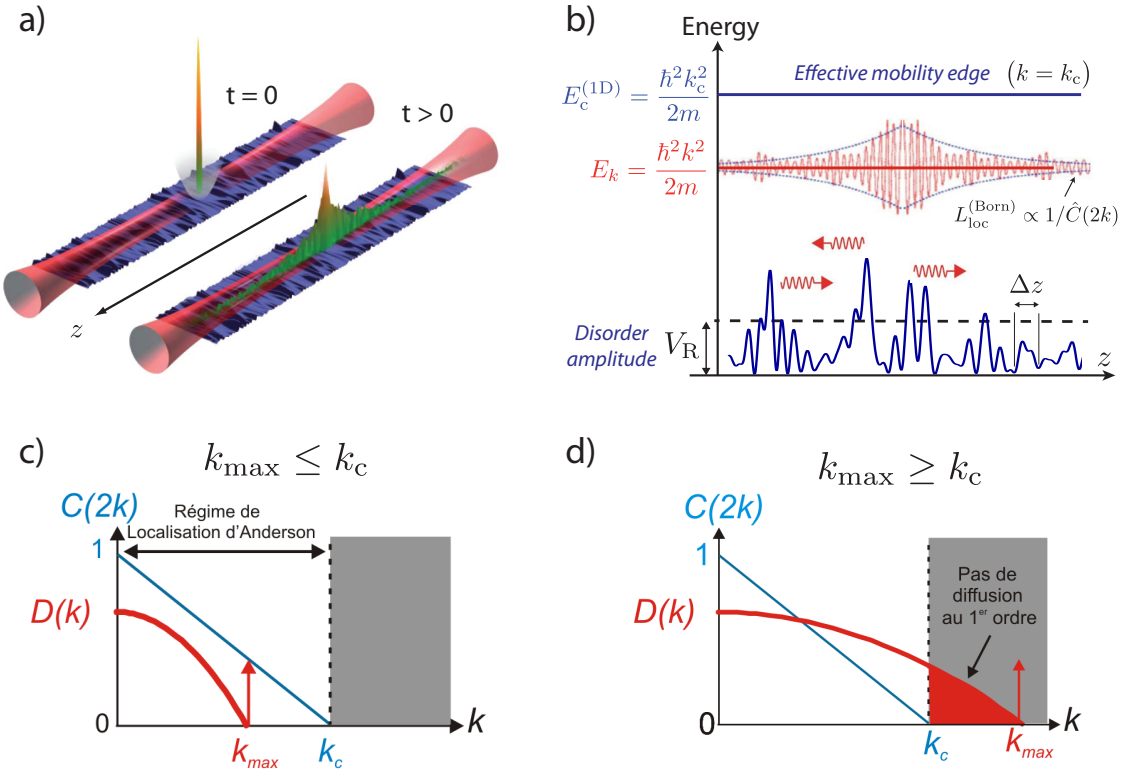

FIGURE 3.11 – **Principe de la localisation d'Anderson à 1D.** a) Principe expérimental. Un condensat de Bose Einstein est préparé dans un guide optique en ajoutant un confinement longitudinal. A l'instant $t = 0$ le condensat est relâché en présence de désordre 1D créé par speckle laser (voir Fig. 3.12) et l'expansion est observée au cours du temps par imagerie de fluorescence. b) Diagramme d'énergie, où l'énergie de la particule $E_k = \hbar^2 k^2/2m$ est très supérieure à l'amplitude du potentiel désordonné V_R. Dans le cadre de l'approximation de Born, la longueur de localisation est alors inversement proportionnelle à la densité des fréquences spatiales du désordre à la fréquence $2k$ (voir Eq. 3.26). La fréquence de coupure $k_c = \pi/\Delta z$ (voir *encadré 3*) dans le spectre du speckle conduit ainsi à l'apparition d'un seuil de mobilité effectif autour de l'énergie $E_c^{(1D)}$ (voir texte). c) Condition de localisation de l'intégralité du condensat en expansion : $k_{max} \leq k_c$, où k_{max} est l'impulsion maximale caractérisant la distribution en impulsion $\mathcal{D}(k)$ de l'onde de matière. Le profil total a dans ce cas une décroissance exponentielle donnée par $L_{loc}(k_{max})$ (voir Eq. 3.30). d) Cas $k_{max} \geq k_c$, pour lequel seule une partie de l'onde de matière localise. La décroissance du profil localisé est alors algébrique, en $1/|z|^2$ (voir Eq. 3.31).

encadré 3 et Fig. 3.11). Ainsi l'expression 3.26 donnée ci-dessus prédit l'apparition d'un seuil, la longueur de localisation devenant subitement infinie pour $k > k_c$ ($\hat{C}(2k) = 0$ et $L_{loc}^{(Born)} = \infty$). Cette expression est bien sûr uniquement valable dans le cadre de l'approximation de Born et la prise en compte des ordres supérieurs de perturbation montre que la longueur de localisation ne diverge pas (tous les états sont bien localisés) mais subit un saut abrupt, qui peut atteindre plusieurs ordres de grandeur en $k \simeq k_c$ [Gurevich 09, Lugan 09]. En pratique, la longueur de localisation peut donc être raisonnablement faible (et mesurable) pour $k < k_c$, mais elle devient gigantesque (et donc inobservable à l'échelle de l'expérience ; quelques mm) pour $k > k_c$. On parle alors de *seuil effectif de mobilité* à 1D [48]. En terme d'énergie, ce seuil de mobilité se met

48. L'existence de ce type de seuil de mobilité effectif a également été observé dans les systèmes μ-ondes 1D, où les propriétés de corrélations spatiales peut être conçues spécifiquement pour supprimer ou amplifier les effets de localisation [Kuhl 00, Kuhl 08]. Dans la même idée, il est en principe de possible de "jouer" avec les propriétés de corrélation du désordre dans nos systèmes pour moduler les propriétés de localisation [Piraud 12b].

sous la forme d'une énergie critique,

$$E_{\mathrm{c}}^{(1\mathrm{D})} = \frac{\hbar^2 k_{\mathrm{c}}^2}{2m} = \pi^2 \frac{\hbar^2}{2m\Delta z^2} \tag{3.27}$$

qui n'est rien d'autre qu'une définition spécifique de l'*énergie de corrélation du désordre* comme introduite Eq. 3.22 de l'*encadré 4*. On voit donc ici l'importance de cette énergie caractéristique sur la physique de la localisation d'Anderson. Nous aurons l'occasion d'y revenir plus en détail dans la partie suivante dédiée à l'étude de la localisation à 3D.

2. Condensat en expansion : une distribution en impulsion bornée par k_{max}. L'onde de matière que nous utilisons est issue d'un condensat de Bose Einstein (^{87}Rb), réalisé directement dans un guide optique en ajoutant un piégeage magnétique dans la direction longitudinale. En éteignant le champ magnétique, on déclenche alors l'expansion du condensat dans le guide. Lors des premiers instants de l'expansion, l'énergie associée aux interactions répulsives présentes dans le condensat initial (énergie liée au potentiel chimique μ_{in}), est rapidement convertie en énergie cinétique. On obtient ainsi une onde de matière sans interactions, caractérisée par une distribution en impulsion $\mathcal{D}(k)$. A 1D, et dans le cas d'un condensat initial parfaitement pur, on montre que cette distribution est une parabole inversée [49] [Castin 96, Kagan 96] :

$$\mathcal{D}(k) \propto 1 - (\frac{k}{k_{\mathrm{max}}})^2 \quad \text{avec} \;\; k_{\mathrm{max}} = \sqrt{4m\mu_{\mathrm{in}}}/\hbar \quad (\text{i.e.} \;\; E_{\mathrm{max}} = 2\mu_{\mathrm{in}}) \tag{3.28}$$

3. Les profils stationnaires : une superposition d'états localisés. Chaque impulsion k présente dans la distribution initiale de l'onde de matière se propage dans le désordre et va être stoppée (ou non) par le désordre suivant que que cette impulsion se trouve au-dessous ou au-dessus du seuil de localisation k_{c}. Si on néglige les interférences entre ces différentes composantes (elles se moyennent rapidement à zéro), le profil stationnaire total résulte d'une superposition de profils localisés avec différentes longueurs de localisation [50] :

$$\lim_{|z|\to\infty} |\psi(z)|^2 \propto \int_0^\infty dk \mathcal{D}(k) e^{-|z|/L_{\mathrm{loc}}(k)} \tag{3.29}$$

On peut séparer deux cas :

— $\mathbf{k}_{\mathrm{max}} < \mathbf{k}_{\mathrm{c}}$: toutes les composantes en k localisent. Les longueurs de localisation augmentant avec l'impulsion k, le profil est dominé dans les ailes par la longueur de localisation maximale, $L_{\mathrm{loc}}(k_{\mathrm{max}})$:

$$\lim_{|z|\to\infty} |\psi(z)|^2 \propto \int_0^{k_{\mathrm{max}}} dk \mathcal{D}(k) e^{-|z|/L_{\mathrm{loc}}(k)} \propto e^{-z/L_{\mathrm{loc}}(k_{\mathrm{max}})}. \tag{3.30}$$

49. La situation expérimentale est un peu plus complexe car le condensat initial n'est pas 1D mais 3D ($\mu_{\mathrm{in}} \geq \hbar\omega_\perp$). Toutefois on peut toujours définir une impulsion maximale k_{max}, le lien direct avec μ étant un peu plus délicat à déterminer, voir [Billy 10] Annexe A.

50. L'expression donnée ici est en réalité adaptée pour décrire le début de la décroissance des profils (i.e. dans les premières décades accessibles expérimentalement), mais ne décrit pas le comportement asymptotique réellement attendu très loin dans les ailes [Piraud 11]. Sans rentrer trop dans les détails, ce comportement asymptotique est le résultat de deux contributions. Premièrement la décroissance asymptotique exponentielle de la densité n'est pas donnée par la longueur de localisation, mais par son double $2L_{\mathrm{loc}}$ [Gogolin 75] ! Cette propriété provient du fait que la longueur de localisation n'est pas définie à partir de la décroissance de la densité mais de son logarithme (i.e. $L_{\mathrm{Loc}} = \lim_{z\to\infty} -[z/\langle \ln|\psi(z)|^2\rangle$, voir note de bas de page à propos de l'expression 3.1). Si ce dernier est une quantité auto-moyennante, ce n'est pas le cas de la densité qui est sujette à d'importantes fluctuations, qui sont à l'origine de l'apparition du facteur 2. Deuxièmement, la prise en compte de l'élargissement en énergie dû au branchement soudain du désordre (une Lorentzienne correspondant à $\Delta k \sim 1/l_{\mathrm{s}}$, voir Eq. 3.23) donne également lieu à une déviation importante. Celle-ci apparaît très loin dans les ailes mais domine le comportement asymptotique global.

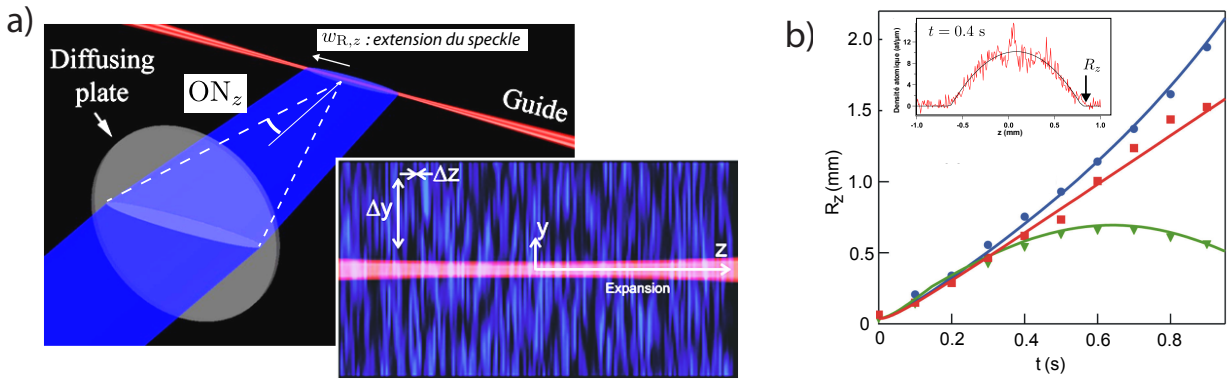

FIGURE 3.12 – **Dispositif expérimental**. a) Réalisation d'un désordre "1D" répulsif à l'aide d'un speckle laser désaccordé dans le bleu (λ =514 nm, laser Argon). La taille des grains du speckle étant directement reliée à l'ouverture numérique, on obtient une taille très fine dans la direction z et allongée dans la direction y en éclairant le diffuseur avec une nappe de lumière très anisotrope. Le champ de speckle est ensuite focalisé au niveau des atomes avec une lentille de focale $f = 14$ mm. L'ouverture numérique suivant l'axe z est ici d'environ $\mathrm{ON}_z \sim 0.3$, donnant $\Delta z = \lambda/2\mathrm{ON}_z = 0.82$ μm. Le champ de speckle a une forme Gaussienne dont le waist est donné par $w_{\mathrm{R},z} = f\theta_{\mathrm{diff}}/\sqrt{2\ln 2}$, où θ_{diff} est l'angle de diffusion du diffuseur (FWHM). Deux diffuseurs distincts ont été utilisés ($\theta_{\mathrm{diff},1} = 10°$ et $\theta_{\mathrm{diff},2} = 30°$), correspondant aux extensions : $w^{(1)}_{\mathrm{R},z} = 2.1$ mm et $w^{(2)}_{\mathrm{R},z} = 6.3$ mm (voir Fig. 3.13d). b) Expansion "libre" du condensat (i.e. en l'absence de désordre) dans le guide. La courbe montre l'évolution de la taille du condensat (i.e. le rayon $R_z(t)$ obtenu en ajustement le profil longitudinal par une parabole inversée, voir insert) en fonction du temps pour différentes configurations du potentiel ressenti par les atomes le long de l'axe z. Un potentiel parfaitement plat est obtenu en compensant le piégeage optique le long du guide par un potentiel magnétique expulsant (les bobines créant ce champ magnétique additionnel ne sont pas montrées ici, voir [Billy 10]). Suivant l'importance du champ magnétique on peut réaliser des configurations piégeante (vert), expulsante (bleu) ou purement balistique (rouge) : la configuration recherchée. Dans ce dernier cas, on mesure directement la vitesse d'expansion du condensat à partir de la pente de la courbe (les lignes continues correspondent aux prédictions données par les lois d'échelle [Castin 96, Kagan 96]), donnant ainsi $v_{\max} = 1.7$ mm/s ($k_{\max} = 2.47$ $\mu\mathrm{m}^{-1}$).

— $\mathbf{k}_{\max} > \mathbf{k}_{\mathrm{c}}$: seule une partie de la distribution localise. Les impulsions vérifiant $k > k_{\mathrm{c}}$ sont balistiques et s'échappent le long du guide. L'intégration sur les profils localisés restant donne alors une décroissance algébrique du profil total [51] :

$$\lim_{|z|\to\infty} |\psi(z)|^2 \propto \int_0^{k_{\mathrm{c}}} dk\mathcal{D}(k)e^{-z/L_{\mathrm{loc}}(k)} \propto \frac{1}{|z|^2}. \tag{3.31}$$

Le dispositif expérimental

La géométrie du dispositif est indiqué sur la figure 3.12. Le condensat de Bose Einstein (^{87}Rb) est créé dans un piège optique 1D, en présence d'un piégeage magnétique assurant le confinement longitudinal initial le long de l'axe z. Le désordre est réalisé par un speckle laser créé en passant un faisceau laser à travers une lame diffusante et en le focalisant au niveau des atomes, l'axe de propagation x étant orthogonal au guide. En illuminant ce diffuseur avec un faisceau laser fortement anisotrope, on réalise une ouverture numérique effective très différente suivant l'axe de propagation par rapport à la direction transverse (voir Fig. 3.12a). On crée ainsi un désordre "1D", la taille du grain de speckle étant très petite suivant z ($\Delta z = \lambda/2\mathrm{ON}_z = 0.82$ μm, voir Eq. 3.16 *encadré 3*), et grande devant la taille du nuage atomique dans les directions transverses :

51. Ce résultat nécessite de prendre en compte les corrections algébriques, prédites dans [Gogolin 75], par rapport à un comportement logarithmique pur, voir [Sanchez-Palencia 07].

$\Delta y = 97$ μm et $\Delta x = 10$ μm [52]. La fréquence de coupure du désordre, correspondant au seuil de mobilité effectif décrit ci-dessus, vaut donc ici $k_c = \pi/\Delta z = 3.83$ μm^{-1}.

Pour observer la localisation d'Anderson, nous avons donc réalisé un condensat de Bose Einstein le plus dilué possible, afin d'obtenir une impulsion maximale inférieure au seuil de localisation $k_{max} < k_c$ [53]. Cette valeur de k_{max} est déterminée directement en observant l'expansion du condensat dans le guide en absence de désordre (voir Fig. 3.12b). Nous avons finalement réussi à produire un condensat contenant un nombre très faible d'atomes (environ 1.7 10^4, correspondant à $\mu_{in} = 220$ Hz [54]) correspondant à une vitesse maximale d'expansion du condensat de $v_{max} = 1.7$ mm/s, i.e. $k_{max} = 2.47$ μm^{-1} (k_{max}/k_c=0.65).

Les principaux résultats

1. Observation de profils stationnaires localisés en présence de désordre faible. En relâchant maintenant le condensat de 1.7 10^4 atomes décrit ci-dessus ($\mu_{in} = 220$ Hz, k_{max}/k_c=0.65) en présence, nous avons observé l'arrêt total de l'expansion après environ une seconde (voir Fig. 3.13), et ce bien que l'amplitude du désordre soit très faible [55], de sorte qu'aucun piégeage classique ne soit possible pour les atomes "rapides" s'étendant sur les ailes ($V_R/\mu_{in} = 0.12$). Comme nous l'attendions attendu pour des profils localisés au sens d'Anderson (voir Eq. 3.30), nous avons alors observé une décroissance exponentielle sur les ailes, la valeur de la pente étant stationnaire au cours du temps. Ces résultats nous ont ainsi permis de conclure de manière très claire à l'observation de la localisation d'Anderson, et d'estimer les longueurs de localisation L_{loc} en fonction de l'amplitude du désordre.

2. Accord théorie-expérience : une "validation" de l'approche microscopique des atomes froids. Une motivation essentielle de l'étude des systèmes désordonnés avec des atomes froids est en effet la possibilité de réaliser des comparaisons quantitatives entre théorie et expérience à partir de la connaissance des paramètres microscopiques du désordre. Au delà de l'observation directe du phénomène de localisation d'Anderson avec une onde de matière, le bon accord obtenu entre résultats expérimentaux et prédictions théoriques est ainsi un aspect essentiel de ce travail. Ce bon accord a été obtenu d'une part sur la mesure des longueurs de localisation en fonction de l'amplitude du désordre (comparées à $L_{loc}(k_{max})$ suivant l'expression 3.26, voir Fig. 3.13d), mais aussi sur la mise en évidence du seuil effectif de mobilité autour de k_c. En effet, en augmentant le nombre d'atomes dans le condensat initial, nous avons pu passer au-dessus du seuil de localisation, et observer la décroissance algébrique du profil localisé en $1/|z|^2$ prédite dans ce régime (voir Eq. 3.31).

52. De la même façon que la taille de corrélation transverse d'un grain de speckle est donnée par la limite de diffraction, la longueur de corrélation longitudinale correspond à la distance de Rayleigh $\Delta x \sim 2\lambda/\mathrm{ON}_z^2$, i.e. la longueur caractéristique de divergence d'un faisceau focalisé avec la même ouverture numérique en absence de diffuseur [Goodman 07].

53. Un second intérêt est de rendre les interactions inter-atomiques négligeables dans le problème.

54. Les fréquences du piège harmonique sont $\omega_\perp/2\pi = 70$ Hz dans la direction transverse et $\omega_z/2\pi = 5.4$ Hz dans la direction du guide.

55. Comme discuté précédemment dans une note de bas de page (autour de l'expression 3.26) on peut quantifier la force du désordre à l'aide du paramètre $\Delta_{1D} = V_R^2/2\mu_{in}E_c^{(1D)} \sim 1.5\ 10^{-3}$ ($kl_s \sim 1000 \gg 1$).

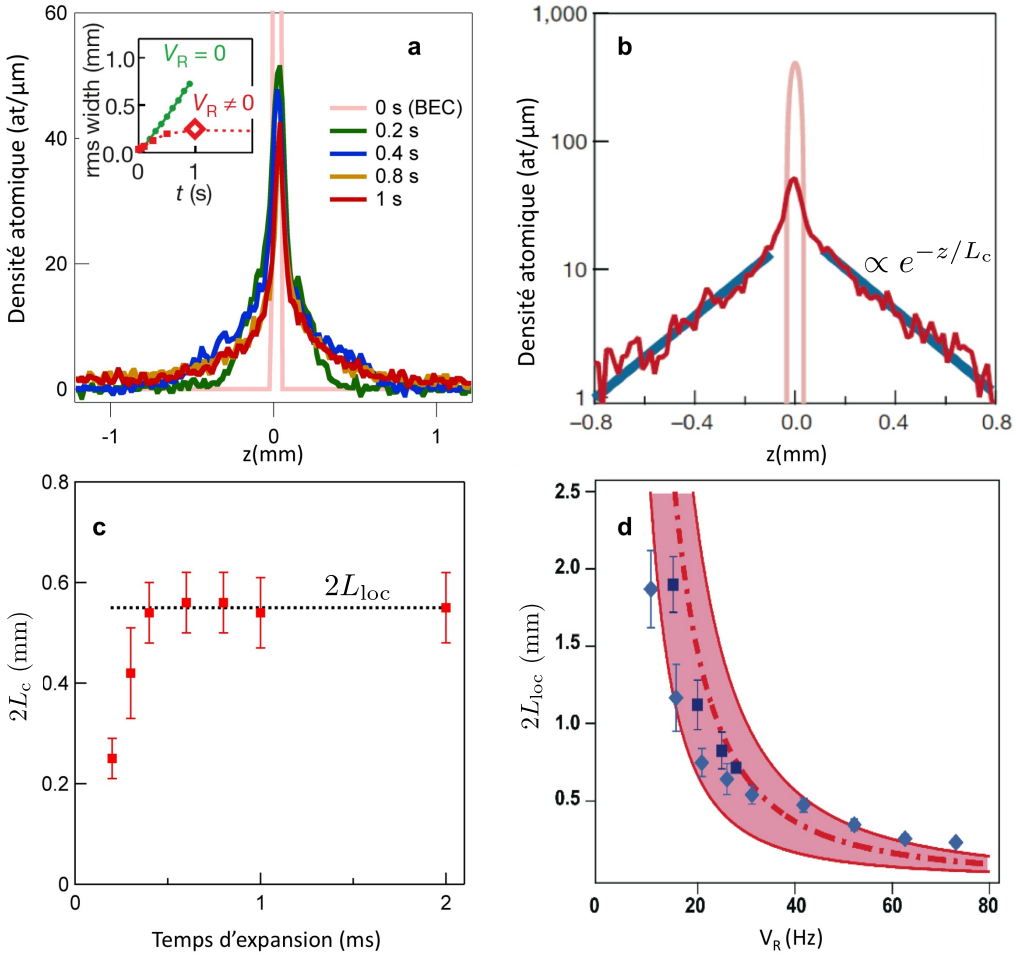

FIGURE 3.13 – **Observation de la localisation d'Anderson pour** $k_{max}/k_c = 0.65$ ($N_{at} = 1.7\ 10^4$, μ_{in}/h =220 Hz). a) Profil de densité des fonctions d'onde pour différents temps d'expansion en présence de désordre de faible amplitude ($V_R/\mu_{in} = 0.12$). Insert : évolution de la taille rms des profils en présence ou non de désordre. b) Profil de densité en échelle semi-logarithmique après arrêt de l'expansion ($t = 1s$). La ligne bleue correspond à l'ajustement d'une fonction exponentielle e^{-z/l_c} sur les ailes. c) Evolution de la pente des profils l_c en fonction du temps : la valeur stationnaire correspond la longueur de localisation L_{loc}. d) Longueur de localisation en fonction de l'amplitude du désordre V_R. Les losanges bleus correspondent aux mesures expérimentales publiées dans [Billy 08], et obtenues avec un champ de speckle étendu sur $w^{(1)}_{R,z} = 2.1$ mm. Un meilleur accord entre théorie et expérience est obtenu à faible désordre (grandes longueurs de localisation) avec le second diffuseur dont le champ est plus étendu (carrés bleus foncés, $w^{(2)}_{R,z} = 6.3$ mm). La courbe en pointillé (rouge) correspond aux prédictions théoriques [$L^{(Born)}_{loc}(k_{max})$, voir texte] et les courbes en trait plein représentent les incertitudes liées à la détermination des paramètres expérimentaux.

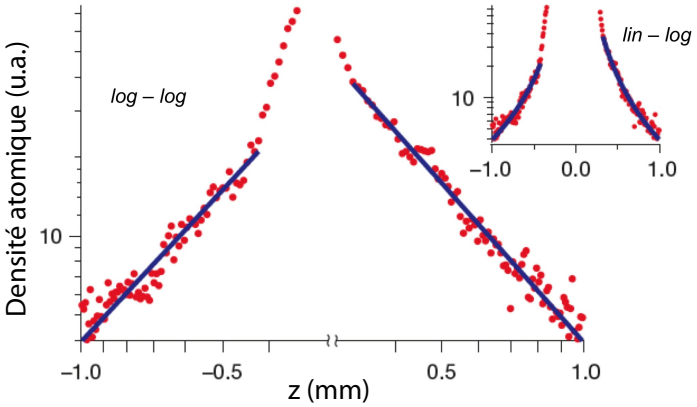

FIGURE 3.14 – **Décroissance algébrique pour** $k_{\max}/k_c = 1.16$ ($N_{at} = 1.7\ 10^5$, μ_{in}/h =519 Hz et $V_R/\mu_{in} = 0.15$). Le profil stationnaire observé à $t = 2$ s est en loi de puissance (linéaire dans les ailes en échelle log-log). Un ajustement sur les ailes donne une loi en $1/|z|^\beta$ où $\beta \simeq 1.97$, en très bon accord avec la prédiction théorique, $\beta = 2$ (voir Eq. 3.31). L'insert confirme que ce profil n'est pas exponentiel (les ailes ne sont pas linéaires en échelle semi-logarithmique).

Conclusion

Nous avons déjà mentionné à plusieurs reprises l'impact qu'a eu ce travail au sein du domaine des atomes froids, notamment en raison de l'accord obtenu entre théorie et expérience [56], et comment le domaine s'est développé depuis (voir partie 3.2). Sans chercher à en diminuer son intérêt, il me semble cependant intéressant de souligner que ce travail montre également certaines des limites de l'approche des atomes froids, comme le signal à bruit relativement faible ne permettant pas d'étudier précisément la décroissance asymptotique des profils loin dans les ailes, mais surtout le manque de résolution en énergie (observation d'une superposition d'états localisés, et non d'un état d'énergie bien définie). Cette distribution en énergie peut constituer clairement une limite importante pour l'étude des phénomènes de localisation. Par exemple, il est fort probable qu'elle soit à l'origine de l'absence de fluctuations significatives observées sur les profils localisés. Or l'étude de ces fluctuations est particulièrement intéressante en soi, celles-ci pouvant constituer des signatures très claires de la localisation d'Anderson (voir par exemple [Chabanov 00]). Nous verrons dans la partie suivante, dédiée au 3D, comment cette question de la distribution en énergie est encore plus prégnante pour l'étude du régime critique.

56. Bien que cette étude ne soit pas détaillée dans ce mémoire, on peut également comparer, avec un très bon accord, la dynamique temporelle observée sur les paquets d'ondes (entre régime balistique à temps court et localisé à temps longs) à la théorie "auto-consistante" de la localisation développée à 1D par [Lobkis 05]. Cette étude permet notamment de donner un temps typique de localisation, simplement donné par $t_{\mathrm{loc},1D} \sim 2L_{\mathrm{loc}}/v = 4\tau_B$.

3.3.2 Observation de la localisation d'Anderson à 3D : vers l'étude du régime critique

Cette partie décrit le travail qui nous a permis d'observer localisation d'Anderson à 3D en 2011. Ce résultat a conduit à une publication dans Nature Physics [Jendrzejewski 12a].

Le contexte local

A la suite de l'observation de la localisation d'Anderson à 1D, un des défis majeurs du domaine a été l'extension de ces études à 3D, en vue de l'étude du régime critique autour de la transition. Toutefois, ce changement de configuration impliquait des changements majeurs sur l'expérience. Le déménagement en juillet 2008 du site d'Orsay vers le nouveau site de Palaiseau a naturellement été l'occasion de mettre en oeuvre ces modifications importantes. Nous avons procédé en deux étapes, en nous concentrant dans un premier temps sur la reconstruction du dispositif expérimental initial en améliorant fortement l'environnement magnétique. Cela nous a permis de terminer l'étude du couplage du laser à atomes guidé et de tenter les premières expériences à travers une barrière fine (voir chapitre 2). Ces études se sont achevées au début de l'année 2010.

Puis nous nous sommes attelés au montage du nouveau dispositif dédié au 3D : le condensat est maintenant déplacé dans une cellule en verre annexe afin de bénéficier d'un accès optique important, et relâché dans un désordre 3D par speckle laser en présence de champ magnétique (voir Fig. 3.17). Les premières expériences ont alors débuté en décembre 2010, et les données "typiques" publiables ont été obtenues entre avril et juin 2011, dans une atmosphère de compétition très intense, les échos des premières signatures de la localisation 3D dans le groupe de B. DeMarco étant arrivés jusqu'à nous. Soulignons également le travail mené conjointement dans l'équipe théorique de L. Sanchez-Palencia au sein du groupe, afin de produire des prédictions quantitatives comparables à nos observations expérimentales [Piraud 12c]. L'ensemble de ce travail (expérience et prédictions théoriques) a finalement été publié en mars 2012.

Sur le plan expérimental, cette observation de la localisation est le fruit d'un travail collectif mené au "long cours". Ainsi Alain Bernard a construit au cours de sa thèse la quasi-intégralité du dispositif expérimental [Bernard 10]. Il a été efficacement secondé dans les débuts du montage de l'expérience par Patrick Cheinet, alors post-doctorant dans l'équipe. Patrick a notamment activement participé à la conception de la lévitation magnétique, en collaboration avec Michel Lécrivain, chercheur au laboratoire SATIE de l'ENS Cachan [57]. Fred Jendrzejewski, thésard "senior" sur l'expérience au moment où nous avons pu observer nos premiers signaux de la localisation, s'est enfin totalement investi pour arriver au résultat final [Jendrzejewski 12c]. Notons pour finir que Kilian Müller, qui nous avait rejoint en janvier 2011, a également participé à ce travail.

Un peu de physique

Les discussions à suivre ont comme premier objectif de donner les éléments importants pour comprendre qualitativement la physique de la localisation d'Anderson à 3D dans un potentiel ayant une certaine corrélation spatiale. Ces éléments, inspirés de différents travaux théoriques comme [Kuhn 07, Skipetrov 08, Shklovskii 08, Falco 09, Falco 10, Yedjour 10], sont ceux qui nous ont guidé pour pour monter l'expérience et interpréter nos premiers résultats. Cette section sera également l'occasion de présenter l'état de l'art actuel sur les prédictions théoriques du seuil de mobilité dans le cas d'un désordre créé par speckle laser [Yedjour 10, Piraud 12c, Piraud 14, Delande 14].

1. Une notion importante : "désordre quantique" vs "désordre classique". Nous avons vu dans l'étude de la localisation à 1D que la présence de corrélations spatiales dans le désordre avait des conséquences importantes sur les propriétés de localisation. Dans le cas particulier d'un désordre créé par speckle laser, elles conduisent à l'apparition d'un seuil de

57. Michel Lécrivain avait participé à la conception des électro-aimants utilisés dans les premiers dispositifs de condensation du ^{87}Rb, en collaboration avec Philippe Bouyer.

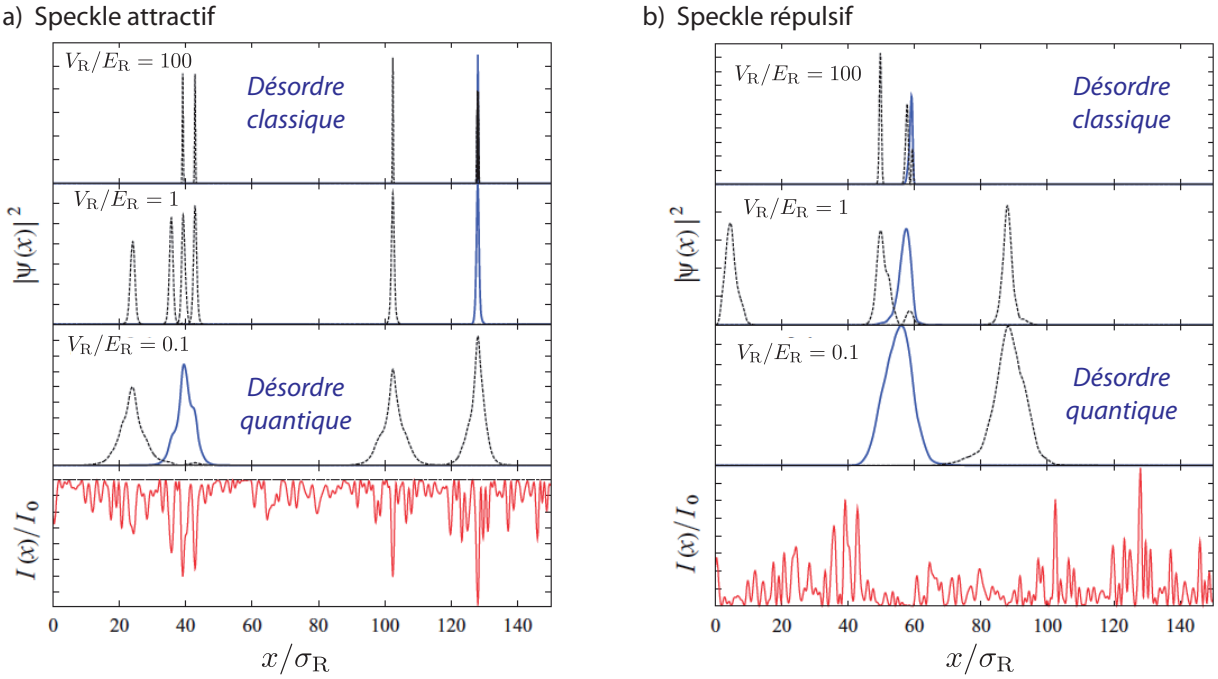

FIGURE 3.15 – **Allure des états de basse énergie dans un potentiel de type speckle (attractif ou répulsif) suivant la nature "quantique" ou "classique" du désordre**, d'après [Falco 10] (la configuration est ici 1D, mais le même comportement général est attendu à 3D). Dans le cas de désordre quantique ($V_R \ll E_R$), les minimas du potentiel ne peuvent supporter d'états liés et les états s'étendent sur de nombreux sites. Dans le cas inverse ($V_R \gg E_R$), les états propres sont localisés au niveau des minimas, et reflètent directement la géométrie du potentiel.

mobilité effectif à 1D (voir Eq. 3.27) correspondant à une énergie de corrélation du désordre. A 3D, ce concept de seuil de mobilité effectif ne tient plus pour deux raisons. Premièrement l'onde incidente peut toujours être diffusée dans le désordre par des composantes de basse fréquence du désordre, la diffusion ayant lieu alors préférentiellement vers l'avant (voir Fig. 2 de l'*encadré 4*). Deuxièmement, et c'est la raison fondamentale, ce concept n'a de sens que dans le cadre de l'approximation de Born (désordre faible [58]). Or la localisation d'Anderson à 3D n'apparaît que plus les états de basse énergie, i.e. en régime de désordre fort (violemment non perturbatif) identifié par le critère de Ioffe-Regel $kl_B \sim 1$ (voir discussion partie 3.1.2).

Ceci étant dit, l'énergie de corrélation du désordre, que nous appellerons à partir de maintenant $E_R = \hbar^2/m\sigma_R^2$ où σ_R est la taille typique de la corrélation spatiale [59], joue toujours un rôle important pour les propriétés de localisation à 3D. Cette énergie correspondant à l'énergie de confinement d'une particule sur la taille typique d'un grain du désordre, on peut intuitivement identifier deux régimes très différents pour comprendre l'allure des états de basse énergie du système (voir Fig. 3.15 pour illustration de la discussion ci-dessous).

— $V_R \ll E_R$ **: le désordre quantique (corrélations faibles).** Dans ce cas le désordre a une amplitude trop faible pour soutenir un état d'énergie localisé sur une taille σ_R. Les états de basse énergie sont donc fortement délocalisés sur de nombreuses fluctuations du désordre (les particules traversant ces fluctuations par effet tunnel). La propagation des particules est donc fortement "quantique", d'où le nom donné à ce régime. Une

58. En présence de désordre fort à 1D, il n' y a plus de variation significative de la longueur de localisation autour du seuil $k \sim k_c$ [Lugan 09].

59. Nous changeons volontairement de notation par rapport à la valeur Δz introduite dans la cas 1D afin d'éviter toute confusion. Δz correspond en effet à une définition du grain speckle pour une configuration très spécifique du désordre (voir *encadré 3*).

idée intuitive à retenir dans ce régime est que le désordre se retrouve fortement "lissée" par l'extension des fonctions d'ondes, les atomes ressentant alors un désordre effectif d'amplitude "renormalisée"[60] [61] beaucoup plus faible (voir Eq. 3.24 de l'*encadré 4*) :

$$V_{\mathrm{R,eff}} \sim \frac{V_{\mathrm{R}}^2}{E_{\mathrm{R}}} \ll V_{\mathrm{R}}. \tag{3.32}$$

Insistons ici sur le fait que cette énergie effective du désordre se "compte" naturellement par rapport à l'amplitude moyenne du désordre $\langle V \rangle$, cette quantité n'ayant pas de rôle physique (voir Fig. 3.16). Notons pour finir que la condition d'observation de la localisation à 1D $V_{\mathrm{R}} \ll E_k \leq E_{\mathrm{c}}^{(1\mathrm{D})}$ (voir Eq. 3.27), n'est rien qu'une condition de "désordre quantique".

— $V_{\mathrm{R}} \gg E_{\mathrm{R}}$ **: le désordre classique (corrélations fortes).** Ici l'amplitude du désordre est suffisante pour soutenir les états localisés sur une taille σ_{R}. Les états de basse énergie sont donc des états localisés dans les minima du potentiel désordonné (localement des oscillateurs harmoniques) et l'effet tunnel est négligeable. Autrement dit les atomes ressentent la vraie géométrie du désordre, et l'amplitude caractéristique du désordre est bien V_{R}.

2. Positionnement du seuil de mobilité à 3D : de la transition d'Anderson vers la percolation classique. Cette distinction entre désordre quantique *versus* désordre classique se manifeste naturellement sur la transition d'Anderson (voir par exemple [Shklovskii 08]). Le régime de désordre quantique (faibles corrélations, $V_{\mathrm{R}} \ll E_{\mathrm{R}}$), se rapproche de la physique "authentique" de la localisation introduite par Anderson (cas d'impuretés localisées). La transition d'Anderson ayant lieu en régime de désordre fort, le seuil de mobilité doit se situer intuitivement dans la gamme d'énergie définit par (voir Fig. 3.16) :

$$|E_{\mathrm{m.e.}}| \lesssim V_{\mathrm{R,eff}} \sim V_{\mathrm{R}}^2/E_{\mathrm{R}} \quad \text{pour : } V_{\mathrm{R}} \ll E_{\mathrm{R}} \tag{3.33}$$

60. Cette idée de renormalisation du potentiel se retrouve dans de nombreux travaux théoriques, comme par exemple l'idée de connecter l'apparition d'états localisés à de simples états liés dans un potentiel effectif [Economou 83, Economou 84]. Cette idée est également derrière avec l'approche théorique développée par récemment M. Filoche et S. Mayroboda connectant les propriétés de localisation à des effets de percolation classique dans un désordre effectif [Filoche 12].

61. La valeur effective $V_{\mathrm{R}}^2/E_{\mathrm{R}}$ a un sens pour le cas du speckle qui est un désordre dont les corrélations spatiales sont à longue portée (i.e. il n'y a pas de limite de bruit blanc). Pour les désordres corrélés "génériques" ayant une corrélation spatiale de courte portée, il existe une limite de bruit blanc quand la corrélation devient très faible ($\sigma_{\mathrm{R}} \to 0$). Afin de garder une amplitude de désordre effective non nulle dans cette limite, il faut que l'amplitude du désordre croisse en conséquence, de façon à ce que $V_{\mathrm{R}}^2 \sigma_{\mathrm{R}}^d$ =Cste. A 3D, la seule énergie caractéristique devient alors $V_{\mathrm{R,eff}} \sim V_{\mathrm{R}}^4/E_{\mathrm{R}}^3$. Cette énergie est parfois appelée énergie de Larkin.

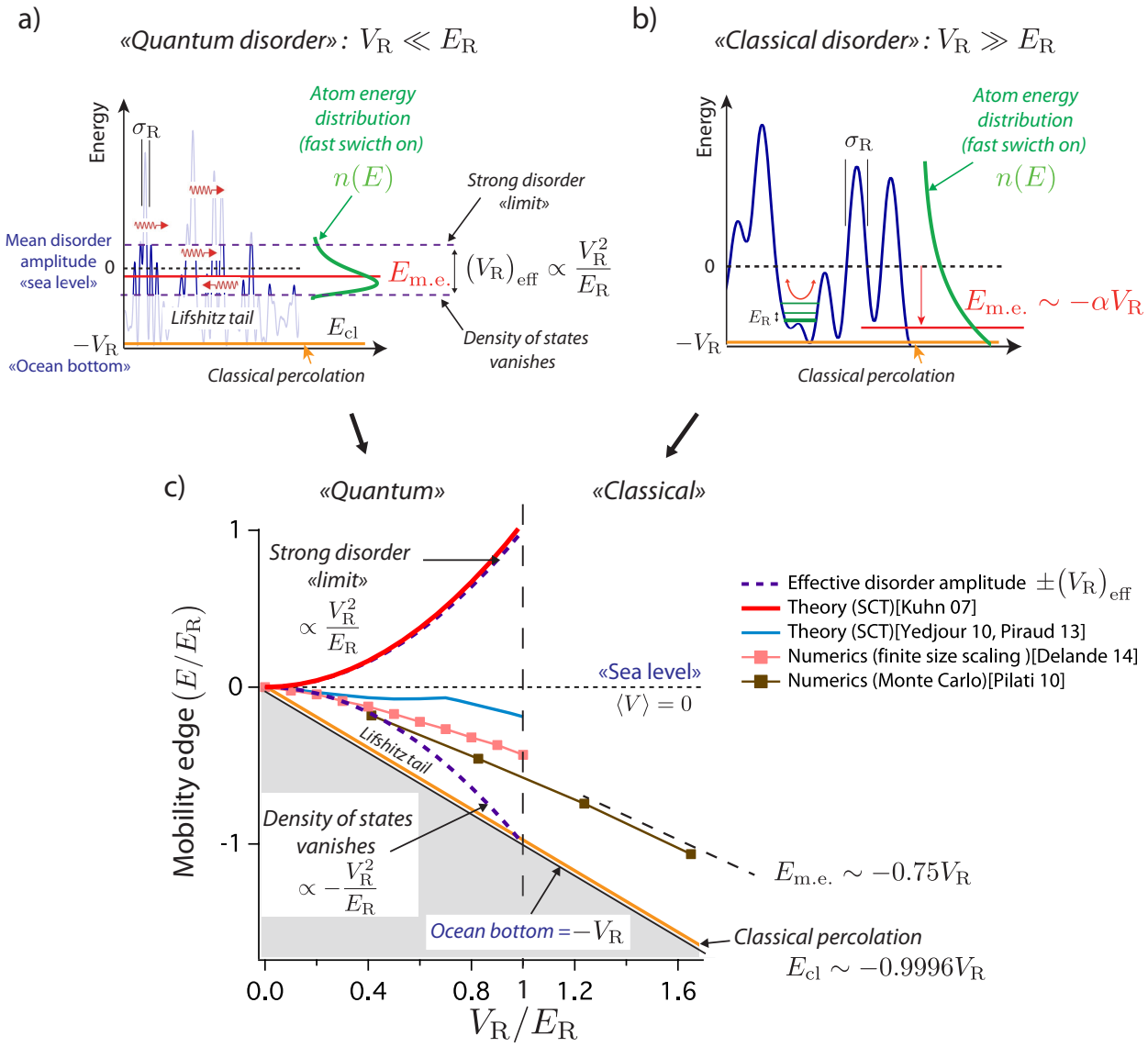

FIGURE 3.16 – **Estimation de la position du seuil de mobilité à 3D en fonction de l'amplitude du désordre V_R (cas d'un désordre parfaitement isotrope)**. a) Régime de désordre quantique ($V_R \ll E_R$) : le seuil de mobilité se situe typiquement dans l'intervalle en énergie donné par l'amplitude effective du désordre $|E_{m.e.}| \lesssim V_{R,eff} \sim V_R^2/E_R \ll V_R$, la densité d'état décroissant fortement pour les énergies négatives (par rapport à la valeur moyenne du désordre) telles que $E \lesssim -V_R^2/E_R$. b) Régime de désordre classique ($V_R \gg E_R$), le seuil de mobilité se rapproche alors du seuil de percolation classique $E_{cl} \sim -\alpha V_R$. Dans le cas du speckle, pour lequel le seuil est extrêmement bas, la transition reste toutefois significativement au-dessus avec $E_{m.e.} \sim -0.75 V_R$ [Pilati 10] (voir texte). Pour ces deux cas, l'allure de la distribution d'énergie $n(E)$ en cas d'allumage soudain du désordre est représentée en vert (en supposant une énergie initiale très faible, i.e. $k_{in} \sim 0$). c) Différentes estimations théoriques du seuil de mobilité dans le cas d'un speckle répulsif et parfaitement isotrope à 3D. La prédiction [Kuhn 07], reposant sur une utilisation "simple" de la théorie auto-consistante, correspond à la limite de désordre fort (voir Eq. 3.25) et surestime fortement cette position. Des dévelopements récents apportés à cette théorie [Yedjour 10, Piraud 13] positionnent de fait $E_{m.e.}$ sous la valeur moyenne du désordre (les deux estimations reposent sur des méthodes différentes mais donnent des résultats très proches, la différence n'étant pas distinguable à l'échelle du graphique). Toutefois ces prédictions restent encore significativement différentes des prédictions numériques réalisées récemment [Delande 14]. Notez que l'énergie de corrélation utilisée est définie suivant [Kuhn 07] : $E_R = \hbar^2/2m\zeta^2$ avec $\zeta = \lambda/2\pi$.

La borne supérieure se comprend comme une limite de désordre fort $kl_{\mathrm{B}} \sim 1$ (voir Eq. 3.25 de l'*encadré 4*). Elle correspond également à une prédiction du seuil de mobilité si on utilise une version "brute" de la théorie auto-consistante de la localisation, i.e. sans prendre en compte les états d'énergie négatives [Kuhn 07]. Cette prédiction est de fait très imprécise, voir Fig. 3.16. Du côté des énergies négatives, la borne inférieure ($E \sim -V_{\mathrm{R}}^2/E_{\mathrm{R}}$) correspond grossièrement à l'énergie autour de laquelle la densité d'états va chuter drastiquement (voir par exemple [Falco 10]). En dessous de cette énergie, les rares états existants sont appelés les états de "Lifshitz".

Inversement, si l'amplitude du désordre augmente (corrélations fortes, $V_{\mathrm{R}} \gg E_{\mathrm{R}}$), la physique des états de basse énergie devient essentiellement classique (particules piégées dans les minima du potentiel). Les effets quantiques "survivent" uniquement autour du seuil de percolation classique E_{cl} : l'énergie cinétique des atomes devient très faible et la longueur d'onde de de Broglie augmente fortement lorsque les particules "franchissent les cols" permettant de passer d'une vallée à l'autre. On s'attend donc à ce que le seuil de la transition se rapproche de ce seuil de percolation, i.e.

$$E_{\mathrm{m.e.}} \sim E_{\mathrm{cl}} = -\alpha V_{\mathrm{R}} \quad \text{pour : } V_{\mathrm{R}} \gg E_{\mathrm{R}}, \tag{3.34}$$

où α est une constante dépendant des propriétés statistiques du désordre [62]. Dans ce régime, la transition d'Anderson se rapproche donc d'une transition de type percolation, appelée percolation quantique [63]. Bien que de nature microscopique différente, cette transition est a priori décrite par les mêmes exposants critiques que celle de la transition d'Anderson [Kaneko 99]. En cherchant dans la littérature, je n'ai cependant pas réussi à trouver de publications (aussi bien théoriques qu'expérimentales) donnant une réponse définitive à cette question. A ma connaissance, elle reste donc encore ouverte, offrant une perspective particulièrement motivante pour de futures expériences.

Cette discussion est résumée sur la figure 3.16, où nous avons également tracé le résultat des simulations numériques existantes *pour un speckle parfaitement isotrope à 3D* [Pilati 10, Delande 14], et les prédictions théoriques qui peuvent être obtenues à partir de théories auto-consistantes de la localisation [Kuhn 07, Yedjour 10, Piraud 13] [64].

Principe et dispositif expérimental

1. Expansion d'une onde de matière dans un désordre 3D. Afin d'observer la localisation d'Anderson à 3D, le principe expérimental est similaire à celui de l'expérience menée à 1D. Nous partons d'un condensat de Bose Einstein très dilué de ^{87}Rb et nous le relâchons dans un potentiel désordonné créé par speckle laser. Toutefois, comme évoqué au début de cette partie, d'importantes modifications ont été apportées au dispositif expérimental [Bernard 10] (voir Fig. 3.17).

Tout d'abord, nous déplaçons un nuage atomique "pré-refroidi" de sa zone de production, vers une seconde cellule en verre, située à environ 40 cm. Ce transfert est réalisé à l'aide d'une

62. Dans le cas d'un désordre de distribution d'amplitude Gaussienne, on a $E_{\mathrm{cl}} = -0.96V_{\mathrm{R}}$ [Shklovskii 08]. Dans le cas d'un speckle répulsif, la situation est un peu différente avec la présence d'une borne inférieure en énergie à $-V_{\mathrm{R}}$ et d'un seuil de percolation classique coïncidant quasiment avec ce fond du désordre : $E_{\mathrm{cl}} \sim -0.9996V_{\mathrm{R}}$ [Pilati 10]. Cette propriété est une conséquence directe de la loi de distribution exponentielle du speckle $P(V) = (1/V_{\mathrm{R}})e^{-V/V_{\mathrm{R}}}$, pour laquelle l'amplitude de désordre nulle est la plus probable (voir Eq. 3.14 *encadré 3*). A basse énergie, on peut ainsi se représenter le désordre comme constitué de vallées toutes connectées entre elles, le confinement des particules étant essentiellement "transverse" (à la direction de ces vallées) en régime "classique". Les effets de localisation quantique peuvent ainsi persister du fait de la dynamique "longitudinale" (le long des vallées) et on s'attend à ce que le seuil de la transition soit significativement supérieur au seuil de percolation classique. A partir des simulations numériques données dans [Pilati 10] pour un speckle 3D isotrope, on peut alors estimer $E_{\mathrm{m.e.}} \sim -0.75V_{\mathrm{R}}$ pour $V_{\mathrm{R}} \gg E_{\mathrm{R}}$.

63. Ce phénomène de percolation quantique est, d'une certaine manière, similaire aux transitions inter-plateaux dans l'effet Hall quantique, un modèle théorique "générique" étant celui de Chalker-Coddington [Chalker 88].

64. Une différence notable persiste entre les derniers développements de la théorie auto-consistante et les prédictions numériques. Cette différence est attribuée (d'après [Delande 14, Trappe 14]) à la mauvaise prise en compte de la distribution du désordre pour un speckle (loi exponentielle) dans le cadre de l'approximation de Born, qui est utilisée dans ces prédictions théoriques.

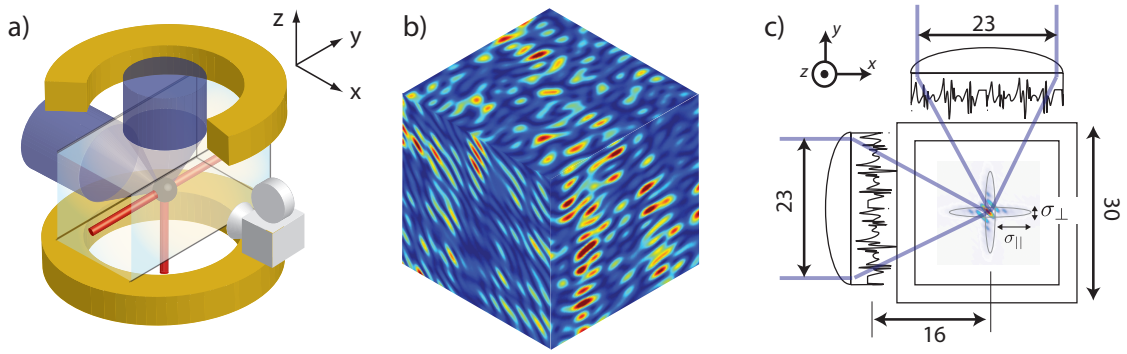

FIGURE 3.17 – **Dispositif expérimental pour observation de la localisation à 3D.** a) Le condensat de Bose Einstein initial ^{87}Rb est créé dans un piège dipolaire croisé (faisceaux rouges). Le désordre 3D est créé en croisant à 90°, de manière cohérente, deux champs de speckle réalisés à 532 nm (désordre répulsif, faisceaux bleus). Les atomes sont suspendus par une lévitation magnétique (champs magnétiques créés par les bobines jaunes). b) Simulation 3D du champ de speckle créé. c) Configuration géométrique de la réalisation du champ de speckle à 3D. L'image au centre de la cellule représente l'allure schématique de la fonction de corrélation du désordre (fortement agrandie) obtenue en croisant les "grains" associés à chaque champ de speckle (avec $\sigma_\perp = 0.24$ μm et $\sigma_\parallel = 1.6$ μm, voir texte). L'interférence entre les deux champs conduit à l'apparition de franges à 45° ($\lambda/\sqrt{2} = 380$ nm). L'extension de chaque champ de speckle est très large (diamètre à $1/e^2 = 3$ mm).

pince optique dont le système de focalisation est placé sur une platine de translation (déplacement suivant l'axe y). Ensuite le condensat est créé dans un piège quasiment isotrope en recomprimant le nuage atomique par un second piège dipolaire, se propageant suivant l'axe vertical z. L'expansion du nuage atomique est alors simplement déclenchée en coupant le piège dipolaire croisé.

Afin de compenser la gravité, un dispositif de lévitation magnétique a été mis en place. Il repose sur l'utilisation d'un gradient de champ magnétique vertical, annulant exactement l'attraction terrestre, combiné à un biais de champ magnétique important B_0 (lui aussi vertical) afin de diminuer au maximum les inhomogénéïtés spatiales dues aux gradients de champ magnétique dans les directions horizontales [Sackett 06]. Le positionnement des bobines créant les champs magnétiques a soigneusement été étudié de manière à obtenir un potentiel résiduel expulsant et isotrope [65]. Pour le biais directeur $B_0 \sim 500$ G utilisé, ce potentiel expulsant est extrêmement faible ($\omega_{\rm lev}/2\pi$=-0.3 Hz), un point essentiel pour nous permettre d'observer l'expansion du nuage sur des temps très longs (quelques secondes en présence de désordre fort, voir ci-dessous).

Enfin le désordre 3D est créé en croisant, de façon cohérente, deux champs de speckle à 90°. Les deux champs sont créés par un laser à 532 nm diffusé par une lame rugueuse et focalisé au niveau des atomes avec une ouverture numérique ON ~ 0.4. Les grains de speckle associés à chaque champ sont anisotropes, de taille transverse $\sigma_\perp = 0.24$ μm (valeur rms, forme Gaussienne) et longitudinale $\sigma_\parallel = 1.6$ μm (HWHM, forme Lorentzienne) [66], l'allure de la fonction d'auto-corrélation totale étant donnée sur la figure 3.17. Cette configuration permet d'obtenir des fluctuations rapides du potentiel désordonné dans toutes les directions de l'espace, avec une anisotropie très modérée. Pour finir sur cette présentation du speckle 3D, notons que la répartition spatiale de chaque champ de speckle est très large au niveau des atomes (diamètre à $1/e^2 \sim 3$ mm). La puissance laser totale disponible (~ 2.5 W) correspond à une amplitude maximale du désordre de $V_{\rm R,max}/h \sim 4.5$ kHz ($V_{\rm R,max}/k_{\rm B} \sim 225$ nK).

2. Le régime de désordre quantique ($V_{\rm R} \ll E_{\rm R}$). La discussion menée ci-dessus sur la distinction entre désordre classique et désordre quantique, nous a bien sûr conduit à faire le

65. Le condensat est créé dans l'état $|F = 2, m_F = -2\rangle$, de sorte que cette configuration correspond à un minimum de la norme du champ magnétique.

66. Cette forme de fonction de la fonction d'auto-corrélation est obtenu pour un éclairement de forme gaussienne sur le diffuseur [Goodman 07] (voir *encadré 3*).

maximum afin de nous placer dans ce second régime. Cela implique de créer un nuage atomique le plus froid et dilué possible afin de pouvoir travailler à des échelles d'énergie bien plus faible que l'énergie de corrélation E_{R}. Cette dernière peut être quantifiée en prenant comme référence la taille de corrélation transverse d'un grain de speckle [67], i.e. $E_{\mathrm{R}} = \hbar^2/2m\sigma_\perp^2 \sim h \times 940$ Hz ($E_{\mathrm{R}}/k_{\mathrm{B}} \sim 50$ nK). Nous avons alors décomprimé notre piège dipolaire croisé au maximum, de manière à obtenir un nuage atomique d'environ 2.5 10^4 atomes et caractérisé par une énergie typique d'expansion (une fois relâché dans l'espace libre) de $E_k^{(\mathrm{in})}/h \sim 60$ Hz ($E_k^{(\mathrm{in})}/k_{\mathrm{B}} \sim 3$ nK) [68] [Jendrzejewski 12c]. La valeur extrêmement faible de cette énergie ouvre la voie vers l'étude de la propagation de cette onde de matière sur toute une plage d'amplitude du désordre telle que

$$E_k^{(\mathrm{in})}\ (h \times 60\ \mathrm{Hz}) \ \lesssim\ V_{\mathrm{R,eff}} \ \sim\ \frac{V_{\mathrm{R}}^2}{E_{\mathrm{R}}} \ \ll\ V_{\mathrm{R}} \ \ll\ E_{\mathrm{R}}\ (h \times 940\ \mathrm{Hz}), \tag{3.35}$$

où la première inégalité correspond à la condition de désordre fort ($kl_{\mathrm{B}} \sim 1$, voir Eq. 3.25 *encadré 4*) et la dernière à la condition de désordre quantique. En particulier, la première inégalité nous permet d'estimer l'ordre de grandeur de l'amplitude du désordre nécessaire pour passer du régime de désordre faible à fort (désordre critique $V_{\mathrm{R,c}}$) :

$$V_{\mathrm{R,c}} \equiv \sqrt{E_k^{(\mathrm{in})} E_{\mathrm{R}}} \sim h \times 250\ \mathrm{Hz} \quad (k_{\mathrm{B}} \times 15\ \mathrm{nK}). \tag{3.36}$$

Cette amplitude de désordre est largement accessible sur notre expérience ($V_{\mathrm{R,max}}/h \sim 4.5$ kHz, voir ci-dessus).

3. L'allumage rapide du désordre : un élargissement en énergie étroitement lié à l'apparition d'une fraction localisée. Une fois l'onde de matière initiale préparée, le principe de l'expérience est simple : nous allumons le désordre et étudions les propriétés de propagation en fonction de son amplitude. Ici nous avons opté pour un allumage quasi-instantané du désordre (temps de montée $\lesssim 50$ μs). Si ce choix comporte des avantages indéniables pour notre configuration (voir discussion ci-dessous), elle a une conséquence très importante sur l'ensemble des résultats qui seront présentés : la distribution d'onde plane initiale (d'énergie très faible) est projeté sur les nouveaux états propres en présence de désordre, se traduisant par un élargissement de la distribution en énergie (appelée $n(E)$ par la suite). Or, l'ordre de grandeur de cet élargissement est justement donné par $V_{\mathrm{R,eff}}$ en régime de désordre quantique [69] (Eq. 3.24), i.e.

$$\Delta E_{\mathrm{R}} \sim \frac{V_{\mathrm{R}}^2}{E_{\mathrm{R}}}. \tag{3.37}$$

On peut donc résumer le comportement attendu pour la propagation des ondes suivant l'amplitude du désordre.

— **Désordre faible :** $V_{\mathrm{R}} \ll V_{\mathrm{R,c}}$. Dans ces conditions, on a $kl_{\mathrm{B}} \gg 1$, i.e. le désordre peut être traité de façon perturbative, l'élargissement en énergie reste faible comparée à l'énergie initiale ($\Delta E_{\mathrm{R}} \ll E_k^{(\mathrm{in})}$) et la propagation est diffusive.

— **Désordre fort** : $V_{\mathrm{R}} \gg V_{\mathrm{R,c}}$. Dans ces conditions, on a $kl_{\mathrm{B}} \lesssim 1$ de sorte que le désordre devient violemment non perturbatif et la distribution en énergie est maintenant essentiellement déterminée par l'élargissement dû au désordre ($\Delta E_{\mathrm{R}} \gg E_k^{(\mathrm{in})}$). Cette distribution en énergie s'étale sur l'ensemble des états de basse énergie du désordre

67. Cette définition correspond à celle utilisée dans [Piraud 12c], permettant ainsi une comparaison directe.

68. Les fréquences du piège sont estimées à $\omega_x/2\pi = 5.7$ Hz, $\omega_y/2\pi = 5.3$ Hz et $\omega_z/2\pi = 3.9$ Hz. Des fréquences aussi basses sont possibles (notamment dans la direction verticale) grâce à notre dispositif de lévitation magnétique qui est allumé durant la phase de préparation du condensat. L'énergie d'expansion $E_k^{(\mathrm{in})}$ correspond à la vitesse maximale v_{max} d'expansion du condensat, la fraction condensée étant estimée à environ 50%. L'étude de la fraction thermique donne une vitesse d'expansion similaire, la température étant estimée à $T = 3$ nK.

69. L'énergie effective du désordre a été introduite dans l'*encadré 4* à partir de l'élargissement en énergie.

compris dans la bande $-V_R^2/E_R \lesssim E \lesssim V_R^2/E_R$ de sorte qu'elle doit croiser le seuil de mobilité (voir Fig. 3.16a). Comme prédit par les premiers travaux théoriques sur cette question [Skipetrov 08, Yedjour 10], on ne peut donc localiser l'intégralité du nuage atomique, celui-ci comportant forcément une composante diffusive (étalement de la distribution vers les hautes énergies [70]). Mais, et c'est la bonne nouvelle, l'élargissement de la distribution vers les états de basse énergie (i.e. énergie négative par rapport à la moyenne du désordre) conduit à l'apparition d'une fraction localisée [71]. La position du seuil de mobilité étant prévue pour des énergies négatives suivant les prédictions les plus récentes (voir Fig. 3.16), on s'attend à ce que la fraction localisée soit toutefois relativement faible.

4. Un défi expérimental : observation de la partie localisée aux temps longs. Insistons ici sur une conséquence importante sur la présence du composante diffusive située juste au-dessus du seuil de mobilité. En effet, comme mentionné dans la partie 3.2.4 consacrée aux différentes expériences menées sur la localisation à 3D avec des atomes ultra-froids, cette composante diffuse extrêmement lentement. Un ordre de grandeur est donné à partir du critère de Ioffe-Regel, en remarquant que le coefficient de diffusion en donne, en quelque sorte, une mesure directe :

$$D = \frac{1}{3}\, v l_B = \frac{\hbar}{3m}\,(k l_B) \quad \Leftrightarrow \quad D \sim D_0 = \frac{\hbar}{3m} = 250\ \mu\mathrm{m}^2/\mathrm{s} \quad \text{pour } k l_B \sim 1. \tag{3.38}$$

Le coefficient de diffusion D_0 étant extrêmement faible et la taille du nuage initiale pas si petite en raison de l'expansion initiale ($\sim 30\ \mu$m), la partie localisée ne peut émergée qu'à des temps très longs, typiquement quelques secondes. C'est en ayant pleinement conscience de cet ordre de grandeur que nous avons conçu le dispositif de lévitation permettant d'obtenir un potentiel expulsant résiduel extrêmement faible (voir ci-dessus).

Les principaux résultats

1. Observation expérimentale d'une fraction localisée en désordre fort. En relâchant le nuage atomique utrafroid ($T \sim 3$ nK) en présence de désordre, nous avons observé la présence d'une composante localisée émergeant aux temps longs ($t \sim 6$ s) au milieu d'une composante diffusive s'étendant très lentement sur les ailes (voir Fig. 3.18 pour $V_R/h = 680$ Hz). La fraction localisée f_{loc} est estimée en étudiant le comportement asymptotique de la densité centrale aux temps longs [72]. La dépendance de f_{loc} en fonction de l'amplitude du désordre est montrée sur la figure 3.19a. De manière tout à fait consistante avec l'analyse donnée ci-dessus, cette fraction localisée commence à apparaître autour de la valeur de désordre critique $V_{R,c}/h \sim$250 Hz pour atteindre ensuite un plateau autour de 20% [73] [74].

De même, nous observons que les coefficients de diffusion (mesurés directement à partir de l'évolution temporelle de la taille rms des profils) décroissent lorsque le désordre augmente, pour

70. La distribution tend, à haute énergie, vers une loi exponentielle reflétant la distribution d'amplitude du speckle (Eq. 3.14).

71. Une autre façon de se convaincre que cette méthode de couplage au désordre conduit à l'apparition "automatique" d'une fraction localisée est de remarquer que notre onde de matière initiale peut s'identifier à état d'énergie quasi-nulle (i.e. $k_{\mathrm{in}} \sim 0$) par comparaison aux énergies du désordre. En branchant abruptement le désordre, on va peupler tous les états qui ont une composante d'impulsion nulle dans leur spectre [la fonction spectrale considérée ici est environ $\mathcal{A}(k_{\mathrm{in}}, E) \sim \mathcal{A}(0, E)$]. On conçoit donc que les états localisés de basse énergie seront ainsi effectivement peuplés.

72. Pour effectuer cette estimation nous supposons que la fraction localisée est immédiatement "gelée" au moment où l'on branche le désordre. Cette hypothèse repose sur le fait que les longueurs de localisation attendues sont très faibles pour nos paramètres [Kuhn 07, Piraud 12c] (sauf autour du régime critique, mais celui-ci correspond à une fraction d'atomes négligeable). Suivant cette analyse, la composante localisée est une simple réplique du nuage initial, de sorte que la densité centrale (ou du moins son intégrale suivant la direction x telle que mesurée par imagerie de fluorescence) s'écrit $n(0,0,t)/n_{\mathrm{i}}(0,0) = f_{\mathrm{loc}} + n_{\mathrm{D}}(0,0,t) = f_{\mathrm{loc}} + A/t$ [Jendrzejewski 12a]. La seconde égalité utilise le fait que la partie diffusive s'étend proportionnellement à $\sqrt{t}$ dans chaque direction de l'espace (toujours en négligeant ici les atomes diffusant extrêmement lentement autour du régime critique).

73. Nous n'avons pas poursuivi cette étude à des amplitudes de désordre plus élevées en raison de l'apparition constatée d'un phénomène de chauffage. Ce chauffage est estimé en regardant l'évolution de la distribution d'impulsion du nuage en présence de désordre et en supposant une équipartition de l'énergie. Cette méthode nous permet d'estimer que le taux de chauffage, s'il existe, est inférieur à 0.1 nK/s pour les amplitudes de désordre

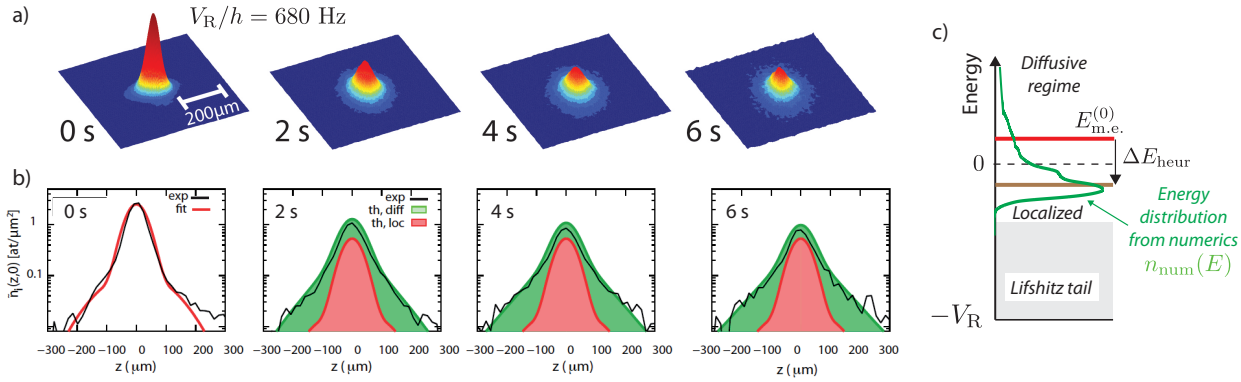

FIGURE 3.18 – **Observation d'une fraction localisée au sein du nuage atomique pour $V_R/h =$** 680 Hz. a) Evolution de la densité atomique pour différents temps de propagation dans le désordre (imagerie par fluorescence). Cette densité est intégrée suivant x, axe de l'imagerie (voir Fig. 3.17). b) Profils de densité suivant l'axe z, en échelle semi-logarithmique. Ces profils s'interprètent comme étant la somme d'une composante localisée (la fraction localisée f_{loc} étant estimée à partir de la décroissance de la densité centrale, voir texte) et d'une composante diffusive, suite à l'élargissement de la distribution en énergie autour du seuil de mobilité (c). Les profils théoriques montrés sur (b) sont prédits à partir i) d'une utilisation de la théorie auto-consistante de la localisation, ii) du calcul numérique de la distribution d'énergie $n_{\mathrm{num}}(E)$ des atomes et iii) l'introduction d'un décalage heuristique ΔE_{heur} en énergie (voir texte et figure c). En rouge : profil de la composante localisée (profil initial pondéré par la fraction localisée f_{loc}). En vert : prédiction théorique totale incluant la partie diffusive. Notez que l'allure exponentielle des profils sur les ailes ne reflète en aucun cas un effet de localisation, mais résulte de la superposition de profils, de forme gaussienne et caractérisés par un coefficient de diffusion $D(E)$, sur la distribution en énergie $n(E > E_{\mathrm{m.e.}})$. Cette allure exponentielle se retrouve à partir d'arguments généraux sur la dépendance en énergie des coefficients de diffusion $D(E) \sim E$ prédite dans le régime de désordre quantique [Müller 14a].

atteindre également un plateau autour de la condition de désordre fort $V_{\mathrm{R,c}}$ (voir Fig. 3.19 b). Ce plateau [75] correspond à $D \sim 4D_0$, c'est à dire tout à faible compatible avec l'ordre de grandeur attendu pour les coefficients de diffusion juste au-dessus du seuil de mobilité ($\langle kl_{\mathrm{B}} \rangle \sim 4$ [76], voir Eq. 3.38).

Les comportements observés de la fraction localisée et des coefficients de diffusion, associés au fait que la probabilité de piégeage classique est absolument négligeable pour notre configuration [77], sont donc totalement compatibles avec la physique attendue pour le phénomène de la localisation d'Anderson à 3D. Afin d'aller plus loin, il est cependant important de comparer

données sur la figure 3.19.

74. On peut donner un ordre de grandeur de la fraction localisée attendu en présence de désordre (i.e. dans le régime de désordre classique, $V_{\mathrm{R}} \gg E_{\mathrm{R}}$) en considérant : i) que la distribution en énergie est donnée par la distribution en amplitude du désordre (ce qui est attendu pour des particules classiques de vitesses quasi-nulles lorsque l'on branche le désordre, voir Fig. 3.16b) et ii) que la position du seuil de mobilité correspond à la valeur estimée à partir de [Pilati 10] dans le cas d'un speckle parfaitement isotrope, i.e. $E_{\mathrm{m.e.}} \sim -0.75V_{\mathrm{R}}$. On obtient ainsi $\lim_{V_{\mathrm{R}} \gg E_{\mathrm{R}}} \left(f_{\mathrm{loc}}\right) \sim 20\%$! Ce calcul suggère que l'apparition du plateau correspond déjà au comportement asymptotique attendu à fort désordre, cette valeur asymptotique étant finalement atteinte très rapidement (pour $V_{\mathrm{R}} \sim E_{\mathrm{R}}$).

75. Il peut se comprendre comme résultant de la compétition entre deux phénomènes : d'une part la décroissance des coefficients de diffusion pour une composante en énergie donnée lorsque le désordre augmente, et d'autre part l'élargissement de la distribution en énergie à fort désordre, avec le peuplement d'états d'énergie de plus en plus élevée.

76. Le critère de Ioffe-Regel n'a pas beaucoup de sens dans notre système, les états d'énergie autour de seuil de mobilité n'ayant pas une impulsion k définie. Il faut donc prendre cette valeur comme une indication de "l'amplitude de diffusion", moyennée sur tous les états d'énergie situés au-dessus du seuil de mobilité.

77. On peut s'en convaincre en utilisant deux approches. Si considère un système parfaitement classique, la fraction piégée correspond à l'intégrale de la distribution d'énergie classique (i.e. une exponentielle reproduisant parfaitement la distribution en amplitude du speckle) entre le fond du désordre et le seuil de percolation classique (voir Fig. 3.16 b). Cela donne $f_{\mathrm{cl}} \sim 4\ 10^{-4}$. Dans le cadre de la physique quantique, le régime de *désordre quantique*

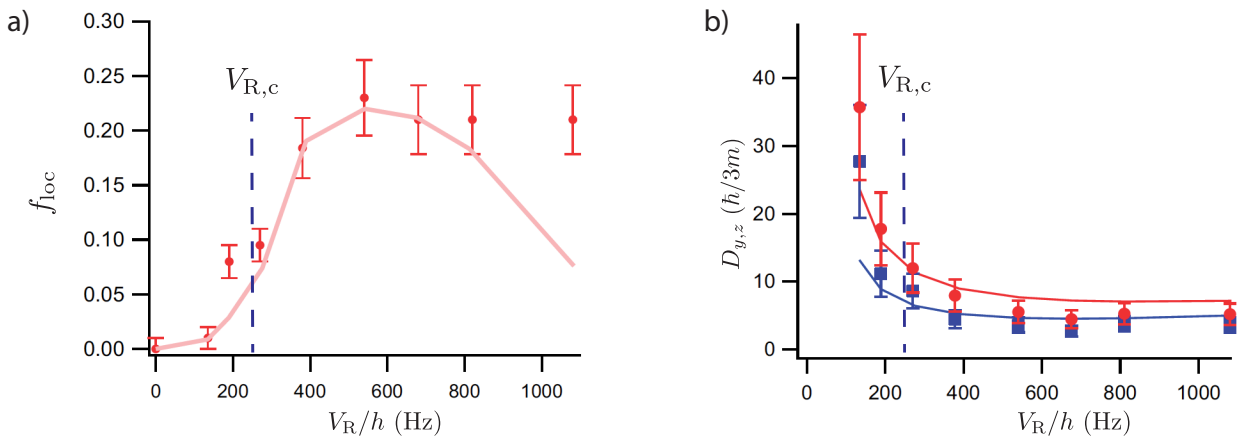

FIGURE 3.19 – **Fraction localisée $f_{\rm loc}$ et coefficients de diffusion $D_{y,z}$ en fonction de l'amplitude du désordre $V_{\rm R}$.** $V_{\rm R,c}/h \sim 250$ Hz correspond à l'amplitude de désordre typique correspondant au passage d'un désordre faible à fort (voir Eq. 3.36). a) La fraction localisée $f_{\rm loc}$ est obtenue à partir de l'évolution asymptotique de la densité centrale (voir texte). La courbe continue (rose) repose sur la prédiction théorique incluant le décalage heuristique en énergie $\Delta E_{\rm heur}$ (voir Fig. 3.18c). Ce décalage a été choisi de forme quadratique avec $\Delta E_{\rm heur} = -0.51 V_{\rm R}^2/E_{\rm R}$ pour reproduire au mieux les données expérimentales à "faible" amplitude de désordre. Le décalage important constaté en régime de fort désordre ($V_{\rm R} \gtrsim 800$ Hz) est attribué au choix arbitraire, et forcément trop simple, de la forme quadratique du décalage $\Delta E_{\rm heur}$. b) Les coefficients de diffusion $D_{y,z}$ sont calculés à partir de l'évolution de la taille rms du nuage atomique suivant les deux directions d'observation (bleu suivant y, rouge suivant z). La différence observée suivant les deux directions ($D_y/D_z \sim 1.5$) reflète l'anisotropie très modérée du désordre utilisé. Notons que la valeur des coefficients de diffusion trouvée $D \sim 4D_0$ est conforme à l'ordre de grandeur attendu au-dessus du seuil de mobilité (voir Eq. 3.38).

ces résultats avec les prédictions quantitatives qui peuvent être obtenues à partir de la théorie auto-consistante de la localisation. Bien au delà d'une comparaison permettant de "valider" les observations expérimentales, il s'agit ici de mettre en oeuvre une comparaison la plus quantitative possible afin de réaliser, à terme, de véritables tests de cette théorie.

2. Un bon accord avec les prédictions théoriques, à un décalage en énergie $\Delta E_{\rm heur}$ près. Ainsi nous avons pu comparer nos données expérimentales avec les prédictions théoriques qui étaient développées en parallèle dans l'équipe de L. Sanchez-Palencia au sein du groupe (thèse de Marie Piraud [Piraud 12a]). Ces prédictions reposent sur deux "ingrédients" différents. D'une part la théorie auto-consistante de la localisation en configuration anisotrope [Wölfle 84] a été adaptée précisément à notre configuration de désordre 3D (deux champs de speckle laser croisés à 90∘, voir Fig. 3.17). De cette façon, une estimation du seuil de mobilité, notée $E^{(0)}_{\rm m.e.}$, peut être obtneue, ainsi que les longueurs de localisation pour les états d'énergie $E < E^{(0)}_{\rm m.e.}$ et les coefficients de diffusion pour $E > E^{(0)}_{\rm m.e.}$. D'autre part la distribution en énergie a été calculée numériquement par projection de l'état initial sur les nouveaux états propres du système [78]. A partir de ces deux ingrédients, et de la connaissance du profil expérimental initial, l'évolution temporelle des profils peut être prédite et comparée aux profils expérimentaux aux temps longs. Comme le montre la figure 3.18b, l'accord est remarquable.

Cependant cet accord n'est obtenu qu'après l'introduction, de manière heuristique, d'un décalage en énergie $\Delta E_{\rm heur}$ entre la position du seuil de mobilité et la distribution en énergie (voir Fig. 3.18c). Afin de n'avoir qu'un seul paramètre libre, une dépendance quadratique de

interdit toute possibilité de réaliser des états liés dans les minima de potentiel (sans compter que la densité d'états décroît très vite dans le domaine des basses énergies).

78. Pour cela l'Hamiltonien total du système à été diagonalisé à 3D [Jendrzejewski 12a].

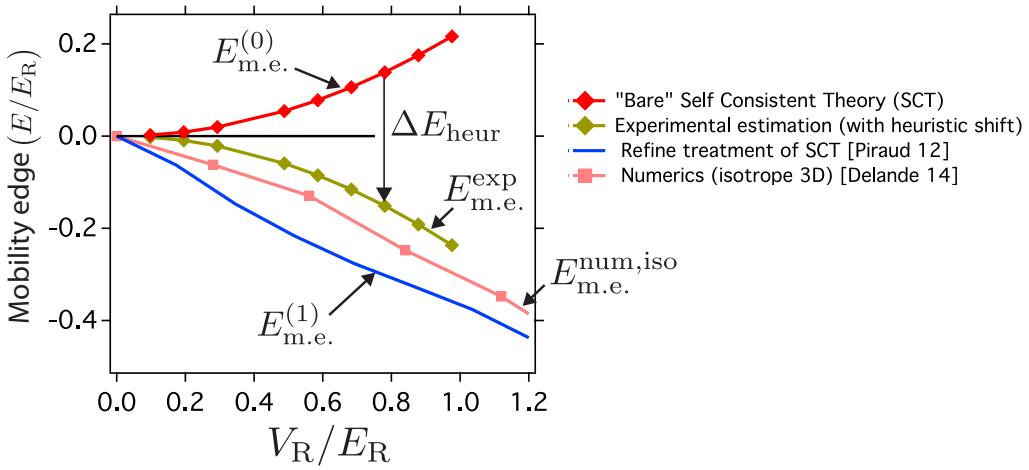

FIGURE 3.20 – **Estimation expérimentale du seuil de mobilité - comparaison aux prédictions théoriques récentes**. Rouge : prédiction théorique du seuil de mobilité par la théorie auto-consistante de la localisation utilisée dans [Jendrzejewski 12a] : $E^{(0)}_{\text{m.e.}} \sim 0.23 V_R^2/E_R$. Vert : Seuil de mobilité estimé à partir de la fraction localisée f_{loc} expérimentale (voir Fig. 3.19) et du calcul numérique $n_{\text{num}}(E)$ de la distribution d'énergie (voir texte) : $E^{(\text{exp})}_{\text{m.e.}} = E^{(0)}_{\text{m.e.}} - \Delta E_{\text{heur}} \sim -0.28 V_R^2/E_R$. Bleu : prédiction théorique $E^{(1)}_{\text{m.e.}}$ obtenue pour notre configuration expérimentale en incluant un décalage physique vers les énergies négatives [Piraud 12c]. Rose (pour référence) : prédiction numérique réalisée pour un désordre créé par un speckle laser parfaitement isotrope [Delande 14]. Bien que cette prédiction ne soit pas rigoureusement adaptée à notre configuration, il est probable que l'anisotropie modérée de notre désordre ne modifie que marginalement cette estimation (voir texte). Toutes les énergies sont ici normalisées à l'énergie de corrélation définie par $E_R = \hbar^2/2m\sigma_\perp^2 \sim h \times 940$ Hz, où $\sigma_\perp = 0.24$ μm est la taille transverse du grain associé à un seul champ de speckle (voir Fig. 3.17).

ce décalage en fonction de l'amplitude du désordre a été choisie : $\Delta E_{\text{heur}} = -\alpha V_R^2/E_R$, où $\alpha = 0.51$ a été ajusté de façon à obtenir le meilleur accord possible, dans la gamme des faibles amplitudes de désordre, entre la prédiction de la fraction localisée et l'estimation expérimentale (voir Fig. 3.19a). Cette forme est bien sûr arbitraire, mais elle se comprend physiquement par le fait que l'amplitude effective du désordre est elle-même quadratique dans le régime de désordre quantique, l'accord théorie-expérience étant ainsi assez bon en désordre faible. Toutefois on s'attend à une dépendance très différente à fort désordre ($\propto V_R$). Ce qui explique un fort décalage entre prédictions et fractions localisées dans ce régime, conséquence directe de la forme arbitraire choisie pour ΔE_{heur}.

Si la dépendance de ce décalage s'appuie sur des considérations physiques, l'origine de ce décalage en énergie reste incertaine, pouvant provenir à la fois d'incertitudes sur les paramètres expérimentaux liés au désordre, sur la détermination expérimentale de la fraction localisée ou sur le calcul numérique de la distribution en énergie. Ceci étant dit, il est cependant très probable qu'une partie significative de ce décalage provienne de la grande imprécision sur l'estimation du seuil de mobilité reposant sur la théorie auto-consistante spécifiquement utilisée dans [Jendrzejewski 12a] [79]. Le problème est en fait identique à celui rencontré sur la détermination du seuil de mobilité dans le cas d'un désordre isotrope par cette méthode [Kuhn 07, Yedjour 10, Piraud 13] (voir Fig. 3.16c).

3. Une estimation du seuil de mobilité proche des prédictions théoriques récentes. Malgré les précautions prises ci-dessus sur les différentes incertitudes provenant aussi bien de la théorie que de l'expérience, il est naturel de donner l'estimation de la position du seuil de mobilité

79. La méthode utilisée est appelée "on-shell" dans le language des théoriciens du désordre, et ne prend pas en compte, par construction, les états d'énergie négative.

en prenant pour acquis le calcul de la distribution numérique, i.e. $E_{\text{m.e.}}^{(\text{exp})} = E_{\text{m.e.}}^{(0)} - \Delta E_{\text{heur}}$. Cette estimation, présentée sur la figure 3.20, se trouve finalement proche de la prédiction théorique $E_{\text{m.e.}}^{(1)}$ plus récente obtenue dans le groupe [80] [Piraud 12c] (toujours adaptée à notre configuration expérimentale). De manière particulièrement remarquable, cette estimation expérimentale est également très proche de l'estimation numérique $E_{\text{m.e.}}^{(\text{num,iso})}$ obtenue récemment pour le cas d'un speckle laser purement isotrope [Delande 14]. Bien que cette dernière prédiction ne corresponde pas rigoureusement à notre expérience, différents éléments laissent néanmoins penser que la prise en compte de la spécificité de notre désordre (corrélation spatiale exacte, anisotropie) ne change pas de manière significative cette prédiction numérique.

En effet, les travaux menés dans [Delande 14] montre d'une part que le seuil de mobilité est en fait très peu sensible aux détails de la fonction de corrélation, celui-ci variant moins de 10% lorsque l'on change la forme précise de cette fonction de corrélation. Ceci-s'explique par un "lissage" des propriétés de corrélations en désordre fort [81]. En outre, des travaux théoriques très récents conduit dans le groupe en collaboration avec B. van Tiggelen, viennent de montrer que les effets de l'anisotropie étaient a priori fortement surestimés dans les traitements usuels de la théorie auto-consistante de la localisation, les effets de localisation étant finalement très peu sensibles à l'anisotropie [Piraud 14]. Ces deux travaux suggèrent donc que la prédiction $E_{\text{m.e.}}^{(1)}$ montrée sur la figure 3.20 devrait être affinée, conduisant à un rapprochement probable avec les prédictions numériques réalisées pour un désordre isotrope. Des travaux numériques sont actuellement en cours dans le groupe de D. Delande pour vérifier cette hypothèse.

Conclusion

Tout d'abord, rappelons que l'analyse des données expérimentales, ainsi que la comparaison quantitative aux différentes prédictions théoriques accessibles, nous ont permis de donner une démonstration particulièrement convaincante de l'observation de la localisation d'Anderson à 3D dans notre système. Ensuite, bien que la méthode employée (désordre allumé soudainement) contienne en elle-même une limitation fondamentale pour l'étude future du régime critique (élargissement en énergie), il me semble important d'insister ici sur ses avantages. Cette méthode nous a en effet permis i) de déterminer une fraction localisée à partir de la seule connaissance de la densité centrale, en supposant la partie localisée "gelée" lors de l'allumage du désordre et, de manière extrêmement importante, ii) de donner un cadre théorique très clair pour le calcul numérique de la distribution en énergie $n_{\text{num}}(E)$ par projection sur les états propres du système. La combinaison de ces deux résultats nous permet ainsi d'obtenir une estimation expérimentale du seuil de mobilité, proche des estimations théoriques les plus avancées et au meilleur de la compétition internationale sur ce sujet [82].

Un second élément important est la mise en commun d'un important travail expérimental et théorique. Le développement de théories quantitatives de la localisation d'Anderson et leur comparaison directe avec les expériences est en effet l'une des motivations principales de l'étude des atomes ultra-froids en présence de désordre. Dans ce sens, ce travail constitue une avancée significative vers la réalisation de véritables tests des théories auto-consistantes de la localisation.

Toutefois, il est clair que ce travail constitue seulement une première étape vers un des objectifs majeurs du domaine : l'étude de la transition d'Anderson. Une des clés du succès réside bien évidemment dans l'*affinement* et le *contrôle* de la distribution en énergie. Le premier

80. La nouvelle prédiction $E_{\text{m.e.}}^{(1)}$ repose sur la prise en compte de la partie réelle dans la "self-énergie" intervenant dans le calcul de la fonction spectrale $\mathcal{A}(k, E)$

81. Inversement, l'approximation de Born étant directement liée à la fonction de corrélation (voir *encadré 4*), les prédictions valables en désordre faible dépendent précisément de cette fonction de corrélation. Cette analyse recoupe ici la discussion menée à 1D, où le seuil de mobilité effectif autour de k_{c} a uniquement un sens en désordre faible (voir partie 3.3.1). En régime de désordre fort, il n'y a plus de variations significatives des propriétés de localisation autour de $k \sim k_{\text{c}}$ [Lugan 09].

82. Des estimations du seuil de mobilité ont également été données dans le groupe de B. deMarco [Kondov 11] et de G. Modugno [Semeghini 14]. Si la premiere est fortement sujette à caution [Müller 14a], la seconde se trouve aussi significativement éloignée des prédictions théoriques, pour des raisons encore mal comprise à l'heure actuelle.

aspect est très clair : la possibilité de réduire fortement la largeur en énergie autour du seuil de mobilité ouvrirait la voie vers l'étude du comportement critique autour du seuil et, objectif ultime, une nouvelle détermination des exposants critiques [83]. Sans aller jusque-là, notons qu'un succès sur le second point, à savoir le contrôle de la distribution en énergie (ou autrement dit la possibilité de la mesurer) marquerait à lui seul un progrès important en permettant une mesure *directe* du seuil de mobilité, i.e. sans reposer sur un calcul numérique de la distribution d'énergie [84].

Pour conclure, et sans préjuger de l'avenir, gageons qu'il sera probablement très difficile d'arriver jusqu'à la mesure d'exposants critiques sur un tel système [85]. Cependant le positionnement précis du seuil de mobilité en fonction des paramètres du désordre (corrélation, anisotropie) reste également un objectif ambitieux. A terme, il devrait être possible d'observer le changement de physique associé au passage d'un régime faiblement à fortement corrélé (de la transition d'Anderson en désordre quantique vers une physique de percolation en régime de désordre classique) ou bien d'étudier le passage d'une géométrie 3D vers les dimensions inférieures (configuration quasi-2D ou même quasi-1D) en variant continûment l'anisotropie du désordre (voir par exemple [Zhang 90, Abrikosov 94]).

83. L'allumage adiabatique du désordre sur un condensat de Bose Einstein de ^{39}k dont les interactions sont contrôlables, comme utilisé dans [Semeghini 14], permet en principe d'affiner la distribution en énergie. Rappelons toutefois que cette méthode n'est pas sans poser de problème (voir partie 3.2.4), et la distribution reste significativement large dans cette expérience.

84. L'estimation donnée dans [Semeghini 14] repose également sur une estimation numérique de la distribution d'énergie.

85. Selon les travaux actuellement menés par D. Delande sur ce sujet, il semblerait que la largeur en énergie du régime critique soit extrêmement faible.

3.3.3 Observation du pic de rétro-diffusion cohérent en configuration quasi-2D : signature des phénomènes de localisation dans l'espace des impulsions

Cette partie décrit comment nous avons pu observer directement le pic de rétro-diffusion cohérent en étudiant l'évolution de la distribution en impulsion d'un nuage d'atomes froids se propageant dans le désordre. Ce travail a donné lieu à une publication dans Physical Review Letters [Jendrzejewski 12b].

Le contexte local

Comme nous l'avons expliqué en détail dans la partie précédente, les études réalisées sur la localisation d'Anderson à 3D ont révélé une limite expérimentale importante liée à l'élargissement de la distribution d'énergie en présence de désordre fort. Tenter de contourner ce problème nécessitant des modifications importantes sur l'expérience (voir section 3.4), nous avons cherché à l'époque s'il était possible d'étudier d'une autre façon les phénomènes de localisation. Pour cette raison, mais aussi en raison de l'intérêt général que pouvait susciter une telle observation, nous nous sommes naturellement tournés vers l'étude du pic de rétro-diffusion cohérent avec des atomes froids, suivant la proposition théorique apparue au cours de l'été 2011 [Cherroret 12]. En raisonnement de son appellation communément répandue en anglais ("Coherent Backscattering"), nous utiliserons régulièrement l'acronyme CBS par la suite.

Nous avons alors légèrement modifié le dispositif expérimental, en n'utilisant notamment qu'un seul bras de speckle afin de se placer en configuration quasi-2D (les grains de speckle étant très allongés suivant une direction, voir-ci dessous). En profitant également des possibilités offertes par la lévitation magnétique [86], et en mettant en oeuvre la méthode dite de "delta-kick cooling" [87] [Ammann] nous avons pu atteindre une température extrêmement basse, de l'ordre de $T \sim 150$ pK [88], correspondant à une résolution dans l'espace des impulsions suffisante pour observer ce fameux pic de rétro-diffusion [Jendrzejewski 12b]. Si l'expérience est relativement simple dans son principe, notons toutefois que la prise des données a nécessité de longues heures d'acquisition, et de traitement de données, afin d'obtenir un rapport signal sur bruit suffisant (moyennage typique sur une trentaine de réalisation pour chaque point). Ce travail a donc, sans surprise, résulté d'une très forte implication de toute l'équipe, notamment Kilian Müller en première année de thèse, et bien sûr Fred Jendrzejewski en dernière année de thèse (voir Fig 1.1).

Une fois de plus, ces travaux ont été publiés conjointement avec une autre équipe, celle de G. Labeyrie à l'INLN à Nice [Labeyrie 12]. Nous avons déjà mentionné que leurs travaux avaient en particulier montré que des effets purement classiques pouvaient également donner lieu à une augmentation de la rétro-diffusion (comme c'est le cas en optique) ; nous reviendrons sur ce point à la fin de cette partie.

Un peu de physique

1. Origine du pic de rétro-diffusion. Le pic de rétro-diffusion cohérent est un effet de localisation faible : il résulte de l'interférence constructive entre les chemins se propageant en sens inverse dans le désordre (chemins "réciproques" ou symétrique par renversement du

86. A savoir la possibilité i) de réaliser des condensats extrêmement froids dans un piège optique décomprimé et ii) d'obtenir des images avec des longs temps de vol (150 ms)

87. La technique du delta-kick cooling consiste à appliquer pendant un temps très bref un potentiel harmonique sur un nuage atomique dilué, de manière à geler le nuage atomique (toutes les vitesses sont en principe annulées pour un même temps d'allumage du potentiel harmonique). Cette méthode est utilisée pour décroître la distribution en vitesse dans les interféromètres atomiques et réaliser ainsi des longs temps d'interrogation (voir par exemple [Müntinga 13, McDonald 13]).

88. Cette température de 150 pK correspondait apparemment à l'époque au nuage atomique le plus froid jamais réalisé au monde (les températures associées aux travaux [Müntinga 13, McDonald 13]) se situant plutôt dans la gamme du nanoKelvin). Ce "record" a cependant été battu dernièrement dans le groupe de M. Kasevich [Kovachy 14], où des températures de 50 pK ont été obtenues.

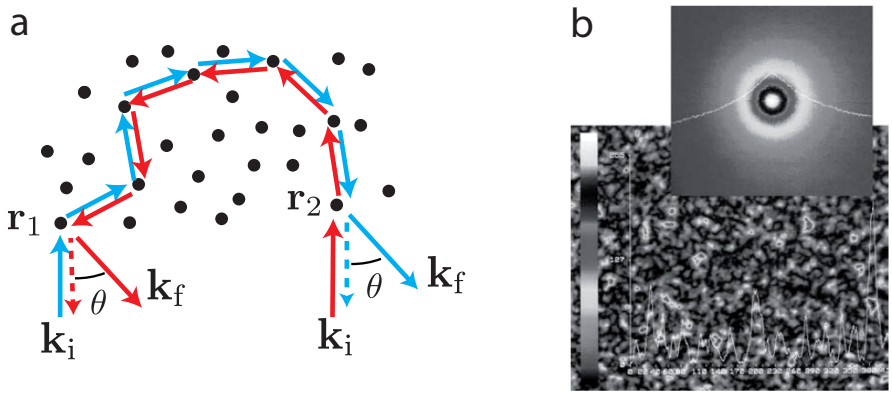

FIGURE 3.21 – **Principe du pic de rétro-diffusion cohérent (CBS)**. a) Configuration : une onde plane de vecteur d'onde $\mathbf{k}_\mathrm{i}$ est envoyée sur un milieu désordonné. L'onde se propage dans le désordre en effectuant de nombreuses diffusions, et on observe l'intensité (ou la probabilité de diffusion pour des particules) diffusée dans une direction de sortie donnée $\mathbf{k}_\mathrm{f}$. Cette direction est repérée par la direction θ par rapport à la direction de rétro-diffusion $\mathbf{k}_\mathrm{f} = -\mathbf{k}_\mathrm{i}$. b) Pour une réalisation unique de désordre (diffuseurs immobiles), on observe une figure d'interférence avec une répartition aléatoire de l'intensité (une figure de speckle comme pour un diffuseur surfacique). Lorsque l'on moyenne sur différentes réalisations du désordre, tous les effets d'interférence se moyennent cependant à zéro, et aucune signature d'effet de cohérence ne subsiste. Ceci est vrai, excepté dans la direction exacte de rétro-diffusion $\mathbf{k}_\mathrm{f} = -\mathbf{k}_\mathrm{i}$. Dans cette direction, les interférences constructives entre chemins réciproques (chemins rouge et bleu) "survivent" au moyennage, le déphasage entre les amplitudes de diffusion étant fixé à zéro quelque soit le chemin suivi dans le désordre. D'après [Akkermans 07].

temps [89]) lorsque l'on envoie une onde plane de vecteur d'onde initial $\mathbf{k}_\mathrm{i}$ et que l'on regarde la probabilité de rétro-diffusion, i.e. suivant le vecteur d'onde $\mathbf{k}_\mathrm{f} = -\mathbf{k}_\mathrm{i}$ (voir Fig. 3.21). Ces interférences constructives donnent ainsi lieu à une augmentation de la rétro-diffusion, idéalement d'un facteur 2 (à chaque chemin de diffusion est associé un chemin de diffusion réciproque). Comme nous l'avons évoqué en introduction de ce chapitre, ce pic de rétro-diffusion cohérent a abondamment été étudié, notamment avec des ondes lumineuses [Kuga 84, van Albada 85, Wolf 85, Wiersma 95, Labeyrie 99], acoustiques [Bayer 93, Tourin 97], élastiques [Aubry 14] et même sismiques [Larose 04] (voir [Akkermans 07] pour une description complète de ces études).

2. Dynamique temporelle : un pic dont la largeur décroît avec le temps de propagation dans le désordre. On peut estimer simplement la largeur angulaire du pic de rétro-diffusion en calculant la différence de phase entre deux chemins se propageant à nouveau en sens inverse dans le désordre, mais sortant maintenant dans une direction $\mathbf{k}_\mathrm{f}$ (voir Fig. 3.21). Les chemins de diffusions multiples étant identiques dans le désordre (afin de "résister" le plus efficacement possible au moyennage), seuls comptent les déphasages associés à la propagation dans l'espace libre, à l'entrée et à la sortie du milieu :

$$\Delta\phi = (\mathbf{k}_\mathrm{f} + \mathbf{k}_\mathrm{i}) \cdot (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) = \Delta\mathbf{q} \cdot \mathbf{R} \tag{3.39}$$

où $\Delta\mathbf{q} = \mathbf{k}_\mathrm{f} + \mathbf{k}_\mathrm{i}$ correspond à la déviation de la direction de sortie par rapport à la condition exacte de rétro-diffusion, et $\mathbf{R}$ à la séparation entre les points d'entrée et de sortie. Le contraste des interférences dans la direction $\mathbf{k}_\mathrm{f}$ s'écrit simplement en calculant la moyenne de ce déphasage sur l'ensemble des chemins de propagation dans le désordre. On obtient

$$\mathcal{C}(\Delta\mathbf{q})(t) = \langle e^{i\Delta\mathbf{q}\cdot\mathbf{R}} \rangle = e^{-\frac{1}{2}\Delta\mathbf{q}^2\langle\mathbf{R}^2(t)\rangle} = e^{-\Delta\mathbf{q}^2/2\Delta q^2_\mathrm{CBS}(t)}, \tag{3.40}$$

89. En toute rigueur, seule la condition dite de réciprocité (retour inverse de la lumière) est nécessaire et suffisante pour observer les phénomènes de localisation faible [van Tiggelen 98]. Il est par exemple possible d'observer la rétro-diffusion cohérente en présence d'absorption. Dans le cas d'un système purement conservatif, les notions de réciprocité et de symétrie par renversement du temps sont cependant équivalentes.

montrant que le pic de rétro-diffusion est une Gaussienne, centrée naturellement autour de la direction de rétro-diffusion, et dont la taille rms est inversement proportionnelle à l'extension moyenne des chemins de diffusion $\Delta q_{\rm CBS}(t) = 1/\sqrt{\langle \mathbf{R}^2(t)\rangle}$. Cette taille augmentant au cours du temps, la largeur du pic CBS doit décroître. Plus précisément, si le régime de propagation est une marche aléatoire décrite par un coefficient de diffusion D, ce à quoi l'on s'attend naturellement après plusieurs évènements de diffusion, la largeur du pic de rétro-diffusion décroit en $1/\sqrt{t}$ suivant

$$\Delta\theta_{\rm CBS}(t) = \frac{1}{k_{\rm i}\sqrt{2Dt}}, \tag{3.41}$$

où l'on a introduit la largeur angulaire $\Delta\theta_{\rm CBS} \simeq \Delta q/k_{\rm i}$, l'angle θ étant repéré par rapport à la direction exacte de rétro-diffusion (voir Fig. 3.21). Une telle dynamique du pic CBS a par exemple été observée de manière très précise avec des ondes acoustiques dans le groupe de M. Fink à l'ESPCI [Tourin 97], mais aussi avec des ondes lumineuses [Vreeker 88] (impulsion femto-secondes).

3. Importance de la distribution initiale en impulsion $\mathcal{D}(k)$. L'expression théorique du pic CBS donnée ci-dessus (cf Eq. 3.40) suppose une onde plane idéale de vecteur d'onde $\mathbf{k}_{\rm i}$, i.e. parfaitement cohérente spatialement et temporellement. Si l'on peut s'approcher aisément de cette limite avec des ondes classiques, c'est en revanche beaucoup plus délicat si l'on considère des atomes ultra-froids. Il est donc impératif de tenir compte de la distribution initiale en impulsion du nuage atomique $\mathcal{D}(k)$ (distribution centrée autour de $\mathbf{k}_{\rm i}$ et de largeur Δk), le pic CBS "total" résultant alors de la convolution du pic CBS "monochromatique" par cette distribution $\mathcal{D}(k)$. On s'attend alors à ce que le pic CBS disparaisse lorsque sa largeur $\Delta q_{\rm CBS}(t)$, qui décroît au cours du temps, atteint la largeur Δk de la distribution initiale, i.e. autour du temps caractéristique

$$\tau_\Delta = \frac{1}{2D\,\Delta k^2} = \frac{\tau_{\rm B}}{(\Delta k\, l_{\rm B})^2}. \tag{3.42}$$

La dernière égalité utilise la relation introduite au début de ce chapitre sur le coefficient de diffusion, à savoir $D = v l_{\rm B}/2$ (cas 2D). Le pic CBS apparaissant uniquement dans le régime de diffusion multiple, on doit avoir $\tau_\Delta \gg \tau_{\rm B}$, et donc, tout naturellement [90], satisfaire à la condition $\Delta k\, l_{\rm B} \ll 1$. Si on prend $l_{\rm B} \sim 1$ μm comme ordre de grandeur pour le libre parcours moyen, cette condition correspond à une distribution en vitesse initiale de largeur $\Delta v \ll 1$ mm/s, soit une température de l'ordre de quelques nanoKelvin au maximum. On comprend donc pourquoi nous avons cherché à obtenir une température la plus basse possible, de l'ordre de la centaine de pico-Kelvin comme indiqué ci-dessus.

Pour finir, notez que si l'on considère une distribution en impulsion initiale de forme gaussienne (Δk étant la largeur rms), on obtient très simplement les expressions du contraste du pic CBS [i.e. $\mathcal{C}(t) \equiv \mathcal{C}(\mathbf{k}_{\rm f} = -\mathbf{k}_{\rm i})(t)$] et de sa largeur angulaire (voir par exemple [Cherroret 12]) [91] :

$$\mathcal{C}(t) = \frac{1}{1 + t/\tau_\Delta}, \tag{3.43}$$

$$\Delta\theta_{\rm CBS}(t) = \Delta\theta_{\rm res}\sqrt{1 + \tau_\Delta/t}, \tag{3.44}$$

où $\Delta\theta_{\rm res} = \Delta k/k_{\rm i}$ correspond à la résolution angulaire donnée par la distribution (voir Fig 3.23).

Le système expérimental

Le dispositif expérimental est décrit sur la figure 3.22. Il est très similaire à celui utilisé pour observer la localisation d'Anderson, à quelques différences près.

90. On peut retrouver cette condition en introduisant la longueur de cohérence $l_{\rm c} \sim 1/\Delta k$. Le contraste du pic CBS s'annule tout simplement lorsque la longueur des chemins de diffusion multiple dépasse cette longueur de cohérence $l_{\rm c}$.

91. Nous considérons ici une géométrie 2D correspondant à notre configuration expérimentale.

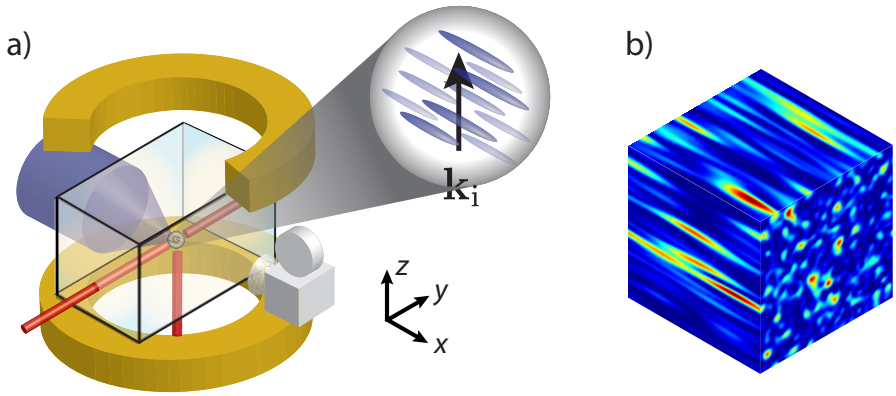

FIGURE 3.22 – **Dispositif expérimental pour l'observation du pic CBS**. Ce dispositif reprend globalement celui utilisé pour observer la localisation d'Anderson à 3D, à quelques modifications près (voir texte). En particulier le nuage atomique est maintenant accéléré afin d'obtenir une impulsion initiale $\mathbf{k}_i$ suivant z. Ensuite seul un champ de speckle est utilisé. Ce désordre étant très anisotrope suivant la direction x (b), la dynamique de diffusion peut être considérée comme quasi-2D aux temps courts (jusqu'à environ une dizaine de τ_B, voir texte).

— Nous utilisons maintenant la technique du delta-kick cooling [Ammann] pour réduire au maximum la distribution en vitesse. Comme précédemment, nous commençons la séquence par une phase d'expansion libre, toujours en présence du dispositif de lévitation magnétique [92], afin de supprimer les interactions. Après cette première phase, nous rallumons subitement le piège dipolaire croisé pendant un intervalle de temps très court (autour de 500 μs), de manière à freiner toutes les classes de vitesse du nuage [Ammann] . L'intensité des faisceaux pièges est alors ajustée pour minimiser la vitesse d'expansion observée après imagerie par temps de vol (voir ci-dessous). Nous obtenons ainsi une distribution en vitesse estimée à Δv=0.12 mm/s (soit la fameuse température de 150 pK).

— Le nuage atomique est ensuite accéléré (suivant la direction z) en utilisant un gradient de champ magnétique pendant quelques milli-secondes. La vitesse moyenne est choisie par la suite autour de $v_i = 3.3 \pm 0.2$ mm/s ($k_i = p_i/\hbar \simeq 4.5$ μm^{-1} ; $E_k/h = 1190$ Hz).

— Le désordre est maintenant constitué d'un seul bras de speckle se propageant suivant la direction x. Ce champ de speckle a les mêmes propriétés que ceux utilisés pour étudier la localisation à 3D : les grains de speckle sont très allongés (ici suivant x), la fonction de corrélation étant décrite par une Gaussienne dans la direction transverse (taille rms $\sigma_\perp$=0.24 μm) et par une Lorentzienne dans la direction longitudinale $\sigma_x = 1.6$ μm (HWHM).

— La vitesse initiale du nuage est choisie perpendiculairement à la direction d'élongation du speckle, la longueur d'onde de Broglie associée étant de l'ordre de grandeur de la taille des grains dans le plan transverse ($k_i\sigma_\perp \sim 1$). Le nuage sera donc efficacement diffusé dans ce plan, de manière quasi-isotrope (voir *encadré* 4). En revanche, les grains étant fortement allongés le long de l'axe x, la diffusion hors du plan sera limitée à un angle très faible ($k_i\sigma_x \sim 7$). C'est pourquoi la dynamique peut être considéré comme quasi-2D aux temps courts, les effets d'"isotropisation" à 3D de la distribution en impulsion intervenant à des temps plus longs.

— Toutes les images sont maintenant obtenues après une expansion libre (temps de vol) de durée $t_{tof} = 150$ ms, une durée aussi longue étant possible grâce à notre dispositif de lévitation. Cela nous permet d'observer l'évolution de la distribution en vitesse des atomes avec une très bonne résolution. Celle-ci est en fait fortement limitée ici par la taille du

92. Les atomes sont toujours préparés dans l'état $|F = 2, m_F = -2\rangle$.

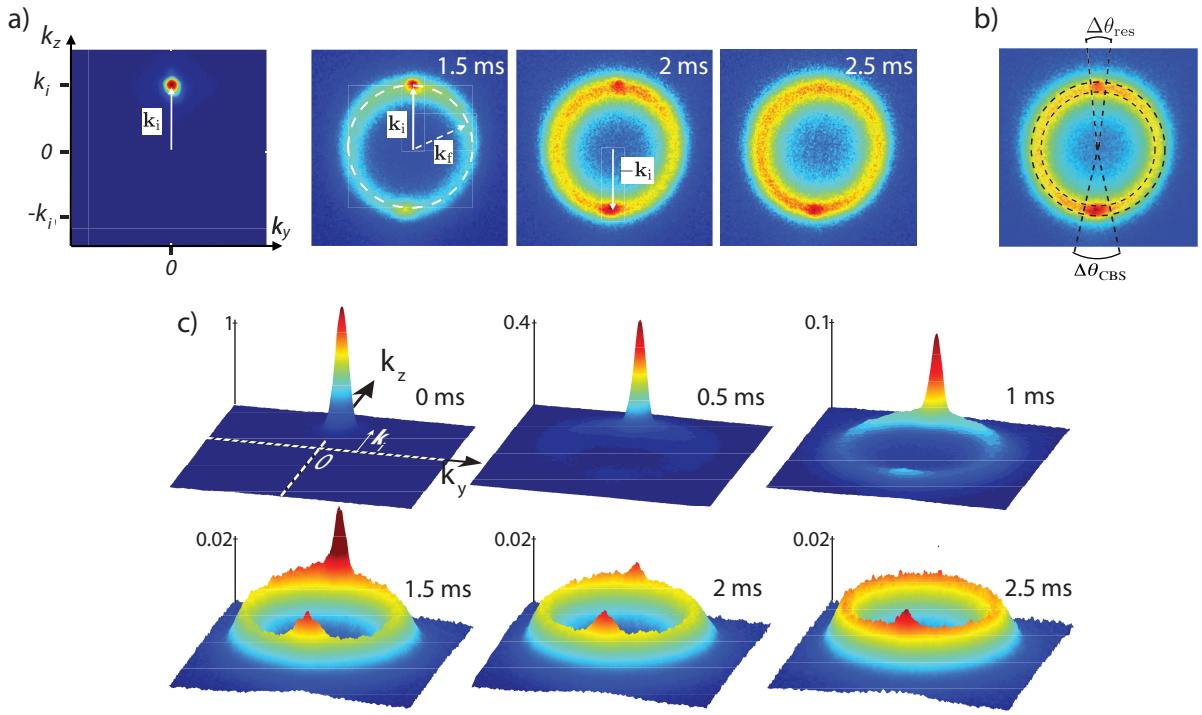

FIGURE 3.23 – **Observation du pic de rétro-diffusion cohérent**. a) Evolution de la distribution en impulsion en fonction du temps de propagation dans le désordre, où l'on observe la redistribution progressive des vitesses sur un anneau correspondant à la condition de diffusion élastique. Le pic CBS est clairement visible dans la direction de rétro-diffusion, $\mathbf{k}_\mathrm{f} = -\mathbf{k}_\mathrm{i}$. Notez les temps très courts (quelques milli-secondes) comparés aux temps nécessaires pour observer l'évolution du nuage atomique dans l'espace réel (de l'ordre de la seconde, voir par exemple Fig. 3.18). b) On étudie quantitativement le pic CBS en intégrant la distribution sur un anneau (autour du rayon moyen k_i) pour obtenir la distribution angulaire $n(\theta, t)$, voir [Jendrzejewski 12b]. $\Delta\theta_\mathrm{res}$ correspond à la résolution angulaire donnée par la taille initiale du nuage atomique et la dispersion en vitesse : $\Delta\theta_\mathrm{res} = \Delta v_\mathrm{res}/v_\mathrm{i} = 0.07$. La largeur $\Delta\theta_\mathrm{CBS}$ correspond à la largeur du pic CBS. Notez que ces largeurs angulaires ont été artificiellement élargies sur la figure pour inclure la totalité du pic initial et du pic CBS. Ces largeurs sont néanmoins définies comme les largeurs rms des Gaussiennes associées (voir texte). c) Evolution de la distribution en vitesse représentée cette fois-ci en 3D. Les paramètres sont les mêmes que pour la figure a). Ces images correspondent à chaque fois au moyennage sur 30 réalisations expérimentales.

paquet d'onde initial (taille rms $\Delta r = 30$ μm), avec $\Delta v_\mathrm{res} = [\Delta v^2 + (\Delta r/t_\mathrm{tof})^2]^{1/2} = 0.23$ mm/s.

Les principaux résultats

1. Observation de la redistribution élastique des vitesses et du pic de rétro-diffusion cohérent. La figure 3.23 montre comment la distribution initiale en impulsion (centrée autour de $\mathbf{k}_\mathrm{i}$) se redistribue aux temps courts sur un anneau (de norme k_i) lorsque les atomes sont diffusés de manière élastique par le désordre. L'amplitude du désordre est ici choisie à $V_\mathrm{R}/h \sim 1$ kHz. On voit ainsi apparaître dans la direction exactement opposée ($\mathbf{k}_\mathrm{f} = -\mathbf{k}_\mathrm{i}$) un pic dans la distribution en impulsion. Ce pic reste observable même lors que la distribution initiale a complètement disparu, c'est à dire lorsque l'onde aurait perdu, en absence d'effet de cohérence, toute mémoire de sa direction initiale. Afin de pouvoir identifier sans ambiguité ce pic à un effet de cohérence, il est cependant essentiel de comparer ses caractéristiques (contraste, largeur) au comportement attendu pour le CBS (voir Eqs 3.43 et 3.44). Pour cela, il est nécessaire de connaître les temps microscopiques de transport.

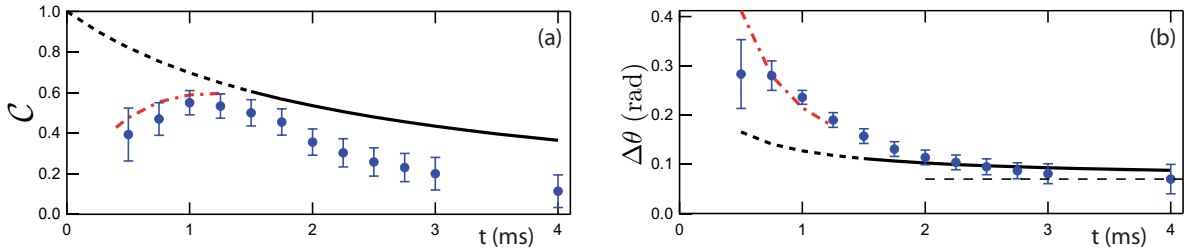

FIGURE 3.24 – **Dynamique temporelle du pic CBS :** évolutions du contraste $\mathcal{C}$ (a) et de la largeur $\Delta\theta_{\rm CBS}$ (b) extraites à partir de l'analyse de la distribution angulaire $n(\theta)$ (ajustement du pic CBS par une Gaussienne, voir [Jendrzejewski 12b]). Les courbes noires (traits plein et pointillé) correspondent aux prédictions 3.43 et 3.44 dans le régime de diffusion multiple. Les courbes rouges (pointillées) correspondent aux prédictions obtenues à partir de [Gorodnichev 90] dans le régime des temps courts (CBS résultant principalement d'évènements de double diffusion), voir texte.

2. Détermination directe des temps microscopiques de transport, $\tau_{\rm s}$ et $\tau_{\rm B}$. De nombreuses informations peuvent être directement extraites de l'évolution de la distribution en impulsion. Ainsi le temps moyen de diffusion élastique $\tau_{\rm s}$ (voir Eq. 3.20 de l'*encadré* 4), correspond au temps caractéristique de la décroissance exponentielle du pic initial, avec $n(\mathbf{k}_{\rm i}, t) \propto e^{-t/\tau_{\rm s}}$. Pour les paramètres de la figure 3.23, on obtient $\tau_{\rm s} = 0.33 \pm 0.02$ ms ($l_{\rm s} = v\tau_{\rm s} = 1.1$ μm). Ce temps correspond également à l'élargissement en énergie $\Delta E_{\rm R} = \hbar/\tau_{\rm s}$ dû au branchement du désordre, suivant l'expression 3.23 de la fonction spectrale. Le branchement du désordre s'accompagne également d'un élargissement de la distribution en impulsion, chaque composante d'énergie acquérant une largeur $\Delta k_{\rm R} = 1/l_{\rm s}$. La convolution de ces deux effets est responsable de la largeur des anneaux observés sur la figure 3.23, la largeur à totale mi-hauteur correspondant à $2/l_{\rm s}$. Pour l'amplitude de désordre choisie, on a $k_{\rm i} l_{\rm s} \sim 5$, ce qui correspond encore à une force de désordre proche de la condition de désordre faible ($k_{\rm i} l_{\rm s} \gg 1$).

On peut également obtenir aisément un deuxième temps caractéristique essentiel pour décrire la propagation dans le désordre, à savoir le temps moyen de transport $\tau_{\rm B}$. Ce temps caractéristique correspond à l'isotropisation de la distribution en impulsion (i.e. perte de mémoire de la direction initiale). On peut le déterminer en étudiant l'évolution de la répartition angulaire de la distribution $n(\theta, t)$, où l'on a intégré la distribution sur un anneau de largeur finie autour du rayon moyen $\mathbf{k}_{\rm i}$. Plus précisément le temps $\tau_{\rm B}$ [93] correspond au temps caractéristique de décroissance (là aussi exponentielle) de la première composante de la série de Fourier de la fonction $n(\theta)$ [Cherroret 12, Plisson 13]. Pour notre configuration cela donne $\tau_{\rm B} = 0.4$ ms ($l_{\rm B} \sim 1.3$ μm). Notez que l'on retrouve bien $\tau_{\rm s} \sim \tau_{\rm B}$, en accord avec $k_{\rm i}\sigma_\perp \sim 1$.

3. Analyse quantitative de la dynamique du pic CBS, en accord avec les prédictions théoriques. Les évolutions respectives du contraste et de la largeur du pic CBS sont présentées sur la figure 3.24. Remarquons tout d'abord que nous pouvons observer la (courte) vie du pic CBS, de sa "naissance" progressive lors des tous premiers évènements de diffusion, à sa "mort" relativement rapide au bout de 3-4 ms (de l'ordre de $10\tau_{\rm B}$). Une fois le régime de diffusion multiple établi (ici autour de 2 ms), on obtient un bon accord entre l'évolution de la largeur du pic CBS et la valeur prédite par l'expression 3.44 sans aucun paramètre ajustable (le temps de diffusion $\tau_{\rm B}$ et la largeur initiale Δk étant mesurés indépendamment). En revanche, on constate que le contraste décroît plus vite, dans ce régime des "temps longs", que ce qui serait attendu en tenant compte de notre résolution dans l'espace des vitesse (voir Eq. 3.43) [94]. Cet effet est dû à l'isotropisation 3D de la distribution impulsion, celle-ci se répartissant progressivement d'un anneau vers une une sphère. L'intégration effectuée suivant l'axe d'imagerie conduit alors à une

93. Ce temps n'est pas exactement, pour les puristes, ce que l'on appelle le temps de Boltzmann (qui correspondrait à des processus parfaitement incohérents) car il inclus déjà des corrections de localisation faible (augmentation de la rétro-diffusion qui se manifeste déjà à cette échelle de temps, voir ci-dessous).

94. Notre configuration correspond à $\Delta k\, l_{\rm B} \sim 0.4$, de sorte que le temps caractéristique τ_Δ définit par l'expression 3.42 vaut $\tau_\Delta \sim 6\tau_{\rm B} \sim 2.4$ ms.

perte de contraste supplémentaire.

La dynamique initiale du pic CBS est également intéressante. A cette échelle de temps ($t \lesssim 1$ ms, à savoir 2-3 τ_{B}), les prédictions 3.43 et 3.44, qui supposent un régime de diffusion multiple bien établi, ne sont pas pertinentes. D'une part, il est tout à fait naturel que le contraste croisse au cours du temps, au fur et à mesure que les processus de diffusions multiples l'emportent sur les processus de diffusion unique, qui eux ne participent pas au pic CBS (il faut au moins deux diffusions pour construire deux chemins contra-propageants dans le désordre). D'autre part, l'évolution de la largeur du pic CBS, qui décroît comme $1/\sqrt{\langle \mathbf{R}^2 \rangle(t)}$ (voir Eq. 3.40), ne doit plus varier en $1/\sqrt{t}$ (pour un régime diffusif), mais en $1/t$, le chemin parcouru entre deux événements de diffusion étant balistique. En cherchant dans la littérature, je n'ai pu trouver que la référence [Gorodnichev 90] traitant quantitativement des propriétés attendues aux temps courts. Dans le cas des diffuseurs ponctuels, l'auteur prédit l'évolution du contraste suivant $\mathcal{C}(t) = (2t/\pi\tau_{\mathrm{s}})/(1 + 2t/\pi\tau_{\mathrm{s}})$ et une décroissance de la largeur $\Delta\theta_{\mathrm{CBS}} \sim 3/k_{\mathrm{i}} l_{\mathrm{s}} (\tau_{\mathrm{s}}/t)$ [95]. Ces prédictions sont tracées sur la figure 3.24, où nous constatons un excellent accord, à nouveau sans aucun paramètre ajustable.

Conclusion

Ce travail nous a permis d'observer sans ambiguité le pic de rétro-diffusion cohérent avec des atomes froids [Jendrzejewski 12b]. Bien que le phénomène de localisation d'Anderson ait été démontré antérieurement, il s'agit ici d'une démonstration particulièrement directe des effets de cohérence dans ces systèmes. Notons toutefois que nous ne pouvons prétendre, avec assurance, à cette observation du pic CBS que grâce à une comparaison précise de nos données avec la dynamique attendue pour nos paramètres expérimentaux. Comme avec des ondes classiques, il peut cependant y avoir des effets purement classiques conduisant également à une augmentation de la rétro-diffusion, comme cela a été démontré par les travaux menés en parallèle dans l'équipe de G. Labeyrie à Nice [Labeyrie 12]. L'identification des effets cohérents ou incohérents à l'oeuvre dans cette expérience a nécessité, là aussi, une comparaison précise des observations avec différentes prédictions théoriques, et notamment d'importantes simulations numériques.

Il est donc difficile de prétendre à une démonstration réellement directe des effets de cohérence reposant "simplement" sur l'augmentation de la rétro-diffusion. Comme cela a été le cas dès les premières expériences menées en matière condensée (voir figure 3.2 au début de ce chapitre, et notamment l'emblématique expérience de Sharvin et Sharvin [Sharvin 81]), il est essentiel d'aller plus loin en introduisant, si possible de manière contrôlée, un déphasage entre les chemins réciproques participant aux processus de localisation faible, afin d'en moduler les effets. Pour cela il faut briser, d'une manière ou d'une autre, la symétrie par renversement du temps dans le système [96]. Ce sera l'objet des travaux présentés dans la prochaine section.

Avant d'aborder ces dernières expériences, insistons une fois encore (voir partie 3.2.5) sur la richesse des informations qui peuvent être extraites en étudiant l'évolution temporelle de la distribution en impulsion. Par exemple, et même si nous avons peu évoqué ces expériences jusqu'à présent, il est possible d'extraire les temps microscopiques de transport (τ_{s} et τ_{B}) et d'en faire une véritable cartographie en fonction des paramètres du désordre et de l'énergie des atomes. Cette étude a été menée dans l'équipe et donnera lieu à une publication prochainement (voir Fig. 3.25). Dans la même ligne, l'étude précise de la structure radiale de la distribution en impulsion (i.e. la largeur des anneaux) permet, en principe, de mesurer directement la fameuse fonction spectrale $\mathcal{A}(k, E)$ introduite dans l'*encadré* 4 (Eq. 3.23). Cette fonction est au coeur des théories auto-consistantes de la localisation d'Anderson, et leur connaissance précise est un réel enjeu théorique [Zimmermann 09, Yedjour 10, Piraud 12c, Trappe 14].

95. La forme du pic CBS n'est plus une Gaussienne dans ce régime. L'expression donnée est donc une estimation de la largeur ajustant la forme de cette fonction par une Gaussienne parfaite ayant la même largeur à mi-hauteur. Finalement, cela revient à prendre la forme heuristique suivante $\langle \mathbf{R}^2 \rangle(t) = (vt/3)^2$. Nous utiliserons à nouveau cette forme pour expliquer la dépendance temporelle de la résurgence du pic CBS suite à une perturbation dans la section suivante.

96. En toute rigueur la réciprocité [van Tiggelen 98, Carminati 00]

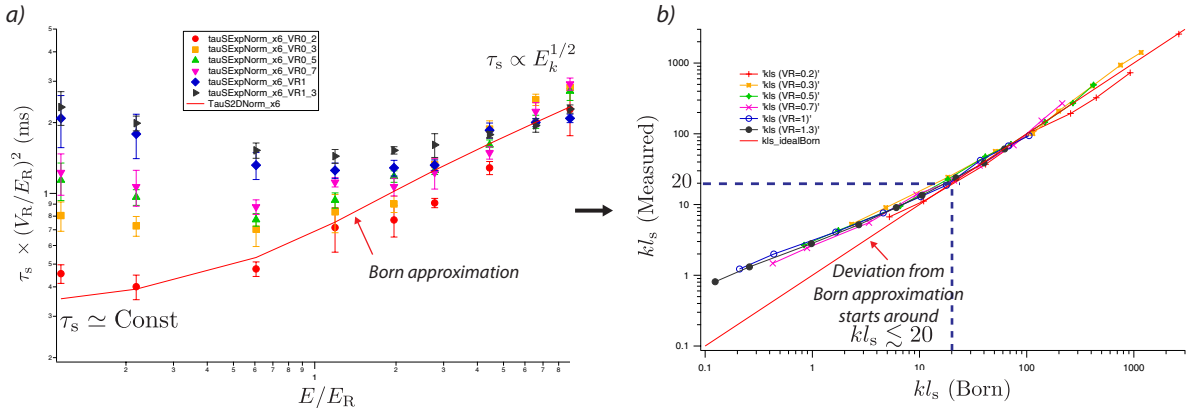

FIGURE 3.25 – **Etude en cours sur la "cartographie" des temps de diffusion moyen** $\tau_s(E_k, V_R, E_R)$, en fonction de l'énergie des atomes et des paramètres du désordre, et comparaison à l'approximation de Born (voir [Piraud 13] pour des calculs adaptés à notre configuration). L'ensemble des données présentées en (a) se regroupent autour d'une courbe unique si l'on trace le paramètrekl_s (calculé à partir de la mesure de τ_s) en fonction de son estimation dans le régime de Born (b). Ce paramètre sans dimension est celui utilisé généralement pour quantifier la force du désordre dans les systèmes désordonnés (voir *encadré* 4). On voit alors clairement que l'approximation de Born n'est plus valide dès que $kl_s \leq 20$, c'est à dire un décrochement relativement rapide pour une amplitude de désordre "modérée". Cette étude a donné lieu à une collaboration avec l'équipe de L. Sanchez-Palencia, et est en cours de finalisation. Notez que l'on a déterminé de la même manière les temps moyens de transport $\tau_B(E_k, V_R, E_R)$, ainsi que les coefficients de diffusion pour ces mêmes paramètres (les coefficients de diffusion sont mesurés en observant l'expansion du nuage dans l'espace réel).

Pour revenir aux propriétés de localisation faible, le pic CBS est le signal idéal pour étudier comment sont modifiées les propriétés de cohérence lorsque l'on modifie le système, par exemple en introduisant des interactions inter-particules [Agranovich 91, Hartung 08], ou un couplage spin-orbit [Hikami 80, Akkermans 07]. Dans ces deux cas, on s'attend à observer non plus un pic, mais un creux autour de la direction de rétro-diffusion. En particulier, il serait particulièrement intéressant d'observer le fameux phénomène d'anti-localisation dans le graphène, en étudiant la propagation d'atomes dans une structure périodique de maille hexagonale en présence de désordre [Lee 14b].

Enfin, un des aspects les plus stimulants à l'heure actuelle est la possible observation du pic de diffusion cohérent vers l'avant (CFS) récemment découvert [Karpiuk 12] (voir Fig. 3.9), et qui pourrait constituer une signature directe de la localisation d'Anderson [Ghosh 14]. Toutefois cette observation reste extrêmement difficile, car elle nécessite de pouvoir étudier la distribution en impulsion sur des échelles de temps beaucoup plus longues que celles actuellement accessibles dans notre système (quelques τ_B seulement, voir Fig. 3.24). Bien que cette échelle de temps puisse être augmentée en confinant les atomes à 2D, il n'en reste pas moins que le temps caractéristique de décroissance du contraste lié à la distribution en impulsion initiale (Eq. 3.42), constitue une contrainte expérimentale extrêmement sévère. Il semble donc a priori plus probable d'arriver à observer ce pic sur notre expérience en revenant à une configuration 1D, suivant la proposition [Lee 14a]. Des premières expériences sont actuellement en cours dans l'équipe dans cette configuration. Une autre piste est d'essayer d'observer ce pic à 3D. Mais pour cela, il faudra mettre en oeuvre une méthode d'imagerie par tomographie tomographique, afin de pouvoir observer isolément la distribution d'impulsion autour de l'impulsion initiale $\mathbf{k}_i$.

3.3.4 Suppression et résurgence du pic de rétro-diffusion : une signature directe des effets de cohérence

Cette partie décrit les travaux réalisés récemment pour observer la suppression du pic CBS et de sa résurgence, suite à une perturbation appliquée sur le système [Müller 14b]. Cette observation constitue cette fois une démonstration indiscutable des effets de cohérence dans notre système. Plus généralement, elle constitue une première démonstration de la nouvelle méthode proposée par Tobias Micklitz, Cord Müller et Alexander Altland [Micklitz 14a] pour étudier les différents processus au coeur des phénomènes de localisation, de la localisation faible (ce travail) à la localisation d'Anderson.

Le contexte local

L'un des enjeux, à la suite de notre observation du pic CBS, était la possibilité de discriminer directement entre les effets cohérents et incohérents à l'origine de ce pic (voir par exemple la discussion dans section 3.2.5). Cet enjeu est bien sûr transverse aux différentes expériences menées sur les phénomènes de localisation. Pour l'étude de la localisation d'Anderson, il est ainsi essentiel de pouvoir éliminer toute cause de piégeage classique pour interpréter les résultats. Comme nous l'avons déjà mentionné à diverses reprises, une idée naturelle serait d'utiliser les méthodes développées récemment pour créer des champs magnétiques artificiels [Lin 09, Dalibard 11], afin d'introduire un déphasage contrôlé entre les chemins réciproques [97], en s'inspirant des expériences fondatrices de la physique mésoscopique (voir par exemple [Towers 13] pour une étude théorique de la magnéto-résistance négative avec des atomes froids). Toutefois ces méthodes ne sont pas forcément évidentes à mettre en oeuvre en pratique, si bien qu'il est intéressant d'étudier d'autres approches. Par exemple, on peut introduire de la décohérence en modulant temporellement le désordre, comme cela à été réalisé dans l'équipe de G. Modugno au LENS [D'Errico 13]. Cette méthode souffre néanmoins de la difficulté de dissocier les effets décohérence et d'un simple chauffage associé à cette modulation, ce qui complique l'interprétation de ces expériences en terme de signatures directes de la localisation.

Dans ce contexte, la proposition de Tobias Micklitez *et al.* [Micklitz 14a] a le mérite d'être extrêmement simple. Comme nous le verrons ci-dessous, il s'agit d'appliquer une très brève perturbation sur le système (un "kick"), à un instant T bien défini, et d'observer une résurgence des effets de localisation au temps $2T$ (d'où le nom d'"echo spectroscopy" donné à cette méthode par les auteurs). Cette idée nous a été proposée directement par Cord Müller à la fin de l'année 2012, longtemps avant publication. Si nous avons bien évidemment été tout de suite très intéressés par la mise ne place de cette idée, il a fallu attendre un certain temps avant de pouvoir commencer ces expériences, celles-ci n'ayant débutées qu'en novembre 2013.

En effet, à la suite des expériences menées en 2012 sur le CBS, nous avons entrepris de modifier en profondeur le dispositif expérimental (voir Fig. 1.1 dans la partie introductive). Ce dispositif ayant été construit avec des contraintes de temps très fortes (compétition internationale pour observer la localisation à 3D), de nombreux aspects nécessitaient une mise à jour afin de gagner en performance ; stabilité, et surtout en flexibilité afin de pouvoir être plus "réactifs" face aux différentes idées. Ces évolutions ont consisté i) en la réalisation d'un nouveau dispositif pour le désordre, maintenant placé sur une table annexe, ii) la mise en place de deux nouveaux systèmes d'imagerie (deux axes d'imagerie perpendiculaires), limités par la diffraction avec une ouverture numérique de l'ordre de ON ~ 0.4, iii) la mise en place d'un nouveau bras pour le piège dipolaire croisé (bras vertical passant justement à travers un des nouveaux dispositifs d'imagerie) et iv) la mise en place d'un blindage magnétique pour protéger l'expérience des fluctuations magnétiques extérieures. Ces aménagements, bien que planifiés en avance, ont cependant pris plus de temps que prévu, notamment en raison d'un problème de vide rencontré dans la seconde chambre de science. Kilian Müller a pris en charge ces importantes modifications

97. L'introduction d'un champ magnétique ne détruit pas forcément le phénomène de la localisation d'Anderson. Par exemple, en configuration quasi-1D, les longueurs de localisation sont simplement multipliées par deux en présence de champ magnétique, alors que les processus de localisation faible ont eux complètement disparu [Pichard 90].

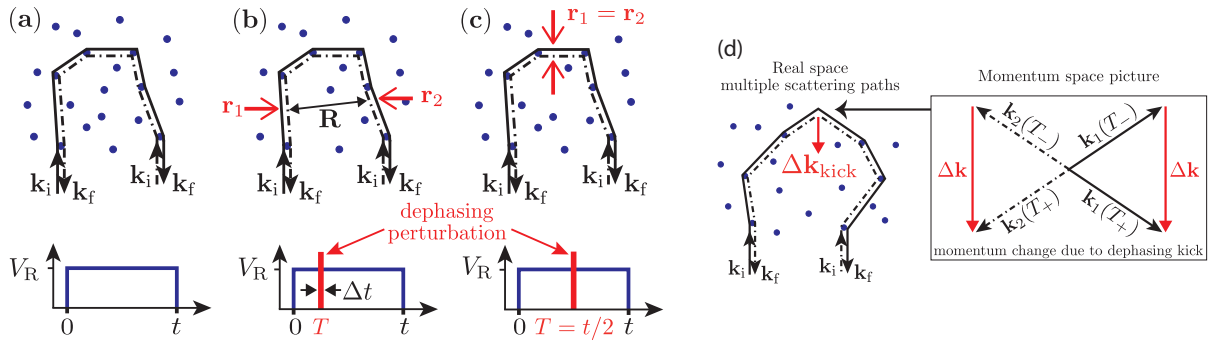

FIGURE 3.26 – **Principe de la suppression et de la résurgence du pic CBS**, suite à l'application d'un kick déphasant à l'instant T. a), b) et c) : Cas perturbatif : le kick déphasant transfert une impulsion suffisamment faible pour négliger la modification des trajectoires de diffusion dans le désordre ($\Delta\mathbf{k}_{\text{kick}} \ll k_{\text{i}}$), voir texte. a) Trajectoires réciproques participant au signal de rétrodiffusion ($\mathbf{k}_{\text{f}} = -\mathbf{k}_{\text{i}}$). En absence de kick, l'interférence constructive entre ces chemins est à l'origine du pic CBS. b) Suppression du pic CBS : le le kick est appliqué à un temps quelconque, tel que $T \neq t/2$, où t est la durée totale de la propagation dans le désordre. Les positions des atomes sur ces deux trajectoires sont alors distinctes au moment du kick ($\mathbf{r}_1 \neq \mathbf{r}_2$) et chaque trajectoire acquiert donc une phase distincte : les interférences constructives sont supprimées. c) Resurgence du pic CBS : dans le cas spécifique où $T = t/2$, les positions sont confondues au moment du kick ($\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_2$) : l'interférence constructive est préservée. Les chronogrammes illustrent la séquence temporelle : la résurgence du CBS correspond au rétablissement de la symétrie par renversement du temps de la séquence pour $T = t/2$. d) Cas d'un kick déphasant de forte amplitude ($\Delta\mathbf{k}_{\text{kick}} \sim k_{\text{i}}$). Les trajectoires participant à la probabilité de rétro-diffusion dans la direction $\mathbf{k}_{\text{f}} = -\mathbf{k}_{\text{i}}$ doivent toutes, *par construction*, satisfaire à la conservation de l'énergie au moment du kick (voir insert). Pour le kick est appliqué au milieu de la séquence temporelle $T = t/2$, chaque trajectoire, même profondément modifiée au moment du kick, possède une trajectoire réciproque dont la phase accumulée est identique. Un pic CBS est donc attendu autour de $\mathbf{k}_{\text{f}} = -\mathbf{k}_{\text{i}}$, avec un contraste parfait.

(voir [Müller 14c]) avec l'aide de Jérémie Richard, les deux étant respectivement en deuxième et première année de thèse. Une fois ces développements expérimentaux achevés, nous avons pu mettre en oeuvre "relativement aisément" la proposition de Tobias Mickltiz *et al.*, en installant une bobine magnétique au plus près de la cellule pour appliquer la perturbation sur le système (un kick produit par un gradient de champ magnétique). Bien que les travaux aient été terminés courant mai 2014, l'article n'a finalement été soumis à Physical Review Letters qu'en novembre. Nous sommes actuellement encore dans le processus d'évaluation.

Un peu de physique

1. Le principe de la résurgence du pic CBS est décrit sur la figure 3.26, où une onde d'impulsion $\mathbf{k}_{\text{i}}$ bien définie est lancée dans le désordre, les interférences constructives entre chemins réciproques donnant lieu au pic CBS autour de $\mathbf{k}_{\text{f}} = -\mathbf{k}_{\text{i}}$. Pour introduire un déphasage contrôlé entre ces chemins réciproques, un potentiel extérieur $V(\mathbf{r})$ est appliqué sur les atomes pendant une durée très brève, Δt. Cette durée est choisie suffisamment courte (typiquement quelques dizaines de micro-secondes) afin que les atomes puissent être considérés comme immobiles sur cette échelle de temps. Ils vont donc acquérir une phase supplémentaire (s'ajoutant à la phase totale accumulée sur l'ensemble du chemin suivi) qui dépend seulement de leur position précise $\mathbf{r}_T$ à l'instant T : $\phi_{\text{kick}}(\mathbf{r}_T) = V(\mathbf{r}_T)\Delta t/\hbar$. Ce déphasage est également associé à un transfert d'impulsion $\Delta\mathbf{k}_{\text{kick}}$ résultant de la force appliquée sur les atomes pendant le temps $\Delta\mathbf{k}_{\text{kick}} = -\nabla V(\mathbf{r}_T)\Delta t/\hbar$. Si ce transfert d'impulsion est suffisamment faible ($\Delta\mathbf{k}_{\text{kick}} \ll \mathbf{k}_{\text{i}}$) pour que l'on puisse négliger la modification ultérieure des chemins de diffusion, le déphasage total entre les chemins réciproques (toujours pour $\mathbf{k}_{\text{f}} = -\mathbf{k}_{\text{i}}$), s'écrit s'implement

$$\Delta\phi_{\text{kick}} = \phi_{\text{kick}}(\mathbf{r}_2) - \phi_{\text{kick}}(\mathbf{r}_1) = \boldsymbol{\Delta}\mathbf{k}_{\text{kick}} \cdot (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1), \tag{3.45}$$

où $\mathbf{r}_{(1,2)}$ correspondent aux positions respectives des atomes sur ces deux chemins à l'instant du kick (voir Fig. 3.26b). Par souci de simplification, mais surtout parce que cela correspond à notre situation expérimentale, notez que l'on a considéré ici un gradient de potentiel constant à l'échelle du nuage atomique.

Les positions $\mathbf{r}_1$ et $\mathbf{r}_2$ étant en général différentes, les interférences ne sont plus automatiquement constructives. Le moyennage du déphasage donné par l'expression 3.45 va donc conduire à la disparition du pic CBS pour les temps $t > T$. Ce raisonnement est correct, sauf si l'on regarde la distribution en impulsion au temps $t = 2T$, ou autrement dit, si l'on applique la perturbation au milieu de la séquence expérimentale de propagation dans le désordre, voir Fig. 3.26c. Dans ce cas, la position des atomes au moment du kick est identique sur sur les deux chemins ($\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_2$), de sorte qu'ils acquièrent tous les deux exactement la même phase. L'interférence constructive est préservée et le pic CBS resurgit à ce temps précis.

On peut également comprendre ce phénomène de résurgence en étudiant la symétrie de la séquence expérimentale temporelle (voir partie inférieure de la Fig. 3.26). Si l'on applique le kick à un temps quelconque, cette séquence n'est plus symétrique par rapport au renversement du temps, il est donc normal que les phénomènes de localisation faible soient détruits. En revanche, la symétrie est brièvement rétablie autour du temps d'observation $t = 2T$, et le pic CBS réapparaît.

2. Estimation de l'allure temporelle du contraste autour de la résurgence du pic CBS. Comme dans la partie précédente (voir Eq. 3.40), le contraste est donné par la valeur moyenne du terme d'interférence sur les différentes trajectoires possibles dans le désordre. Dans la direction exacte de rétro-diffusion, l'expression 3.45 donne

$$\mathcal{C}(\mathbf{k}_\mathrm{f} = -\mathbf{k}_\mathrm{i})(t) = \langle e^{i\Delta\phi_\mathrm{kick}} \rangle = e^{-\frac{1}{2}\langle \Delta\phi^2_\mathrm{kick} \rangle} = e^{-\frac{1}{2}\Delta k^2_\mathrm{kick} \langle \mathbf{R}^2(t) \rangle}. \tag{3.46}$$

Ici $\mathbf{R}(t) = (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)$ correspond à la séparation entre les positions associées aux trajectoires réciproques au moment du kick [98]. Cette séparation correspond à la distance parcourue pendant le temps $|t-2T|$ pour des atomes se propageant dans le désordre. Dans le cas où cette propagation peut être décrite par une marche aléatoire, caractérisée par un coefficient de diffusion D (régime de diffusion multiple), on retrouve simplement

$$\mathcal{C}_\mathrm{revival}(t) = e^{-\Delta k^2_\mathrm{kick} D|t-2T|}, \tag{3.47}$$

c'est à dire l'expression établie dans [Micklitz 14a]. Dans ce régime, l'allure de la résurgence du pic CBS a donc une allure exponentielle (symétrique par rapport au temps $t = 2T$), avec un temps caractéristique

$$\Delta\tau_\mathrm{revival} = \frac{1}{D\Delta k^2_\mathrm{kick}} = \frac{2\tau_\mathrm{B}}{(\Delta k_\mathrm{kick}\ l_\mathrm{B})^2}. \tag{3.48}$$

Cette expression n'a de sens que si $\Delta\tau_\mathrm{revival} \gg \tau_\mathrm{B}$ (afin que la dynamique de la résurgence soit bien décrite par une marche aléatoire), ce qui implique $\Delta k_\mathrm{kick} \ll 1/l_\mathrm{B}$. Cette condition est consistante avec le traitement perturbatif du kick réalisé ci-dessus, où nous avons négligé la modification des chemins de diffusion suite au transfert d'impulsion Δk_kick [99].

Notons toutefois que ce régime de kick faible est difficilement réalisable pour nos conditions expérimentales, l'échelle de temps accessible étant uniquement de quelques τ_B (voir section 3.3.3) C'est pourquoi nous avons opté pour une perturbation beaucoup plus forte du système, allant même jusqu'à $\Delta k_\mathrm{kick} \sim k_\mathrm{i}$ (voir ci-dessous) ! Comme le montre la figure 3.26d, le phénomène de résurgence du pic CBS persiste, même dans ce régime violemment non pertubatif. Le pic CBS réapparait ainsi toujours autour de la direction de rétro-diffusion $\mathbf{k}_\mathrm{f} = -\mathbf{k}_\mathrm{i}$, au temps $t = 2T$. Cette propriété (i.e. la "résistance" du phénomène de résurgence) illustre le lien profond entre les phénomènes de localisation faible et la symétrie par renversement du temps, celle-ci étant préservée quand $t = 2T$ quelque soit la force du kick appliqué aux atomes.

98. Attention de ne pas confondre cette distance avec celle introduite dans la section 3.3.3 précédente, où $\mathbf{R}$ correspondait alors à la distance entre les points extrémaux des trajectoires dans le désordre, voir Fig.3.21.

99. $\Delta k_\mathrm{kick} \ll 1/l_\mathrm{B}$ implique a fortiori $\Delta k_\mathrm{kick} \ll 1/l_\mathrm{s}$, c'est à dire que le transfert en impulsion est inférieur à la largeur intrinsèque en impulsion des états propres du système (pour rappel $\Delta k_\mathrm{R} \sim 1/l_\mathrm{s}$).

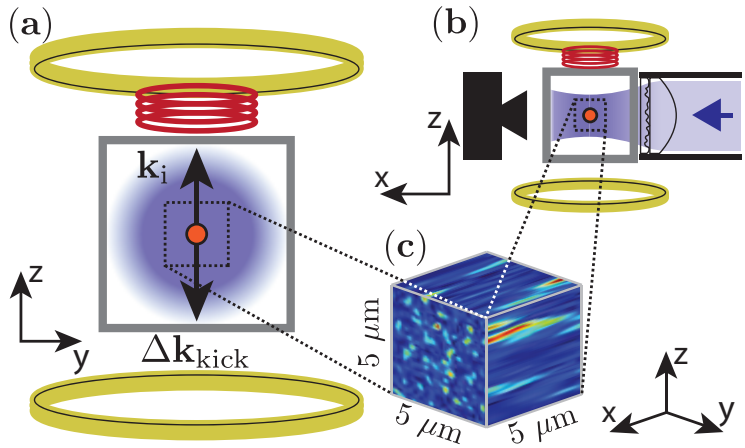

FIGURE 3.27 – **Dispositif expérimental.** Comme pour l'observation du CBS, un nuage atomique ultra-froid ($T \sim 150$ pK) est accéléré vers le haut, résultant en une impulsion initiale $\mathbf{k}_\mathrm{i}$, et soumis à un champ de speckle fortement allongé. La dynamique de propagation est donc quasi-2D, dans le plan $y-z$. Une bobine (rouge) est maintenant placée au dessus de la chambre de science afin de produire le grand de champ magnétique utilisé pour réaliser le kick déphasant (gradient de potentiel). Le dispositif de lévitation magnétique (bobines jaunes) permet de réaliser des images de la distribution en impulsion, après un temps de vol de $t_\mathrm{tof} = 150$ ms.

Le système expérimental

Le dispositif est décrit sur la figure 3.27. Il est très similaire [100] à celui utilisé pour observer le pic CBS, à l'exception de l'ajout d'une bobine magnétique située juste au dessus de la cellule. Cette bobine sert à appliquer un gradient de champ magnétique de l'ordre de 100 G/cm au niveau des atomes, pendant une durée ajustable qui permet de contrôler la force du kick.

Les résultats présentés sur la figure 3.28 correspondent à une vitesse initiale des atomes de $v_\mathrm{i} = 3.1$ mm/s ($k_\mathrm{i} = 4.2\ \mu\mathrm{m}^{-1}$), dans la direction verticale. L'amplitude du désordre, $V_\mathrm{R}/h = 660$ Hz, a été optimisée en cherchant à obtenir le plus long temps d'observation possible du pic CBS en l'absence de kick (voir Fig. 3.28a et b).

Les principaux résultats

1. Observation de la résurgence du pic CBS. La figure 3.28 montre l'évolution de la distribution en impulsion avec ou sans kick, le kick étant appliqué au temps $T = 1$ ms. Sans kick, on observe l'apparition du pic CBS dans la direction $\mathbf{k}_\mathrm{f} = -\mathbf{k}_\mathrm{i}$, comme expliqué dans la section précédente. Le contraste du pic CBS servira ainsi de référence pour normaliser les données en présence du kick. Notons que cette évolution permet également de mesurer les temps caractéristiques de la propagation dans le désordre : $\tau_\mathrm{s} \sim 0.22$ ms et $\tau_\mathrm{B} \sim 0.6$ ms ($l_\mathrm{s} = 0.7\ \mu$m et $l_\mathrm{B} = 1.8\ \mu$m).

Lorsqu'on applique le kick à $T = 1$ ms, on observe tout d'abord un déplacement de la distribution dans son ensemble, pic CBS inclus. Ce déplacement permet d'estimer précisément le transfert d'impulsion Δk_kick. Ici la durée du kick a été choisie autour de 35 μs, ce qui correspond à un transfert d'impulsion $\Delta k_\mathrm{kick} \sim -3.44\ \mu\mathrm{m}^{-1}$, i.e. $\Delta k_\mathrm{kick} \simeq -0.8 k_\mathrm{i}$. Comme expliqué ci-dessus, cette forte amplitude du kick a été choisie afin de s'assurer un processus de déphasage rapide, à l'échelle de seulement quelques évènements de diffusion. Cela implique naturellement la condition $\Delta k_\mathrm{kick}\, l_\mathrm{B} \sim 1$ (voir Eq. 3.45 ou 3.48). Ici nous avons $\Delta k_\mathrm{kick}\, l_\mathrm{B} \simeq 6$.

Suite à ce kick, la distribution en impulsion se redistribue et tend, au bout de quelques τ_B, vers une distribution large et isotrope (l'extension se trouve typiquement entre $k_\mathrm{i} \pm \Delta k_\mathrm{i}$) . On pourrait raisonnablement penser que ce processus ne compromette la possibilité d'observer la résurgence du pic CBS dans ces conditions. Toutefois, comme nous l'avons évoqué ci-dessus

100. Comme nous l'avons expliqué ci-dessus, ce dispositif a été fortement remanié au cours de l'année 2013.

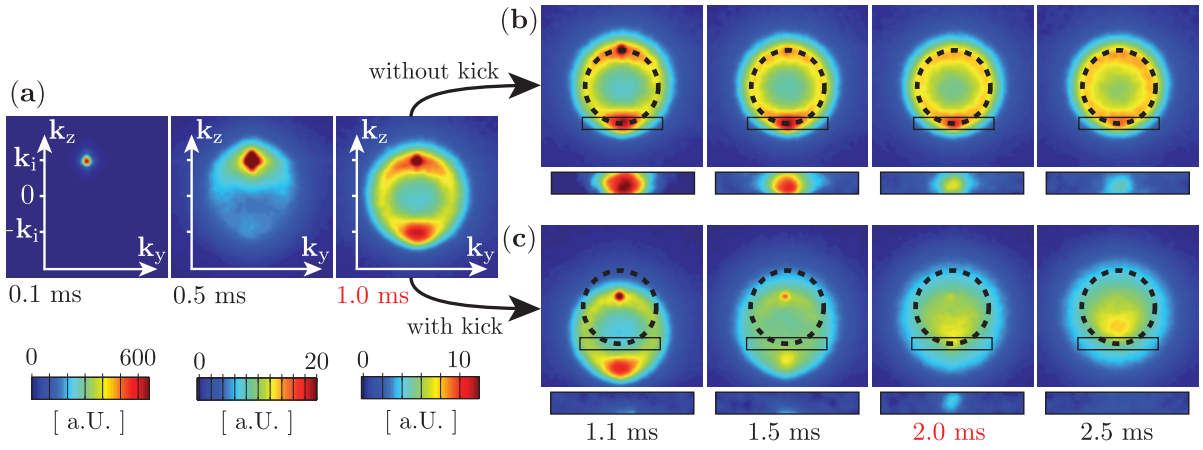

FIGURE 3.28 – **Evolution de la distribution en impulsion, avec ou sans kick déphasant.** a) et b) Evolution en l'absence de kick déphasant. c) Evolution de la distribution lorsque le kick déphasant est appliqué à $T = 1$ ms. L'amplitude du kick $\Delta k_{\text{kick}} \sim -3.44\ \mu\text{m}^{-1}$ est mesurée à partir du déplacement de la distribution à $t = 1.1$ ms. Les anneaux en pointillés (noir) correspondent à la condition de diffusion élastique $|\mathbf{k}| = k_{\text{i}}$. Les inserts rectangulaires correspondent à une estimation de la partie cohérente, après soustraction numérique du fond incohérent [Müller 14b, Müller 14c]. On observe clairement la résurgence d'un pic à $t = 2T = 2$ ms.

et comme le montre la figure 3.26d, une augmentation de la rétro-diffusion est toujours attendu autour de l'impulsion $\mathbf{k}_{\text{f}} = -\mathbf{k}_{\text{i}}$ au temps $t = 2T$ (avec un contraste idéalement de un). C'est effectivement ce que l'on observe, une fois la partie incohérente (estimée numériquement en prolongeant les profils autour de $\mathbf{k}_{\text{f}} = -\mathbf{k}_{\text{i}}$ [Müller 14b, Müller 14c]) soustraite des profils. La figure 3.29 montre l'évolution temporelle de cette résurgence, où l'on voit que le maximum du contraste est bien obtenu pour $t = 2T$, et ce quelque soit le temps du kick T.

Contrairement au cas idéal, nous ne retrouvons pas l'intégralité du contraste CBS, mais environ 60% de celui-ci. L'origine de cette légère diminution n'est pas précisément connue, mais il est possible qu'elle résulte de l'excitation de champs magnétiques parasites (courants de Foucault, magnétisation d'éléments ferromagnétiques) lors de l'application du kick [101].

2. Comparaison avec un modèle heuristique. L'évolution du contraste autour de la résurgence montrée sur la figure 3.29 est en effet très différente de la prédiction donnée par l'expression 3.47, la forme correspondant à une Gaussienne et non à une exponentielle. En outre, le temps caractéristique mesuré est de 0.28 ms (largeur rms de la Gaussienne), là aussi très différent du temps donné par 3.48 : $\Delta\tau_{\text{revival}} \sim 0.03$ ms pour nos paramètres.

Ces importantes déviations ne sont pas surprenantes, la prédiction 3.47 supposant que l'échelle de temps de la résurgence soit compatible avec un régime de diffusion multiple ($\Delta\tau_{\text{revival}} \gg \tau_{\text{B}} \sim 0.6$ ms, voir discussion ci-dessus). Ici l'échelle de temps correspond en fait à un seul évènement de diffusion, et il est donc normal que la distance $\mathbf{R}$ ne puisse être décrite par un processus de marche aléatoire bien développé (voir Eq. 3.46 et Fig. 3.26b). Il est donc extrêmement tentant de reprendre le modèle heuristique, fondé sur la référence [Gorodnichev 90], utilisé pour décrire la dynamique du CBS à temps courts, voir Fig. 3.24 dans la section précédente. Dans ce régime, la propagation est essentiellement balistique et nous prenons $\langle \mathbf{R}^2 \rangle(t) = (vt/3)^2$ pour estimer l'évolution de la résurgence dans l'expression 3.46. On obtient ainsi une évolution

101. La présence de champs magnétiques parasites a effectivement été observé, malgré les précautions prises. En effet l'application du kick est particulièrement "violente", un champ magnétique d'une centaine de Gauss, correspondant à une centaine d'Ampères dans les bobines, étant pulsé durant quelques dizaines de micro-secondes seulement.

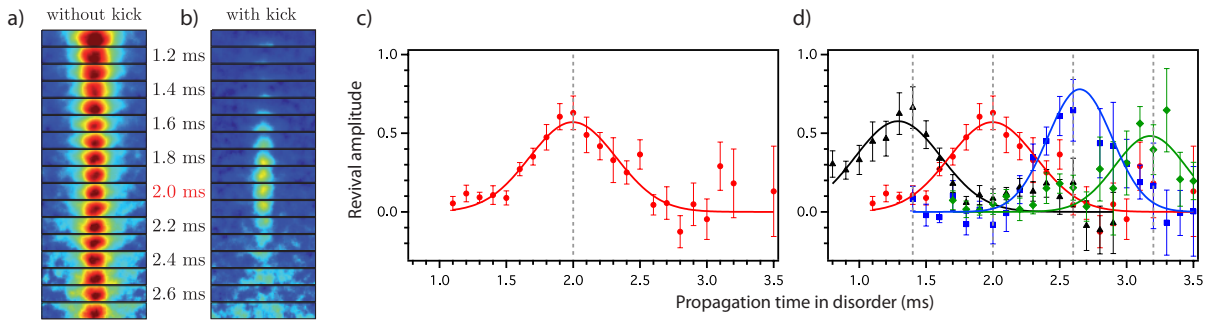

FIGURE 3.29 – **Résurgence du pic CBS.** a) et b) Evolution de la partie cohérente (voir inserts de la figure 3.28) avec ou sans kick. Ces images sont normalisées, pour chaque temps t, au contraste du pic CBS en l'absence de kick, qui sert donc de référence. On s'affranchit ainsi de la diminution progressive du contraste du pic CBS au cours du temps (voir Fig. 3.28b). c) Evolution du contraste (toujours normalisé à celui du pic CBS de référence) autour de position de rétro-diffusion $\mathbf{k}_\mathrm{f} = -\mathbf{k}_\mathrm{i}$ pour un kick déphasant appliqué à $T = 1$ ms. Le trait vertical en pointillé correspond au temps $2T$ attendu pour la résurgence. d) Même évolution, mais pour différents temps d'application du kick déphasant : $T = 0.7$, 1.0, 1.3, et 1.6 ms (amplitude du kick constante). Les courbes (traits pleins) correspondent à un ajustement des données par des Gaussiennes.

décrite par une Gaussienne,

$$\mathcal{C}_\mathrm{revival}(t) = e^{-(t-2T)^2/2\Delta\tau_\mathrm{heur}^2} \text{ , avec } \Delta\tau_\mathrm{heur} = \frac{3}{|\Delta k_\mathrm{kick}| v_\mathrm{i}}. \tag{3.49}$$

L'accord est remarquable avec nos données, le temps de la résurgence étant estimé pour nos paramètres à $\Delta\tau_\mathrm{heur} = 0.28$ ms, i.e. exactement la valeur trouvée expérimentalement.

Conclusion

L'observation de cette résurgence du pic CBS constitue une signature vraiment directe des effets de cohérence dans notre système. Une telle méthode permettant de trancher entre effets cohérents et incohérents, il serait donc particulièrement intéressant de l'appliquer dans les conditions expérimentales de [Labeyrie 12], où une part significative de l'augmentation de la rétro-diffusion a été attribuée à des effets classiques.

De manière plus générale, ce travail est aussi la première démonstration de la nouvelle méthode proposée par [Micklitz 14a] permettant de manipuler la symétrie par renversement du temps [102] afin d'étudier les processus de localisation faible. Différentes variantes pourraient être envisagées dans le futur, en utilisant par un exemple le potentiel désordonné lui même pour appliquer le kick déphasant, ou d'autres formes de potentiels extérieurs qui ne soient pas un simple gradient de potentiel. Il serait également intéressant de comparer cette technique aux méthodes plus "classiques" en modulant le désordre (de façon similaire aux travaux effectués dans [D'Errico 13]) où en mettant en appliquant un champ magnétique artificiel pour simuler les propriétés de résistance magnéto-négative [Towers 13].

Combinée à une observation future du pic CFS [Karpiuk 12], cette méthode ouvre également la voie vers une véritable étude "spectroscopique" de la localisation d'Anderson [Micklitz 14a]. En effet la succession de résurgences, qui pourraient être observées aussi bien sur les pics CBS ou CFS suite à l'application d'une série de kick, permettrait d'identifier isolément les différents processus d'ordres supérieurs contribuant à ce phénomène (voir Fig. 3.30).

102. On ne change pas vraiment les propriétés intrinsèques du système, mais la symétrie par renversement du temps de la séquence expérimentale.

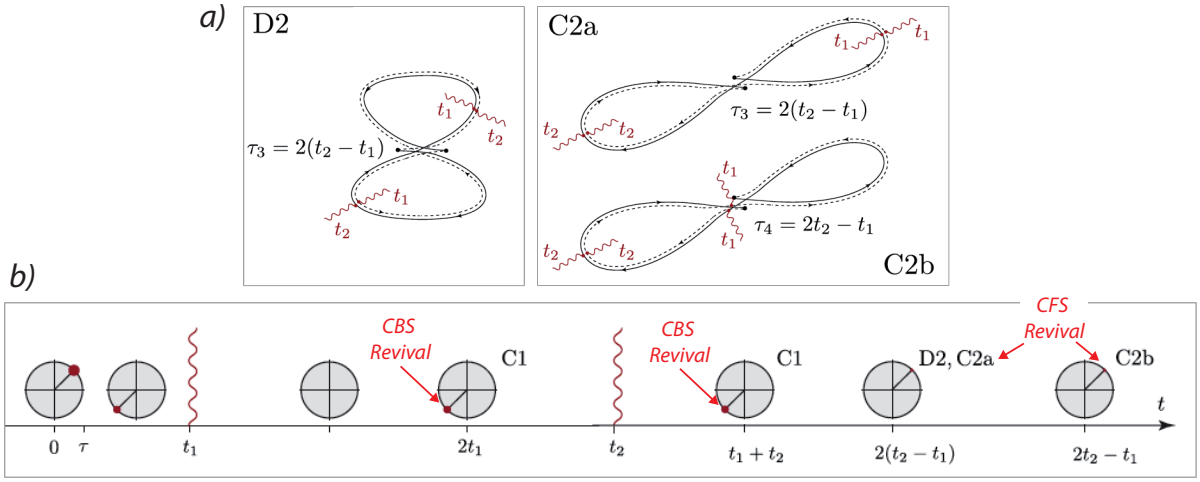

FIGURE 3.30 – **Principe de l"echo loop spectroscopy" ; d'après [Micklitz 14a].** a) Processus du second ordre donnant lieu à une résurgence du pic CFS suite à l'application de kicks aux temps τ_1 et τ_2. "D" correspond aux processus nommés "diffusons", où les deux chemins qui interfèrent se propagent dans le même sens dans chaque boucle (attention la convention sur l'orientation des trajectoires est l'opposée de celle utilisée jusqu'à présent dans ce mémoire). Ces diffusons sont donc insensible à la symétrie par renversement du temps. "C" fait référence aux "Cooperons" pour lesquels les chemins se propagent en sens inverse dans les boucles (ils sont conjugués par symétrie par renversement du temps). b) Succession de résurgences des pics CBS et CFS pour cette série de kicks. Notez que les résurgences du pic CBS correspondent à chaque fois au rétablissement de la symétrie par renversement du temps de la séquence temporelle.

3.4 Perspectives

Comme nous l'avons évoqué dans la section 3.2.7, l'étude des systèmes désordonnés avec des atomes froids a connu d'importants succès ces dernières années, mais de nombreux défis devront encore être relevés Ces défis, qui permettront de franchir une nouvelle étape vers l'étude quantitative de ces systèmes, concernent aussi bien l'étude de la localisation d'Anderson, que le domaine encore plus complexe des systèmes désordonnés en interactions.

Etant donné les spécificités de notre dispositif expérimental, pour lequel les interactions sont difficilement contrôlables (les résonances de Feshbach sont extrêmement étroites pour le ^{87}Rb [Marte 02, Volz 03]), mais aussi en raison du "savoir faire" accumulé ces dernières années, les perspectives que nous envisageons sont ainsi essentiellement orientées vers les systèmes sans interactions. Nous les décrivons ci-dessous succinctement, la plupart ayant déjà été évoquées lors des sections précédentes.

3.4.1 Signatures des phénomènes de localisation dans l'espace des vitesses.

Cette nouvelle ligne de recherche est encore largement inexplorée d'un point de vue expérimental. Suite aux travaux réalisés dans l'équipe, on peut identifier les pistes suivantes :

— L'observation du pic de diffusion cohérent vers l'avant (CFS) est sans nul doute l'enjeu le plus important dans ce contexte. Ce phénomène étant transverse à tous les systèmes désordonnés (i.e. quelque soit le type d'onde), cette observation constituerait un résultat d'intérêt très large, au delà du domaine des atomes froids. Toutefois, cette observation est loin d'être évidente expérimentalement. Elle nécessite notamment un bon contrôle de la géométrie, mais aussi la réalisation de sources atomiques extrêmement froides (quelques centaine de pico-Kelvin, voir moins). A priori la configuration 2D, correspondant à la figure 3.9, sera étudiée dans l'équipe de Thomas Bourdel au sein du groupe, son dispositif expérimental étant le plus adapté (notamment en raison de la possibilité de supprimer les interactions avec le ^{39}K, espèce atomique récemment condensée)Nous nous concentrerons plus spécifiquement sur la configuration 3D. Une autre possibilité, a priori plus simple, serait d'observer ce phénomène en configuration 1D suivant la proposition [Lee 14a] (voir Fig. 3.31) ou quasi-1D [Micklitz 14b].

— L'étude de la distribution d'impulsion est aussi particulièrement adaptée pour observer les propriétés de localisation (ou d'anti-localisation) lorsque l'on modifie les propriétés intrinsèques du système, en introduisant un champ magnétique [Golubentsev 84], un couplage spin-orbite [Hikami 80, Akkermans 07, Lin 11, Galitski 13] ou des interactions [Agranovich 91, Hartung 08]. Ces deux configurations conduisent a priori à l'apparition d'un creux dans la distribution en lieu et place du pic CBS. Comme indiqué précédemment, il serait également particulièrement intéressant de simuler le phénomène d'anti-localisation dans le graphène, en se plaçant au voisinage des points de Dirac [Lee 14b]. Ces études nécessiteraient toutefois des modifications importantes du dispositif expérimental, de sorte qu'elles constituent pour nous des perspectives à long terme.

— A plus court terme, l'observation du pic CFS ouvrirait la voie à une véritable spectroscopie de la localisation d'Anderson en appliquant une série de kicks sur le système [Micklitz 14a] (voir Fig. 3.30). Une telle étude permettrait d'étudier, un à un, les différents processus participant à la localisation d'Anderson.

3.4.2 Etude du régime critique à 3D

En dépit de l'observation de la localisation d'Anderson à 3D dans trois dispositifs distincts [Kondov 11, Jendrzejewski 12a, Semeghini 14], un enjeu majeur reste la possibilité d'étudier finement le comportement critique autour de la transition à 3D. Le défi sera de contourner le problème de l'élargissement de la distribution d'énergie, qui la limite expérimentale la plus importante actuellement (voir partie 3.3.2). Différentes pistes seront explorées pour cela :

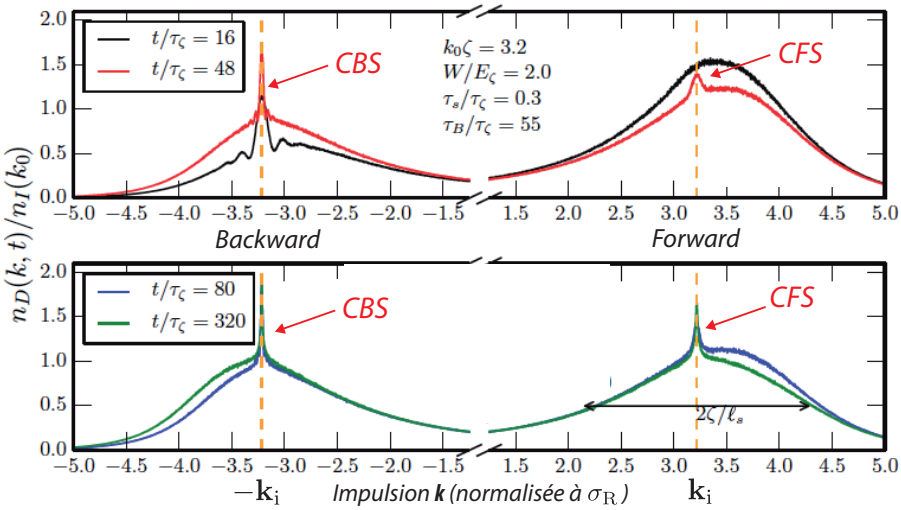

FIGURE 3.31 – **Pic de diffusion cohérent vers l'avant à 1D**, simulation numérique d'après [Lee 14a]. Cette simulation montre l'apparition progressive d'un pic autour de la position $\mathbf{k}_f = \mathbf{k}_i$, le pic CFS. La largeur du pic est donnée par l'inverse de la longueur de localisation ξ : $\Delta k_{CFS} \sim 1/\xi$, avec $\xi \sim 2l_B$ à 1D (voir Eq. 3.1). La largeur totale de la distribution d'impulsion est quant à elle donnée par l'élargissement en k dans le désordre, $\Delta k_R \sim 1/l_s$. En se plaçant dans un régime de diffusion vers l'avant ($k\sigma_R \gg 1$, voir *encadré 4*), on a $l_s \ll l_B$, ce qui permet de différencier clairement les deux structures ($\Delta k_{CFS} \ll \Delta k_R$).

— Une première stratégie serait d'essayer de poursuivre une démarche similaire à [Semeghini 14], en allumant lentement le désordre ; afin de limiter l'élargissement en énergie. En associant cette méthode à notre capacité de produire des échantillons atomiques extrêmement froids, et en optimisant le processus de chargement adiabatique (voir par exemple [Barankov 08]), on pourrait ainsi espérer obtenir diminuer significativement la la largeur distribution en énergie, afin de s'approcher au mieux du régime critique. Toutefois le succès de cette méthode est loin d'être garanti, puisque le franchissement "adiabatique" d'une transition de phase pose problème théoriquement (voir par exemple [Polkovnikov 11]). En outre, cette méthode ne permet pas de résoudre un autre problème important : la possibilité de mesurer directement la distribution en énergie (voir ci-dessous).

— C'est pourquoi nous comptons surtout poursuivre une nouvelle approche, illustrée sur la figure 3.32, pour peupler de manière sélective les états d'énergie autour du seuil de la transition. L'idée générale est de partir d'un état d'énergie bien défini, dans un état de spin insensible au désordre, et de transférer, en utilisant un champ radio-fréquence, les atomes dans un autre état de spin, cette fois-ci sensible au désordre. Le basculement de spin étant un processus résonnant, la valeur de la radio-fréquence utilisée permettra en principe de sélectionner et de varier l'énergie de l'état final dans le désordre. Cette méthode va nécessiter de modifier significativement notre dispositif expérimental, et en particulier le type de désordre, afin qu'il soit dépendant du spin. Un tel désordre, créé en utilisant la longueur d'onde dite "magique" (autour de 787 nm pour le ^{87}Rb), est actuellement en train d'être mis en place sur l'expérience.

— La méthode décrite ci-dessus peut également être "renversée", c'est à dire utilisée pour transférer les atomes localisés dans le désordre vers un état libre. Comme initialement proposé par [Dao 07], l'analyse de la dispersion en énergie et en impulsion de cet état libre donne accès à la mesure de la fonction spectrale. Cette méthode, analogue à la méthode dite ARPES (Angular Resolved Photo-Emission Spectroscopy) [Damascelli 04], pourrait par exemple être utilisée pour mesurer directement la distribution en énergie des atomes dans le désordre. Comme discuté dans la partie 3.3.2, la détermination directe de cette distribution permettrait de donner une mesure vraiment directe du seuil

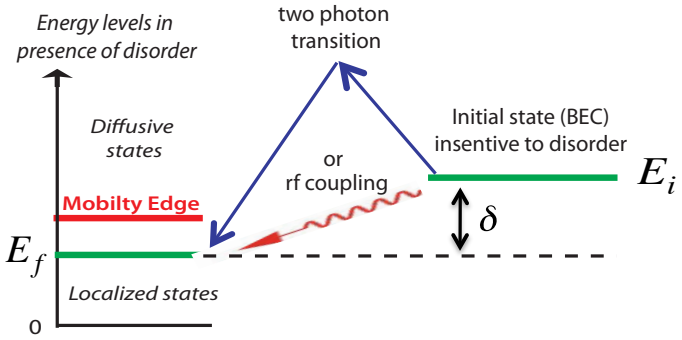

FIGURE 3.32 – **Principe envisagé pour peupler des états d'énergie bien définie dans le désordre.**. L'état libre est un état qui n'est pas sensible au désordre, par exemple un état de spin insensible à la force dipolaire dans le cas d'un laser accordé sur la longueur magique à 787 nm (^{87}Rb). Un transfert cohérent vers un état de spin sensible au désordre permet en principe de peupler des états

de mobilité (en combinant cette distribution avec une estimation de la fraction localisée à partir de l'évolution dans l'espace réel).

— En cas de succès, nous pourrons ainsi nous approcher au maximum du régime critique. Comme je l'ai indiqué, il est toutefois raisonnable de penser que l'étude précise de ce régime critique sera difficilement réalisable, du fait de l'extrême étroitesse de ce régime en énergie. En revanche une étude précise de la dépendance du seuil de mobilité en fonction des paramètres du système devrait être accessible. Nous pourrons ainsi étudier le passage continu d'une physique de type Anderson (faible corrélation) à un phénomène de plus en plus relié au phénomène de percolation quantique dans le cas de corrélations fortes [Shklovskii 08]. Une autre piste sera d'étudier comment se comporte le seuil de mobilité quand l'anisotropie est progressivement augmentée (voir par exemple [Kaas 08, Piraud 13, Lopez 13, Piraud 14]). Dans le cas d'une forte anisotropie, on peut ainsi s'attendre à observer une transition d'un régime 3D vers un régime de dimension effective réduite [Zhang 90, Abrikosov 94].

— Enfin d'autres types d'études pourront également être envisagées à plus ou moins long terme. Par exemple, des études dynamiques pourraient être menées autour de la transition d'Anderson, en variant subitement l'amplitude du désordre pour passer d'un régime localisé à un régime diffusif, ou inversement. La dynamique de retour à l'équilibre doit alors contenir des informations sur le régime critique [Polkovnikov 11]. Cette technique, généralement appelée "Quantum Quench", a par exemple été utilisée pour étudier les transitions de type superfluide - isolant de Mott dans les systèmes d'atomes froids [Bakr 10, Chen 11]. Une première expérience de ce type, pour étudier la transition superfluide-verre de Bose vient justement d'être mis en ligne [Meldgin 15]. Une autre voie de recherche serait d'étudier en détail les fluctuations des fonctions d'onde localisées pour une énergie précise sous le seuil de mobilité. Idéalement un comportement multi-fractal de ces fonctions d'ondes [Evers 08, Rodriguez 09, Faez 09] pourrait alors être observé en utilisant un objectif de haute résolution (le dispositif mis en place sur l'expérience dispose d'une résolution comparable à la taille des grains du speckle utilisé pour le désordre.)

3.4.3 Systèmes désordonnés sans interactions, de nouvelles pistes ?

Suivant les progrès réalisés sur les thématiques précédentes (étude du CFS ou de la transition d'Anderson à 3D), nous pourrons envisager différentes évolutions sur nos thématiques de recherche, toujours en pour une physique à une particule (sans interactions).

A relativement court terme, une idée serait par exemple d'étudier l'influence d'une modulation temporelle du désordre sur les propriétés de transport. L'objectif serait alors de reproduire les expériences menées récemment dans un crystal photonique 2D où le phénomène de transport

hyper-ballistique a été observé [Levi 12]. En effet, bien que la dynamique de ces systèmes soit particulièrement riche [Krivolapov 12b, Krivolapov 12a, Min 13], avec par exemple la possibilité d'observer des vols de Lévy sur la distribution en impulsion, ces phénomènes de transport ont été finalement peu étudiés jusqu'à présent [103].

Une autre voie de recherche que nous pourrions explorer, à long terme cette fois-ci, serait de mettre en oeuvre les techniques développées récemment pour créer des champs magnétiques artificiels [Lin 09, Dalibard 11, Goldman 13]. Au delà de la possibilité de moduler les effets de localisation faible, par exemple en simulant le phénomène de résistance magnéto-négative [Towers 13], on pourrait se diriger vers l'étude des transitions inter-plateaux associées à l'effet Hall quantique, transitions de type localisation-délocalisation qui s'interprètent comme des transitions d'Anderson [Pruisken 88, Huckestein 95, Morgenstern 03]. Un pas vient juste d'être franchi dans cette direction, avec l'observation des états de bord dans le régime de l'effet Hall quantique [Mancini 15, Stuhl 15].

3.4.4 Désordre et interactions

Si la physique de la localisation d'Anderson (physique à une particule) reste un domaine d'étude actif, comprendre la physique des systèmes désordonnés en présence d'interactions est un enjeu bien plus formidable encore (voir partie 3.2.6 pour une discussion plus détaillée sur ce sujet). Il est donc important de finir ce tour d'horizon en évoquant quelques pistes sur cette thématique.

Dans un premier temps, une extension directe des travaux décrits ci-dessus serait d'introduire des interactions relativement faibles. Dans ce régime, elles peuvent être traitées perturbativement et s'interpréter comme des déphasages qui détruisent les phénomènes de localisation. Comme nous l'avons évoqué ci-dessus, on pourrait ainsi observer un creux dans la distribution en impulsion, en lieu et place du pic CBS. Dans l'espace réel, ces interactions conduisent à un phénomène de subdiffusion, processus bien établi à 1D [Paul 07, Pikovsky 08, Flach 09, Ivanchenko 11, Skokos 13]. A 3D, le récent travail théorique [Cherroret 14] prédit une transition entre diffusion et sub-diffusion, autour d'un seuil en énergie s'apparentant au seuil de mobilité de la transition d'Anderson. Aucune étude expérimentale n'a cependant été publiée pour confirmer ou non ces prédictions, de sorte que la question reste encore largement ouverte.

Un seconde ligne de recherche sera l'étude du diagramme de phase à basse température. Si de nombreux travaux expérimentaux ont été menés à 1D (voir par exemple [D'Errico 14]), peu l'ont été à 3D [Pasienski 10]. A partir des différents travaux théoriques (voir par exemple [Pilati 10]), on peut identifier trois phases différentes suivant l'importance des interactions : (i) une phase isolante composée d'états de très basse énergie, localisés au sens d'Anderson, pour de faibles interactions, (ii) un régime d'interactions intermédiaires avec une phase s'apparentant à un verre de Bose (phase localement superfluide mais globalement isolante) et (iii) une phase superfluide pour des interactions plus fortes. Ce diagramme de phase pourrait être déterminé en combinant différentes signatures, en étudiant notamment les propriétés de transport (en réponse à l'application d'une force) ou le spectre des excitations (en modulant le désordre [Fallani 07, D'Errico 14] ou par spectroscopie de Bragg [Dao 07]).

Pour finir, notons que le programme détaillé ici est bien évidemment très ambitieux, et qu'il nécessiterait idéalement un changement d'espèce atomique afin de pouvoir obtenir un meilleur contrôle des interactions atomiques. Ce "programme de recherche" doit donc être considéré avec précaution. Le domaine évolue en effet très vite, avec notamment une première démonstration de la localisation d'Anderson à N-corps dans le groupe de I. Bloch à Münich [Schreiber 15] (première publication de cette équipe "phare" sur la thématique du désordre) apparue il y a seulement quelques jours en ligne. Au moment où nous nous lancerons dans ces études, nous

103. Notons toutefois les expériences menées dans le groupe de G. Modugno au LENS [D'Errico 13] (ajout de bruit d'amplitude dans un réseau bi-chromatique) et le groupe de D. Schneble à New York [Gadway 13] (modulation périodique de l'ensemble du réseau bi-chromatique).

réévaluerons ces perspectives en fonction des progrès réalisés, et des nouvelles idées qui auront certainement émergées.

Chapitre 4

Conclusion générale

Grâce à la confiance qui m'a été accordée par Philippe Bouyer et Alain Aspect, j'ai eu la chance de participer activement au développement de deux activités de recherche au sein du groupe, à savoir l'étude d'un laser à atomes guidé, et surtout l'étude de la localisation d'Anderson. Les premières études consacrées au laser à atomes guidé ont naturellement suscité moins d'intérêt que les travaux effectués sur le désordre, cette thématique étant un peu tombé en désuétude au sein de la communauté des atomes froids. De fait, le développement plus poussé de ces lasers à atomes n'aura réellement de sens qu'en cas de fonctionnement en régime réellement continu. Cependant, différentes équipes travaillent encore sur la possibilité de condenser dans ce régime, et, en cas de succès, ces travaux connaitront probablement un regain d'intérêt significatif.

A contrario, la thématique du désordre a été extrêmement porteuse ces dernières années, se situant en plein dans la ligne de recherche visant à réaliser de véritables simulateurs quantiques. Ce domaine d'étude a une dizaine d'années, et il s'est maintenant bien développé (une dizaine d'équipes travaillent à travers le monde sur cette thématique). Toutefois il serait exagéré de dire qu'il a littéralement explosé. Un frein à son développement est sûrement à chercher dans l'apparente complexité de ces systèmes, de nombreux défis restant encore à être relevés, aussi bien pour l'étude de la localisation d'Anderson (régime critique à 3D ou observation à 2D) que pour l'étude des systèmes désordonnés en présence d'interactions (étude précise du diagramme de phase à basse température). Les prochaines années seront donc cruciales suivant que nous aurons réussi, ou non, à franchir un cap vers l'étude quantitative de ces systèmes.

S'il est difficile de se projeter sur le long terme, tant le domaine des atomes froids est en constante évolution, il est clair que mes prochaines années de recherche resteront certainement centrées sur cette thématique du désordre. Les deux objectifs qui me tiennent particulièrement à coeur seront de s'approcher au mieux du régime critique à 3D et d'observer le nouveau pic de diffusion cohérent vers l'avant (CFS). Toutefois, même s'il peut être passionnant de "fouiller" en profondeur un sujet, il sera également important de rester vigilant sur les évolutions du domaine afin de profiter au maximum des opportunités. Les clés du succès seront aussi bien sûr liées à la recherche (et à l'obtention) des financements adéquats pour effectuer ces recherches, mais aussi à la possibilité de trouver et de financer des étudiants en thèse ou en stage post-doctoral. Je suis enfin également convaincu qu'une stratégie gagnante sera d'essayer de fédérer l'encadrement et les projets au sein du groupe, afin de pouvoir être le plus réactif possible aux évolutions du domaine.

Bibliographie

[Abrahams 79] E. Abrahams, P. W. Anderson, D C Licciardello & T.V. Ramakrishnan. *Scaling Theory of Localization : Absence of Quantum Diffusion in Two Dimensions*. Phys. Rev. Lett., vol. 42, page 673, March 1979.

[Abrahams 01] Elihu Abrahams, Sergey V. Kravchenko & Myriam P. Sarachik. *Colloquium : Metallic behavior and related phenomena in two dimensions*. Rev. Mod. Phys., vol. 73, no. April, page 251, 2001.

[Abrikosov 94] A. A. Abrikosov. *Anderson localization in strongly anisotropic metals.* Phys. Rev. B, vol. 50, page 1415, July 1994.

[Aegerter 06] C. M. Aegerter, M. Störzer & G. Maret. *Experimental determination of critical exponents in Anderson localisation of light.* Europhys. Lett., vol. 75, page 562, 2006.

[Agranovich 91] V. M. Agranovich & V. E. Kravtsov. *Nonlinear backscattering from opaque media*. Physical Review B, vol. 43, no. 16, page 13691, 1991.

[Akkermans 07] Eric Akkermans & Gilles Montambaux. Mesoscopic physics of electrons and photons. Cambridge University Press, Cambridge, England, 2007.

[Albert 08] M. Albert, T. Paul, N. Pavloff & P. Leboeuf. *Dipole Oscillations of a Bose-Einstein Condensate in the Presence of Defects and Disorder*. Phys. Rev. Lett., vol. 100, page 250405, June 2008.

[Aleiner 06] I. L. Aleiner & K. B. Efetov. *Effect of Disorder on Transport in Graphene*. Phys. Rev. Lett., vol. 97, page 236801, December 2006.

[Aleiner 10] I. L. Aleiner, B. L. Altshuler & G. V. Shlyapnikov. *A finite-temperature phase transition for disordered weakly interacting bosons in one dimension*. Nat. Phys., vol. 6, page 900, September 2010.

[Allard 12] B. Allard, T. Plisson, M. Holzmann, G. Salomon, A. Aspect, P. Bouyer & T. Bourdel. *Effect of disorder close to the superfluid transition in a two-dimensional Bose gas*. Phys. Rev. A, vol. 85, page 033602, March 2012.

[Altland 06] A. Altland. *Low-Energy Theory of Disordered Graphene*. Phys. Rev. Lett., vol. 97, page 236802, December 2006.

[Altman 04] Ehud Altman, Yariv Kafri, Anatoli Polkovnikov & Gil Refael. *Phase Transition in a System of One-Dimensional Bosons with Strong Disorder*. Phys. Rev. Lett., vol. 93, page 150402, Oct 2004.

[Alt'shuler 81] B. L. Alt'shuler, A. G. Aronov & B. Z. Spivak. *The Aaronov-Bohm effect in disordered conductors*. JETP Lett., vol. 33, no. 2, page 94, 1981.

[Al'tshuler 82] B. L. Al'tshuler, A. G. Aronov, B. Z. Spivak, D. Yu. Sharvin & Yu. V. Sharvin. *Observation of the Aaronov-Bohm effect in hollow metal cylinders*. JETP Lett., vol. 35, page 588, 1982.

[Ammann] Hubert Ammann & Nelson Christensen. *Delta kick cooling : a new method for cooling atoms.* Physical Review Letters, no. 11, page 2088.

[Andersen 05] Ulrik L. Andersen, Radim Filip, Jaromí r Fiurášek, Vincent Josse & Gerd Leuchs. *Experimental purification of coherent states.* Phys. Rev. A, vol. 72, page 060301, Dec 2005.

[Anderson 58] P. W. Anderson. *Absence of Diffusion in Certain Random Lattices.* Phys. Rev., vol. 109, no. 5, pages 1492–1505, Mar 1958.

[Anderson 85] P. W. Anderson. *The question of classical localization : A theory of white paint ?* Phil. Mag. B, vol. 52, page 505, 1985.

[Anderson 98] B. P. Anderson & M. A. Kasevich. *Macroscopic quantum interference from atomic tunnel arrays.* Science, vol. 282, page 1686, 1998.

[Anderson 10] P. W. Anderson, D. J. Thouless, T. V. Ramakrishnan, Peter Wölfle, Dieter Vollhardt, K. B. Efetov & Sudip Chakravarty. 50 Years of Anderson Localization. World Scientific, 2010.

[Antezza 10] Mauro Antezza, Yvan Castin & David Hutchinson. *Quantitative study of two- and three-dimensional strong localization of matter waves by atomic scatterers.* Phys. Rev. A, vol. 82, page 043602, Oct 2010.

[Asada 02] Y. Asada, K. Slevin & T. Ohtsuki. *Anderson Transition in Two-Dimensional Systems with Spin-Orbit Coupling.* Phys. Rev. Lett., vol. 89, page 256601, 2002.

[Aspect 09a] A. Aspect, P. Bouyer, V. Josse & Laurent Sanchez-Palencia. *Localisation d'Anderson d'atomes ultrafroids.* Images de la Physique, page 87, 2009.

[Aspect 09b] A. Aspect & M. Inguscio. *Anderson localization of ultracold atoms.* Physics Today, vol. 62, page 30, 2009.

[Aubry 80] Serge Aubry & Gilles André. *Analyticity breaking and Anderson localization in incommensurate lattices.* Ann. Israel Phys. Soc, vol. 3, no. 133, page 37, 1980.

[Aubry 14] A. Aubry, A. Cobus L. E. Skipetrov S. A. van Tiggelen B. A. Derode & H. Page J.˙ *Recurrent Scattering and Memory Effect at the Anderson Localization Transition.* Phys. Rev. Lett., vol. 112, page 043903, Jan 2014.

[Bachelard 14] Nicolas Bachelard, Sylvain Gigan, Xavier Noblin & Patrick Sebbah. *Adaptive pumping for spectral control of random lasers.* Nat. Phys., vol. 10, page 426, 2014.

[Bakr 10] W S Bakr, A Peng, M E Tai, R Ma, J Simon, J I Gillen, S Fölling, L Pollet & M Greiner. *Probing the superfluid-to-Mott insulator transition at the single-atom level.* Science (New York, N.Y.), vol. 329, page 547, July 2010.

[Balbinot 08] R. Balbinot, A. Fabbri, S. Fagnocchi, A. Recati & I. Carusotto. *Nonlocal density correlations as a signature of Hawking radiation from acoustic black holes.* Phys. Rev. A, vol. 78, page 021603, 2008.

[Barabanenkov 73] Yu. N. Barabanenkov. *Wave Corrections to the Transfer Equation for Backscattering.* Radiophysics and Quantum Electronics, vol. 1, page 65, 1973.

[Barankov 08] Roman Barankov & Anatoli Polkovnikov. *Optimal Nonlinear Passage Through a Quantum Critical Point.* Physical Review Letters, vol. 101, page 076801, 2008.

[Basko 06] D.M. Basko, I.L. Aleiner & B.L. Altshuler. *Metal,Äìinsulator transition in a weakly interacting many-electron system with localized single-particle states.* Ann. Phys., vol. 321, page 1126, May 2006.

[Baudouin 13] Q. Baudouin, N. Mercadier, V. Guarrera, W. Guerin & R. Kaiser. *A cold-atom random laser.* Nat. Phys., vol. 9, page 357, 2013.

[Baumgartner 07] A. Baumgartner, T. Ihn, K. Ensslin, K. Maranowski & A. C. Gossard. *Quantum Hall effect transition in scanning gate experiments.* Phys. Rev. B, vol. 76, page 085316, August 2007.

[Bayer 93] G. Bayer & T. Niederdränk. *Weak Localization of Acoutic Waves in Strongly Scattering Media.* Physical Review letters, vol. 70, no. 25, page 3884, 1993.

[Beeler 12] M. C. Beeler, M. E. W. Reed, T. Hong & S. L. Rolston. *Disorder-driven loss of phase coherence in a quasi-2D cold atom system.* New J. Phys., vol. 14, page 073024, July 2012.

[Berezovsky 10] J Berezovsky, M F Borunda, E J Heller & R M Westervelt. *Imaging coherent transport in graphene. Part I : mapping universal conductance fluctuations and Part II : probing weak localization.* Nanotechnology, vol. 21, page 274013 et 274014, July 2010.

[Bergmann 84] G. Bergmann. *WEAK LOCALIZATION IN THIN FILMS : a time-of-flight experiment with conduction electrons.* Phys. Rep., vol. 107, page 1, 1984.

[Bernard 10] Alain Bernard. *Quantum transport of ultracold atomic matter-waves : Anderson localization and guided atom laser.* Theses, Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, November 2010.

[Bernard 11] A Bernard, W Guerin, J Billy, F Jendrzejewski, P Cheinet, A Aspect, V Josse & P Bouyer. *Quasi-continuous horizontally guided atom laser : coupling spectrum and flux limits.* New Journal of Physics, vol. 13, no. 6, page 065015, 2011.

[Berry 97] M. V. Berry & S. Klein. *Transparent mirrors : rays , waves and localization.* Eur. J. Phys., vol. 18, page 222, 1997.

[Billy 08] J. Billy, V. Josse, Z. Zuo, A. Bernard, B. Hambrecht, P. Lugan, D. Clément, L. Sanchez-Palencia, P. Bouyer & A. Aspect. *Direct Observation of Anderson localization of matter-waves in a controlled disorder.* Nature, vol. 453, page 891, 2008.

[Billy 10] Juliette Billy. *Quantum propagation of guided matter waves : Atom laser and Anderson localization.* Theses, Université Paris Sud - Paris XI, January 2010.

[Bishop 80] D. J. Bishop, D. C. Tsui & R. C. Dynes. *Nonmetallic Conduction in Electron Inversion Layers at Low Temperatures.* Phys. Rev. Lett., vol. 44, page 1153, 1980.

[Bloch 99] I. Bloch, T. W. Hänsch & T. Esslinger. *Atom laser with a cw output coupler.* Phys. Rev. Lett., vol. 82, page 3008, 1999.

[Bloch 08] Immanuel Bloch, Jean Dalibard & Wilhelm Zwerger. *Many-body physics with ultracold gases.* Rev. Mod. Phys., vol. 80, page 885, 2008.

[Bloch 12] Immanuel Bloch, Jean Dalibard & Sylvain Nascimbene. *Quantum simulations with ultracold quantum gases.* Nature, vol. 8, page 267, 2012.

[Boguslawski 13] Martin Boguslawski, Sebastian Brake, Julien Armijo, Falko Diebel, Patrick Rose & Cornelia Denz. *Analysis of transverse Anderson localization in refractive index structures with customized random potential.* Opt. Express, vol. 21, no. 26, pages 31713–31724, Dec 2013.

[Bostwick 09] A. Bostwick, J. L. McChesney, K. V. Emtsev, T. Seyller, K. Horn, S. D. Kevan & E. Rotenberg. *Quasiparticle Transformation during a Metal-Insulator Transition in Graphene*. Phys. Rev. Lett., vol. 103, page 056404, July 2009.

[Bourdel 04] T Bourdel, L Khaykovich, J Cubizolles, J Zhang, F Chevy, M Teichmann, L Tarruell, S J J M F Kokkelmans & C Salomon. *Experimental Study of the BEC-BCS Crossover Region in Lithium 6*. vol. 93, no. July, page 050401, 2004.

[Bouyer 97] P. Bouyer & M. A. Kasevich. *Heisenberg-limited spectroscopy with degenerate Bose-Einstein gases*. Phys. Rev. A, vol. 56, pages R1083–R1086, Aug 1997.

[Brantut 12] J.-P. Brantut, J. Meineke, D. Stadler, S. Krinner & T. Esslinger. *Conduction of Ultracold Fermions Though a Mesoscopic Channel*. Science, vol. 337, page 1069, 2012.

[Braunstein 05] Samuel L. Braunstein & Peter van Loock. *Quantum information with continuous variables*. Rev. Mod. Phys., vol. 77, pages 513–577, Jun 2005.

[Burmistrov 12] I. Burmistrov, I. V. Gornyi & A. D. Mirlin. *Enhancement of the Critical Temperature of Superconductors by Anderson Localization*. Phys. Rev. Lett., vol. 108, page 017002, January 2012.

[Busch 02] T. Busch, M. Köhl, T. Esslinger & K. Mölmer. *Transverse mode of an atom laser*. Phys. Rev. A, vol. 65, page 043615, 2002. and Phys. Rev. A **65**, 069902(E) (2002).

[Carleo 13] Giuseppe Carleo, Guilhem Boéris, Markus Holzmann & Laurent Sanchez-Palencia. *Universal Superfluid Transition and Transport Properties of Two-Dimensional Dirty Bosons*. Phys. Rev. Lett., vol. 111, page 050406, Aug 2013.

[Carminati 00] R. Carminati, J. J. Sáenz, J.-J. Greffet & M. Nieto-Vesperinas. *Reciprocity, unitarity, and time-reversal symmetry of the S matrix of fields containing evanescent components*. Phys. Rev. A, vol. 62, page 012712, Jun 2000.

[Carusotto 01] I. Carusotto. *Nonlinear atomic Fabry-Perot interferometer : From the mean-field theory to the atom blockade effect*. Phys. Rev. A, vol. 63, page 023610, 2001.

[Carusotto 02] Iacopo Carusotto, Davide Embriaco & Giuseppe C. La Rocca. *Nonlinear atom optics and bright-gap-soliton generation in finite optical lattices*. Phys. Rev. A, vol. 65, page 053611, 2002.

[Carusotto 06] I. Carusotto, S.X. Hu, L.A. Collins & A. Smerzi. *Bogoliubov-Cerenkov Radiation in a Bose-Einstein Condensate Flowing again an Obstacle*. Phys. Rev. Lett., vol. 97, page 260403, 2006.

[Carusotto 08] Iacopo Carusotto, Serena Fagnocchi, Alessio Recati, Roberto Balbinot & Alessandro Fabbri. *Numerical observation of Hawking radiation from acoustic black holes in atomic Bose–Einstein condensates*. New Journal of Physics, vol. 10, no. 10, page 103001, 2008.

[Casati 89] Giulio Casati, Italo Guarneri & D. Shepelyansky. *Anderson Transition in a One-Dimensional System with Three Incommensurate Frequencies*. Phys. Rev. Lett., vol. 62, pages 345–348, Jan 1989.

[Castin 96] Yvan Castin & R. Dum. *Bose-Einstein Condensates in Time Dependent Traps*. Physical Review Letters, vol. 77, no. 27, page 5315, 1996.

[Catani 12] J. Catani, G. Lamporesi, D. Naik, M. Gring, M. Inguscio, F. Minardi, A. Kantian & T. Giamarchi. *Quantum dynamics of impurities in a one-dimensional Bose gas*. Phys. Rev. A, vol. 85, page 023623, Feb 2012.

[Cazalilla 11] M. A. Cazalilla, R. Citro, T. Giamarchi, E. Orignac & M. Rigol. *One dimensional bosons : From condensed matter systems to ultracold gases.* Rev. Mod. Phys., vol. 83, pages 1405–1466, Dec 2011.

[Cennini 03] G. Cennini, G. Ritt, C. Geckeler & M. Weitz. *All-Optical Realization of an Atom Laser.* Phys. Rev. Lett., vol. 91, page 240408, 2003.

[Chabanov 00] A. A. Chabanov, M. Stoytchev & A. Z. Genack. *Statistical signatures of photon localization.* Nature, vol. 404, page 850, 2000.

[Chabanov 03] A. A. Chabanov, Z. Q. Zhang & A. Z. Genack. *Breakdown of Diffusion in Dynamics of Extended Waves in Mesoscopic Media.* Phys. Rev. Lett., vol. 90, no. 20, page 203903, May 2003.

[Chabé 08] J. Chabé, G. Lemarié, B. Grémaud, D. Delande, P. Szriftgiser & J. C. Garreau. *Experimental Observation of the Anderson Metal-Insulator Transition with Atomic Matter Waves.* Phys. Rev. Lett., vol. 101, page 255702, December 2008.

[Chalker 88] J. T. Chalker & P. D. Coddington. *Percolation, quantum tunnelling and the integer Hall effect.* Journal of Physics C : Solid State Physics, vol. 21, page 2665, May 1988.

[Chayes 86] J. T. Chayes, L. Chayes, D. S. Fisher & T. Spencer. *Finite-Size Scaling and Correlation lengths for Disordered Systems.* Phys. Rev. Lett., vol. 57, no. 24, page 2999, 1986.

[Cheiney 13] P. Cheiney, C. M. Fabre, F. Vermersch, G. L. Gattobigio, R. Mathevet, T. Lahaye & D. Guéry-Odelin. *Matter-wave scattering on an amplitude-modulated optical lattice.* Phys. Rev. A, vol. 87, page 013623, Jan 2013.

[Chen 11] David Chen, Matthew White, Cecilia Borries & Brian DeMarco. *Quantum Quench of an Atomic Mott Insulator.* Physical Review Letters, vol. 106, page 235304, June 2011.

[Cherroret 12] Nicolas Cherroret, Tomasz Karpiuk, Cord A. Müller, Benoît Grémaud & Christian Miniatura. *Coherent backscattering of ultracold matter waves : Momentum space signatures.* Phys. Rev. A, vol. 85, page 011604, Jan 2012.

[Cherroret 14] N. Cherroret, B. Vermersch, J.-C. Garreau & D. Delande. *How nonlinear interactions challenge the three-dimensional Anderson transition.* preprint arXiv :1401.1038, 2014.

[Chikkatur 02] A. P. Chikkatur, Y. Shin, A. E. Leanhardt, D. Kielpinski, E. Tsikata, T. L. Gustavson, D. E. Pritchard & W. Ketterle. *A continuous source of Bose-Einstein condensed atoms.* Science, vol. 296, page 2193, 2002.

[Clément 05] D. Clément, A. Varón, M. Hugbart, J. Retter, P. Bouyer, L. Sanchez-Palencia, D. Gangardt, G. V. Shlyapnikov & A. Aspect. *Suppression of Transport of an Interacting Elongated Bose-Einstein Condensate in a Random Potential.* Phys. Rev. Lett., vol. 95, page 170409, 2005.

[Clément 06] D. Clément, A.F. Varón, J. A. Retter, L. Sanchez-Palencia, A. Aspect & P. Bouyer. *Experimental study of the transport of coherent interacting matter-waves in a 1D random potential induced by laser speckle.* New J. Phys., vol. 8, page 165, August 2006.

[Clément 07] David Clément. *STATIC AND DYNAMICAL PROPERTIES OF BOSE-EINSTEIN CONDENSATES IN DISORDERED POTENTIALS.* Theses, Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, November 2007.

[Cohen-Tannoudji 12] Claude Cohen-Tannoudji, Jacques Dupont-Roc & Gilbert Grynberg. Processus d'interaction entre photons et atomes, chapitre i. 2012.

[Corney 06] Joel F. Corney, Peter D. Drummond, Joel Heersink, Vincent Josse, Gerd Leuchs & Ulrik L. Andersen. *Many-Body Quantum Dynamics of Polarization Squeezing in Optical Fibers.* Phys. Rev. Lett., vol. 97, page 023606, Jul 2006.

[Corney 08] Joel F. Corney, Joel Heersink, Ruifang Dong, Vincent Josse, Peter D. Drummond, Gerd Leuchs & Ulrik L. Andersen. *Simulations and experiments on polarization squeezing in optical fiber.* Phys. Rev. A, vol. 78, page 023831, Aug 2008.

[Couvert 08] A. Couvert, M. Jeppesen, T. Kawalec, G. Reinaudi, R. Mathevet & D. Guery-Odelin. *A quasi-monomode guided atom-laser from an all-optical Bose-Einstein condensate.* Europhys. Lett., vol. 83, page 50001, 2008. and Europhys. Lett. **85**, 19901 (2009).

[Cronin 09] Alexander D. Cronin, Jörg Schmiedmayer & David E. Pritchard. *Optics and interferometry with atoms and molecules.* Rev. Mod. Phys., vol. 81, no. 3, pages 1051–1129, Jul 2009.

[Dahan 96] Maxime Dahan, Ekkehard Peik, Jakob Reichel, Yvan Castin & Christophe Salomon. *Bloch Oscillations of Atoms in an Optical Potential.* Phys. Rev. Lett., vol. 76, no. 24, pages 4508–4511, Jun 1996.

[Dalibard 11] Jean Dalibard, Fabrice Gerbier, Gediminas Juzeliūnas & Patrik Öhberg. *Colloquium : Artificial gauge potentials for neutral atoms.* Rev. Mod. Phys., vol. 83, pages 1523–1543, Nov 2011.

[Dalichaouch 91] R. Dalichaouch, J. P. Armstrong, S. Schultz, P. M. Platzman & S. L. McCall. *Microwave localization by two-dimensional random scattering.* Nature, vol. 354, page 53, 1991.

[Dall 07] R. Dall, L. Byron, A. Truscott, G. Dennis, M. Johnsson, M. Jeppesen & J. Hope. *Observation of transverse interference fringes on an atom laser beam.* Opt. Express, vol. 15, page 17673, 2007.

[Damascelli 04] Andrea Damascelli. *Probing the Electronic Structure of Complex Systems by ARPES.* Physica Scripta, vol. T109, page 61, 2004.

[Damon 14] F. Damon, F. Vermersch, J. G. Muga & D. Guéry-Odelin. *Reduction of local velocity spreads by linear potentials.* Phys. Rev. A, vol. 89, page 053626, May 2014.

[Damski 03] B Damski, J Zakrzewski, L Santos, P Zoller & M Lewenstein. *Atomic Bose and Anderson Glasses in Optical Lattices.* Phys. Rev. Lett, vol. 091, page 080403, 2003.

[Dao 07] Tung-Lam Dao, Antoine Georges, Jean Dalibard, Christophe Salomon & Iacopo Carusotto. *Measuring the One-Particle Excitations of Ultracold Fermionic Atoms by Stimulated Raman Spectroscopy.* Physical Review Letters, vol. 98, page 240402, June 2007.

[De Raedt 88] H. De Raedt, A. Lagendijk & P. de Vries. *Transverse Localization of Light.* Phys. Rev. Lett., vol. 62, page 47, 1988.

[de Wolf 71] David A. de Wolf. *Electromagnetic Reflection from an Extended Turbulent Medium : Cumulative Forward- Scatter Single-Backscatter Approximation.* IEEE transactions on Antennas and Propagation, vol. 19, page 254, 1971.

[Debs 09] J.E. Debs, D. Döring, P.A. Altin, C. Figl, J. Dugué, M. Jeppesen, J.T. Schultz, N.P. Robins & J.D. Close. *Experimental comparison of Raman and RF outcouplers for high flux atom lasers.* arXiv, page 0908.4147, 2009.

[Debs 10] J. E. Debs, D. Döring, P. A. Altin, C. Figl, J. Dugué, M. Jeppesen, J. T. Schultz, N. P. Robins & J. D. Close. *Experimental comparison of Raman and rf outcouplers for high-flux atom lasers.* Phys. Rev. A, vol. 81, no. 1, page 013618, Jan 2010.

[Deissler 10] B. Deissler, M. Zaccanti, G. Roati, C. D. Errico, M. Fattori, M. Modugno, G. Modugno & M. Inguscio. *Delocalization of a disordered bosonic system by repulsive interactions.* Nat. Phys., vol. 6, page 354, 2010.

[Delande 14] Dominique Delande & Giuliano Orso. *Mobility Edge for Cold Atoms in Laser Speckle Potentials.* Phys. Rev. Lett., vol. 113, page 060601, Aug 2014.

[Deng 08] Xiaolong Deng, R. Citro, A. Minguzzi & E. Orignac. *Phase diagram and momentum distribution of an interacting Bose gas in a bichromatic lattice.* Physical Review A, vol. 78, page 013625, July 2008.

[D'Errico 13] C D'Errico, M Moratti, E Lucioni, L Tanzi, B Deissler, M Inguscio, G Modugno, M B Plenio & F Caruso. *Quantum diffusion with disorder, noise and interaction.* New Journal of Physics, vol. 15, no. 4, page 045007, 2013.

[D'Errico 14] Chiara D'Errico, Eleonora Lucioni, Luca Tanzi, Lorenzo Gori, Guillaume Roux, Ian P. McCulloch, Thierry Giamarchi, Massimo Inguscio & Giovanni Modugno. *Observation of a Disordered Bosonic Insulator from Weak to Strong Interactions.* Phys. Rev. Lett., vol. 113, page 095301, Aug 2014.

[Desbuquois 12] Remi Desbuquois, Lauriane Chomaz, Tarik Yefsah, Julian Leonard, Jerome Beugnon, Christof Weitenberg & Jean Dalibard. *Superfluid behaviour of a two-dimensional Bose gas.* Nat. Phys., vol. 8, page 645, 2012.

[Di Giuseppe 13] G. Di Giuseppe, L. Martin, A. Perez-Leija, R. Keil, F. Dreisow, S. Nolte, A. Szameit, A. Abouraddy, D. Christodoulides & B. Saleh. *Einstein-Podolsky-Rosen Spatial Entanglement in Ordered and Anderson Photonic Lattices.* Phys. Rev. Lett., vol. 110, page 150503, Apr 2013.

[Dolan 79] G J Dolan & D D Osheroff. *Nonmetallic Conduction in Thin Metal Films at Low Temperatures.* Phys. Rev. Lett., vol. 43, no. 10, page 721, 1979.

[Döring 08] D. Döring, N. P. Robins, C. Figl & J. D. Close. *Probing a Bose-Einstein condensate with an atom laser.* Opt. Express, vol. 16, pages 13893–13900, 2008.

[Dries 10] D. Dries, S. Pollack, J. Hitchcock & R. Hulet. *Dissipative transport of a Bose-Einstein condensate.* Phys. Rev. A, vol. 82, page 033603, September 2010.

[Duca 15] L. Duca, T. Li, M. Reitter, I. Bloch, M. Schleier-Smith & U. Schneider. *An Aharonov-Bohm interferometer for determining Bloch band topology.* Science, vol. 347, no. 6219, pages 288–292, 2015.

[Eckel 14a] S. Eckel, F. Jendrzejewski, A. Kumar, J. Lobb C. & K. Campbell G.˙ *Interferometric Measurement of the Current-Phase Relationship of a Superfluid Weak Link.* Phys. Rev. X, vol. 4, page 031052, Sep 2014.

[Eckel 14b] Stephen Eckel, Jeffrey G. Lee, Fred Jendrzejewski, Noel Murray, Charles W. Clark, Christopher J. Lobb, William D. Phillips, Mark Edwards & Gretchen K. Campbell. *Hysteresis in a quantized superfluid "atomtronic" circuit.* Nature, vol. 506, page 200, 2014.

[Economou 83] E. N. Economou & C. M. Soukoulis. *Connection of localization with the problem of the bound state in a potential well.* Phys. Rev. B, vol. 28, pages 1093–1094, Jul 1983.

[Economou 84] E. N. Economou, C. M. Soukoulis & A. D. Zdetsis. *Localized states in disordered systems as bound states in potential wells.* Phys. Rev. B, vol. 30, pages 1686–1694, Aug 1984.

[Engels 07] P. Engels & C. Atherton. *Stationary and Nonstationary Fluid Flow of a Bose-Einstein Condensate Through a Penetrable Barrier.* Physical Review Letters, vol. 99, page 160405, 2007.

[Esteve 08] J. Esteve, C. Gross, A. Weller, S. Giovanazzi & M. K. Oberthaler. *Squeezing and entanglement in a Bose-Einstein condensate.* Nature, vol. 455, page 1216, 2008.

[Evangelou 87] S. N. Evangelou & T. Ziman. *The Anderson transition in two dimensions in the presence of spin-orbit coupling.* Journal of Physics C : Solid State Physics, vol. 20, no. 13, page L235, 1987.

[Evers 08] F. Evers & A. D. Mirlin. *Anderson transitions.* Rev. Mod. Phys., vol. 80, page 1355, October 2008.

[Fabre 11] C. M. Fabre, P. Cheiney, G. L. Gattobigio, F. Vermersch, S. Faure, R. Mathevet, T. Lahaye & D. Guéry-Odelin. *Realization of a Distributed Bragg Reflector for Propagating Guided Matter Waves.* Phys. Rev. Lett., vol. 107, page 230401, Nov 2011.

[Faez 09] S. Faez, A. Strybulevych, J. Page, A. Lagendijk & B. A. van Tiggelen. *Observation of Multifractality in Anderson Localization of Ultrasound.* Phys. Rev. Lett., vol. 103, no. 15, page 155703, October 2009.

[Falco 09] G. M. Falco, T. Nattermann & Valery L Pokrovsky. *Localized states and interaction-induced delocalization in Bose gases with quenched disorder.* Europhysics Letters, vol. 85, page 30002, 2009.

[Falco 10] GM Falco, A. AA Fedorenko, J. Giacomelli & Michele Modugno. *Density of states in an optical speckle potential.* Physical Review A, vol. 82, no. 5, page 053405, November 2010.

[Falkenau 11] Markus Falkenau, Valentin V. Volchkov, Jahn Rührig, Axel Griesmaier & Tilman Pfau. *Continuous Loading of a Conservative Potential Trap from an Atomic Beam.* Phys. Rev. Lett., vol. 106, page 163002, Apr 2011.

[Fallani 07] L Fallani, J E Lye, V Guarrera, C Fort & M Inguscio. *Ultracold Atoms in a Disordered Crystal of Light : Towards a Bose Glass.* Phys. Rev. Lett, vol. 98, page 130404, 2007.

[Fallani 08] Leonardo Fallani, Chiara Fort & Massimo Inguscio. *Bose-Einstein condensates in disordered potentials.* Adv. At. Mol. Opt. Phys., vol. 56, page 119, 2008.

[Fattori 08] M. Fattori, C. D'Errico, G. Roati, M. Zaccanti, M. Jona-Lasinio, M. Modugno, M. Inguscio & G. Modugno. *Atom Interferometry with a Weakly Interacting Bose-Einstein Condensate.* Phys. Rev. Lett., vol. 100, page 080405, Feb 2008.

[Feddersen 91] H. Feddersen. *Localization of vibrational energy in globular protein.* Phys. Lett. A, vol. 154, page 391, 1991.

[Filoche 12] M. Filoche & S. Mayboroda. *Universal mechanism for Anderson and weak localization.* PNAS, vol. 109, page 14761, 2012.

[Fisher 89] M. P. A. Fisher, P. B. Weichman, G. Grinstein & D. S. Fisher. *Boson localization and the superfluid-insulator transition.* Physical Review B, vol. 40, no. 1, page 546, 1989.

[Flach 09] S. Flach, D. O. Krimer & Ch. Skokos. *Universal Spreading of Wave Packets in Disordered Nonlinear Systems.* Phys. Rev. Lett., vol. 102, page 024101, Jan 2009.

[Fleishman 80] L. Fleishman & P. W. Anderson. *Interactions and the Anderson transition.* Phys. Rev. B, vol. 21, no. 6, page 2366, 1980.

[Fort 05] C. Fort, L. Fallani, V. Guarrera, J. E. Lye, M. Modugno, D. S. Wiersma & M. Inguscio. *Effect of optical disorder and single defects on the expansion of a Bose-Einstein condensate in a one-dimensional waveguide.* Phys. Rev. Lett., page 170410, 2005.

[Fröhlich 83] Jürg Fröhlich & Thomas Spencer. *Absence of Diffusion in the Anderson Tight Binding Model for Large Disorder or Low Energy.* Commun. Math. Phys., vol. 88, page 151, 1983.

[Fukuhara 13] Takeshi Fukuhara, Adrian Kantian, Manuel Endres, Marc Cheneau, Peter Schausz, Sebastian Hild, David Bellem, Ulrich Schollwock, Thierry Giamarchi, Christian Gross, Immanuel Bloch & Stefan Kuhr. *Quantum dynamics of a mobile spin impurity.* Nat. Phys., vol. 9, page 235, 2013.

[Gadway 11] B. Gadway, D. Pertot, J. Reeves, M. Vogt & D. Schneble. *Glassy Behavior in a Binary Atomic Mixture.* Phys. Rev. Lett., vol. 107, page 145306, September 2011.

[Gadway 13] Bryce Gadway, Jeremy Reeves, Ludwig Krinner & Dominik Schneble. *Evidence for a Quantum-to-Classical Transition in a Pair of Coupled Quantum Rotors.* Phys. Rev. Lett., vol. 110, page 190401, May 2013.

[Galitski 13] Victor Galitski & Ian B. Spielman. *Spin-orbit coupling in quantum gases.* Nature, vol. 494, page 49, 2013.

[Gattobigio 09] G. Gattobigio, a. Couvert, M. Jeppesen, R. Mathevet & D. Guéry-Odelin. *Multimode-to-monomode guided-atom lasers : An entropic analysis.* Physical Review A, vol. 80, no. 4, pages 1–4, October 2009.

[Gattobigio 11] G. L. Gattobigio, A. Couvert, B. Georgeot & D. Guéry-Odelin. *Exploring Classically Chaotic Potentials with a Matter Wave Quantum Probe.* Phys. Rev. Lett., vol. 107, page 254104, Dec 2011.

[Gaunt 13] Alexander L. Gaunt, Tobias F. Schmidutz, Igor Gotlibovych, Robert P. Smith & Zoran Hadzibabic. *Bose-Einstein Condensation of Atoms in a Uniform Potential.* Phys. Rev. Lett., vol. 110, page 200406, May 2013.

[Gavish 05] Uri Gavish & Yvan Castin. *Matter-Wave Localization in Disordered Cold Atom Lattices.* Physical Review Letters, vol. 95, no. 2, page 020401, July 2005.

[Genack 91] A. Z. Genack & N. Garcia. *Observation of Photon Localization in a Three-Dimensional Disordered System.* Phys. Rev. Lett., vol. 66, no. 16, page 2064, 1991.

[Gerbier 01] F. Gerbier, P. Bouyer & A. Aspect. *Quasicontinuous atom laser in the presence of gravity.* Phys. Rev. Lett., vol. 86, pages 4729–4732, 2001. and Phys. Rev. Lett. **93**, 059905(E) (2004).

[Ghosh 14] S. Ghosh, N. Cherroret, B. Grémaud, C. Miniatura & D. Delande. *Coherent forward scattering in two-dimensional disordered systems.* Phys. Rev. A, vol. 90, page 063602, Dec 2014.

[Giamarchi 88] Thierry Giamarchi & H. J. Schulz. *Anderson localization and interaction in one-dimensional metals.* Physical Review B, vol. 37, no. 1, page 325, 1988.

[Giordano 14] M. Giordano, T. G. Kovács & F. Pittler. *Universality and the QCD Anderson Transition.* Phys. Rev. Lett., vol. 112, page 102002, March 2014.

[Giraud 07] O. Giraud, J. Martin & B. Georgeot. *Entanglement of localized states.* Phys. Rev. A, vol. 76, page 042333, October 2007.

[Gogolin 75] A. A. Gogolin, V. I. Melńikov & E. I. Rashba. *Conductivity in a disordered one-dimensional system induced by electron-phonon interaction.* Sov. Phys. JETP, vol. 42, page 168, 1975.

[Goldman 98] A. M. Goldman & N. Markovic. *Superconductor-Insulator Transitions in the Two-Dimensional Limit.* Physics Today, vol. 51, page 39, 1998.

[Goldman 13] Nathan Goldman, Jean Dalibard, Alexandre Dauphin, Fabrice Gerbier, Maciej Lewenstein, Peter Zoller & Ian B. Spielman. *Direct imaging of topological edge states in cold-atom systems.* Proceedings of the National Academy of Sciences, vol. 110, no. 17, pages 6736–6741, 2013.

[Golubentsev 84] A A Golubentsev. *Suppression of interference effects in multiple scattering of light.* Sov. Phys. JETP, vol. 59, no. 1, page 26, 1984.

[Gómez-Navarro 05] C Gómez-Navarro, P J de Pablo, J Gómez-Herrero, B Biel, F J Garcia-Vidal, A Rubio & F Flores. *Tuning the conductance of single-walled carbon nanotubes by ion irradiation in the Anderson localization regime.* Nat. Mater., vol. 4, no. 7, page 534, July 2005.

[Goodman 07] J W Goodman. Speckle phenomena in optics : theory and applications. Roberts & Co., 2007.

[Gor'kov 79] L. P. Gor'kov, A. I. Larkin & D. E. Khmel'nitskii. *Particle conductivity in a two-dimensional random potential.* JETP Lett., vol. 30, pages 228–232, 1979.

[Gornyi 05] I. V. Gornyi, A. D. Mirlin & D. G. Polyakov. *Interacting Electrons in Disordered Wires : Anderson Localization and Low-T Transport.* Phys. Rev. Lett., vol. 95, page 206603, Nov 2005.

[Gorodnichev 90] E .E. Gorodnichev, S. L. Dudarev & D. B. Rogozkin. *Coherent wave backscattering by random medium. Exact solution of the albedo problem.* Physics Letters A, vol. 144, no. 1, page 48, 1990.

[Grempel 84] D. Grempel, R. Prange & Shmuel Fishman. *Quantum dynamics of a nonintegrable system.* Phys. Rev. A, vol. 29, pages 1639–1647, Apr 1984.

[Grosshans 03] Frederic Grosshans, Gilles Van Assche, Jerome Wenger, Rosa Brouri, Nicolas J. Cerf & Philippe Grangier. *Quantum key distribution using gaussian-modulated coherent states.* Nature, vol. 421, page 238, 2003.

[Groth 09] C. Groth, M. Wimmer, A. Akhmerov, J. Tworzydło & C. Beenakker. *Theory of the Topological Anderson Insulator.* Phys. Rev. Lett., vol. 103, page 196805, Nov 2009.

[Guerin 06] W. Guerin, J.-F. Riou, J. P. Gaebler, V. Josse, P. Bouyer & A. Aspect. *Guided Quasicontinuous Atom Laser.* Phys. Rev. Lett., vol. 97, page 200402, Nov 2006.

[Guerin 07] William Guerin. *Source atomique cohérente dans des pièges optique et magnétique : réalisation d'un laser á atomes guidé.* PhD thesis, Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique, Université Paris XI, 2007.

[Gurarie 09] V. Gurarie, L. Pollet, N. V. Prokof'ev, B. V. Svistunov & M. Troyer. *Phase diagram of the disordered Bose-Hubbard model.* Phys. Rev. B, vol. 80, page 214519, December 2009.

[Gurevich 09] E. Gurevich & O. Kenneth. *Lyapunov exponent for the laser speckle potential : A weak disorder expansion.* Phys. Rev. A, vol. 79, page 063617, 2009.

[Hagley 99] E. W. Hagley, L. Deng, M. Kozuma, J. Wen, K. Helmerson, S. L. Rolston & W. D. Phillips. *A well-collimated quasi-continuous atom laser.* Science, vol. 283, page 1706, 1999.

[Hagley 01] Edward W Hagley, Lu Deng, William D Phillips, Keith Burnett & Charles W Clark. *The atom laser.* Optics and Photonics News, vol. 12, no. 5, pages 22–27, 2001.

[Hartung 08] Michael Hartung, Thomas Wellens, Cord A Müller, Klaus Richter & Peter Schlagheck. *Coherent Backscattering of Bose-Einstein Condensates in Two-Dimensional Disorder Potentials.* Physical Review Letters, vol. 101, no. 2, page 020603, July 2008.

[Hashimoto 08] K. Hashimoto, C. Sohrmann, J. Wiebe, T. Inaoka, F. Meier, Y. Hirayama, R. Römer, R. Wiesendanger & M. Morgenstern. *Quantum Hall Transition in Real Space : From Localized to Extended States.* Phys. Rev. Lett., vol. 101, page 256802, December 2008.

[Heersink 05] Joel Heersink, Vincent Josse, Gerd Leuchs & Ulrik L. Andersen. *Efficient polarization squeezing in optical fibers.* Opt. Lett., vol. 30, no. 10, pages 1192–1194, May 2005.

[Hertel 83] G. Hertel, D. J. Bishop, E. G. Spencer, J. M. Rowell & R. C. Dynes. *Tunneling and Transport Measurements at the Metal-Insulator Transition of Amorphous Nb : Si.* Phys. Rev. Lett., vol. 50, page 743, 1983.

[Hikami 80] S. Hikami, A. I. Larkin & Y. Nagaoka. *Spin-Orbit Interaction and Magnetoresistance in the Two Dimensional Random System.* Prog. Theor. Phys., vol. 63, page 707, 1980.

[Hildebrand 14] W. K. Hildebrand, A. Strybulevych, S. E. Skipetrov, B. A. van Tiggelen & J. H. Page. *Observation of Infinite-Range Intensity Correlations above, at, and below the Mobility Edges of the 3D Anderson Localization Transition.* Phys. Rev. Lett., vol. 112, page 073902, Feb 2014.

[Hoefer 06] M. A. Hoefer, M. J. Ablowitz, I. Coddington, E. A. Cornell, P. Engels & V. Schweikhard. *Dispersive and classical shock waves in Bose-Einstein condensates and gas dynamics.* Phys. Rev. A, vol. 74, page 023623, Aug 2006.

[Holland 96] M. Holland, K. Burnett, C. Gardiner, J. I. Cirac & P. Zoller. *Theory of an atom laser.* Phys. Rev. A, vol. 54, pages R1757–R1760, Sep 1996.

[Hope 00] J. J. Hope, G. M. Moy, M. J. Collett & C. M. Savage. *Steady-state quantum statistics of a non-Markovian atom laser.* Phys. Rev. A, vol. 61, page 023603, Jan 2000.

[Hu 08] H. Hu, A. Strybulevych, J. H. Page, S. E. Skipetrov & B. A. van Tiggelen. *Localization of ultrasound in a three-dimensional elastic network.* Nat. Phys., vol. 4, page 945, October 2008.

[Huckestein 95] Bodo Huckestein. *Scaling theory of the integer quantum Hall effect.* Rev. Mod. Phys., vol. 67, page 357, 1995.

[Inouye 01] S. Inouye, S. Gupta, T. Rosenband, A. P. Chikkatur, A. Görlitz, T. L. Gustavson, A. E. Leanhardt, D. E. Pritchard & W. Ketterle. *Observation of Vortex Phase Singularities in Bose-Einstein Condensates.* Phys. Rev. Lett., vol. 87, page 080402, Aug 2001.

[Ivanchenko 11] M. Ivanchenko, T. Laptyeva & S. Flach. *Anderson Localization or Nonlinear Waves : A Matter of Probability.* Phys. Rev. Lett., vol. 107, page 240602, Dec 2011.

[Jack 99] M. W. Jack, M. Naraschewski, M. J. Collet & D. F. Walls. *Markov approximation for the atomic output coupler*. Phys. Rev. A, vol. 59, page 2962, 1999.

[Jeffers 00] John Jeffers, Peter Horak, Stephen M. Barnett & Paul M. Radmore. *Bound mode of an atom laser*. Phys. Rev. A, vol. 62, page 043602, Sep 2000.

[Jeltes 07] T. Jeltes, J. M. McNamara, W. Hogervorst, W. Vassen, V. Krachmalnicoff, M. Schellekens, A. Perrin, H. Chang, D. Boiron, A. Aspect & C. I. Westbrook. *Comparison of the Hanbury Brown-Twiss effect for bosons and fermions*. Nature, vol. 445, page 402, 2007.

[Jendrzejewski 12a] F. Jendrzejewski, A. Bernard, K. Müller, P. Cheinet, V. Josse, M. Piraud, L. Pezzé, L. Sanchez-Palencia, A. Aspect & P. Bouyer. *Three-dimensional localization of ultracold atoms in an optical disordered potential*. Nature Physics, vol. 8, no. 3, pages 1–6, March 2012.

[Jendrzejewski 12b] F. Jendrzejewski, K. Müller, J. Richard, A. Date, T. Plisson, P. Bouyer, A. Aspect & V. Josse. *Coherent Backscattering of Ultracold Atoms*. Phys. Rev. Lett., vol. 109, page 195302, Nov 2012.

[Jendrzejewski 12c] Fred Jendrzejewski. *Quantum transport of ultracold atoms in disordered potentials*. Theses, Université Paris Sud - Paris XI, November 2012.

[Jendrzejewski 14] F. Jendrzejewski, S. Eckel, N. Murray, C. Lanier, M. Edwards, J. Lobb C. & K. Campbell G.˙ *Resistive Flow in a Weakly Interacting Bose-Einstein Condensate*. Phys. Rev. Lett., vol. 113, page 045305, Jul 2014.

[Jeppesen 08] M. Jeppesen, J. Dugué, G. R. Dennis, M. T. Johnsson, C. Figl, N. P. Robins & J. D. Close. *Approaching the Heisenberg limit in an atom laser*. Phys. Rev. A, vol. 77, page 063618, 2008.

[John 84] S. John. *Electromagnetic Absorption in a Disordered Medium near a Photon Mobility Edge*. Phys. Rev. Lett., vol. 53, page 2169, 1984.

[John 87] S. John. *Strong Localization of Photons in Certain Disordererd Dielectric Superlattices*. Phys. Rev. Lett., vol. 58, no. 23, page 2486, 1987.

[Jöllenbeck 11] S. Jöllenbeck, J. Mahnke, R. Randoll, W. Ertmer, J. Arlt & C. Klempt. *Hexapole-compensated magneto-optical trap on a mesoscopic atom chip*. Phys. Rev. A, vol. 83, page 043406, Apr 2011.

[Josse 03] Vincent Josse. *Polarization squeezing and continous variable entanglement with cold atoms*. Theses, Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, December 2003.

[Josse 04a] V Josse, A Dantan, A Bramati & E Giacobino. *Entanglement and squeezing in a two-mode system : theory and experiment*. Journal of Optics B : Quantum and Semiclassical Optics, vol. 6, no. 6, page S532, 2004.

[Josse 04b] V. Josse, A. Dantan, A. Bramati, M. Pinard & E. Giacobino. *Continuous Variable Entanglement using Cold Atoms*. Phys. Rev. Lett., vol. 92, page 123601, Mar 2004.

[Josse 06] Vincent Josse, Metin Sabuncu, Nicolas J. Cerf, Gerd Leuchs & Ulrik L. Andersen. *Universal Optical Amplification without Nonlinearity*. Phys. Rev. Lett., vol. 96, page 163602, Apr 2006.

[Kaas 08] B. Kaas, Bart A van Tiggelen & A Lagendijk. *Anisotropy and Interference in Wave Transport : An Analytic Theory*. Physical Review Letters, vol. 100, no. 12, page 4, March 2008.

[Kagan 96] Y. Kagan, E. L. Surkov & G .V. Shlyapnikov. *Evolution of a Bose-condensed gas under variations of the confining potential.* Physical Review A, vol. 54, no. 3, page 1753, 1996.

[Kamchatnov 12] A. M. Kamchatnov & N. Pavloff. *Generation of dispersive shock waves by the flow of a Bose-Einstein condensate past a narrow obstacle.* Phys. Rev. A, vol. 85, page 033603, Mar 2012.

[Kaneko 99] A. Kaneko & T. Ohtsuki. *Three-dimensional quantum percolation studied by level statistics.* Ann. Phys. (Leipzig), vol. 8, page 75, 1999.

[Karbasi 12] Salman Karbasi, Craig R. Mirr, Parisa Gandomkar Yarandi, Ryan J. Frazier, Karl W. Koch & Arash Mafi. *Observation of transverse Anderson localization in an optical fiber.* Opt. Lett., vol. 37, no. 12, pages 2304–2306, Jun 2012.

[Karpiuk 12] T. Karpiuk, N. Cherroret, K. Lee, B. Grémaud, C. A. Müller & C. Miniatura. *Coherent Forward Scattering Peak Induced by Anderson Localization.* Phys. Rev. Lett., vol. 109, page 190601, November 2012.

[Katsumoto 87] Shingo Katsumoto, Fumio Komori, Naokatsu Sano & Shunichi Kobayashi. *Fine Tuning of Metal-Insulator Transition in Al0.3Ga0.7As Using Persistent Photoconductivity.* Journal of the Physical Society of Japan, vol. 56, no. 7, pages 2259–2262, 1987.

[Katz 11] Ori Katz, Eran Small, Yaron Bromberg & Yaron Silberberg. *Focusing and compression of ultrashort pulses through scattering media.* Nat. Photon., vol. 5, page 372, 2011.

[Ketterle 02] Wolfgang Ketterle. *Nobel lecture : When atoms behave as waves : Bose-Einstein condensation and the atom laser.* Rev. Mod. Phys., vol. 74, pages 1131–1151, Nov 2002.

[Kleine-Büning 10] G. Kleine-Büning, J. Will, W. Ertmer, C. Klempt & J. Arlt. *A slow gravity compensated atom laser.* Applied Physics B, vol. 100, no. 1, pages 117–123, 2010.

[Knill 01] E. Knill, R. Laflamme & G. J. Milburn. *A scheme for efficient quantum computation with linear optics.* Nature, vol. 409, page 46, 2001.

[Köhl 01] M. Köhl, T. W. Hänsch & T. Esslinger. *Measuring the temporal coherence of an atom laser beam.* Phys. Rev. Lett., vol. 87, page 160404, 2001.

[Köhl 05] M. Köhl, Th. Busch, K. Molmer, T. W. Hänsch & T. Esslinger. *Observing the profile of an atom laser beam.* Phys. Rev. A, vol. 72, page 063618, 2005.

[Kondov 11] S. S. Kondov, W. R. McGehee, J. J. Zirbel & B. DeMarco. *Three-Dimensional Anderson Localization of Ultracold Matter.* Science, vol. 334, page 66, 2011.

[Kondov 13] S. S. Kondov, W. R. McGehee & B. DeMarco. *Interplay of disorder and interactions in an optical lattice Hubbard model.* preprint arXiv :1305.6072, 2013.

[Kovachy 14] Tim Kovachy, Jason M. Hogan, Alex Sugarbaker, Susannah M. Dickerson, Christine A. Donnelly, Chris Overstreet & Mark A. Kasevich. *Matter wave lensing to picokelvin temperatures.* preprint arXiv :1407.6995, 2014.

[Kozuma 99] M. Kozuma, L. Deng, E. W. Hagley, L. Wen, R. Lutwak, K. Helmerson, S. Rolston & W. D. Phillips. *Bragg diffraction of a Bose-Einstein condensate.* Phys. Rev. Lett., vol. 82, page 871, 1999.

[Kramer 93] B. Kramer & A. Mackinnon. *Localization : Theoy and Experiment.* Rep. Prog. Phys, vol. 56, page 1469, 1993.

[Krinner 13] S. Krinner, D. Stadler, J. Meineke, J.-P. Brantut & T. Esslinger. *Superfluidity with disorder in a thin film of quantum gas.* Phys. Rev. Lett., vol. 110, page 100601, March 2013.

[Krinner 14] S. Krinner, D. Stadler, D. Husmann, J.-P. Brantut & T. Esslinger. *Observation of Quantized Conductance in Neutral Matter.* preprint arXiv :1404.6400, 2014.

[Krivolapov 12a] Yevgeny Krivolapov & Shmuel Fishman. *Transport in time-dependent random potentials.* Phys. Rev. E, vol. 86, page 051115, Nov 2012.

[Krivolapov 12b] Yevgeny Krivolapov, Liad Levi, Shmuel Fishman, Mordechai Segev & Michael Wilkinson. *Super-diffusion in optical realizations of Anderson localization.* New Journal of Physics, vol. 14, no. 4, page 043047, 2012.

[Kuga 84] Y. Kuga & A. Ishimaru. *Retroreflectance from a dense distribution of spherical particles.* J. Opt. Soc. Am. A, vol. 1, page 831, August 1984.

[Kuhl 00] U. Kuhl, F. M. Izrailev & A. A. Krokhin. *Experimental observation of the mobility edge in a waveguide with correlated disorder.* Applied Physics Letters, vol. 77, no. 5, page 633, 2000.

[Kuhl 08] U. Kuhl, F .M. Izrailev & A. A. Krokhin. *Enhancement of Localization in One-Dimensional Random Potentials with Long-Range Correlations.* Phys. Rev. Lett., vol. 100, page 126402, 2008.

[Kuhn 05] R. C. Kuhn, C. Miniatura, D. Delande, O. Sigwarth & C. A. Müller. *Localization of Matter Waves in Two-Dimensional Disordered Optical Potentials.* Phys. Rev. Lett, vol. 95, page 250403, 2005.

[Kuhn 07] R. C. Kuhn, O. Sigwarth, C. Miniatura, D. Delande & C. A. Müller. *Coherent matter wave transport in speckle potentials.* New J. Phys., vol. 9, page 161, 2007.

[Labeyrie 99] G. Labeyrie, F. De Tomasi, J. C. Bernard, Cord A. Müller, C. Miniatura & R. Kaiser. *Coherent backscattering of light by cold atoms.* Physical Review Letters, vol. 83, no. 25, page 5266, 1999.

[Labeyrie 12] Guillaume Labeyrie, Tomasz Karpiuk, Jean-François Schaff, Benoît Grémaud, Christian Miniatura & Dominique Delande. *Enhanced backscattering of a dilute Bose-Einstein condensate.* Europhys. Lett., vol. 100, no. 6, page 66001, 2012.

[Lagendijk 09] A. Lagendijk, B. van Tiggelen & D. S. Wiersma. *Fifty years of Anderson localization.* Physics Today, vol. 62, page 24, 2009.

[Lahaye 04] T. Lahaye, J. M. Vogels, K. J. Günter, Z. Wang, J. Dalibard & D. Guéry-Odelin. *Realization of a Magnetically Guided Atomic Beam in the Collisional Regime.* Phys. Rev. Lett., vol. 93, page 093003, Aug 2004.

[Lahini 08] Y. Lahini, A. Avidan, F. Pozzi, M. Sorel, R. Morandotti, D. N. Christodoulides & Y. Silberberg. *Anderson Localization and Nonlinearity in One-Dimensional Disordered Photonic Lattices.* Phys. Rev. Lett., vol. 100, page 013906, 2008.

[Lal 11] N. N. Lal, B. F. Soares, J. K. Sinha, F. Huang, S. Mahajan, P. N. Bartlett, N. C. Greenham & J. J. Baumberg. *Enhancing solar cells with localized plasmons in nanovoids.* Opt. Express, vol. 19, no. 12, pages 11256–11263, Jun 2011.

[Lamas-Linares 02] Ant ?a Lamas-Linares, Christoph Simon, John C. Howell & Dik Bouwmeester. *Experimental Quantum Cloning of Single Photons.* Science, vol. 296, no. 5568, pages 712–714, 2002.

[Larose 04] E. Larose, L. Margerin, B. van Tiggelen & M. Campillo. *Weak Localization of Seismic Waves.* Physical Review Letters, vol. 93, no. 4, page 048501, July 2004.

[Lauber 11] T Lauber, P Massignan, G Birkl & A Sanpera. *Atomic wave packet dynamics in finite time-dependent optical lattices.* Journal of Physics B : Atomic, Molecular and Optical Physics, vol. 44, no. 6, page 065301, 2011.

[Laurent 07] D. Laurent, O. Legrand, P. Sebbah, C. Vanneste & F. Mortessagne. *Localized Modes in a Finite-Size Open Disordered Microwave Cavity.* Phys. Rev. Lett., vol. 99, page 253902, 2007.

[Le Coq 01] Y. Le Coq, J. H. Thywissen, S. A. Rangawala, F. Gerbier, S. Richard, G. Delannoy, P. Bouyer & A. Aspect. *Atom laser divergence.* Phys. Rev. Lett., vol. 87, page 170403, 2001.

[Leboeuf 01] P. Leboeuf & N. Pavloff. *Bose-Einstein beams : Coherent propagation through a guide.* Phys. Rev. A, vol. 64, page 033602, 2001.

[Leconte 10] N. Leconte, J. Moser, P. Ordejón, H. Tao, A. Lherbier, A. Bachtold, F. Alsina, C. M. Sotomayor Torres, J.-C. Charlier & S. Roche. *Damaging graphene with ozone treatment : a chemically tunable metal-insulator transition.* ACS nano, vol. 4, no. 7, page 4033, July 2010.

[Lee 85] P. A. Lee & T. V. Ramakrishnan. *Disordered electronic systems.* Rev. Mod. Phys., vol. 57, page 287, April 1985.

[Lee 14a] Kean Loon Lee, Benoˆ Grémaud & Christian Miniatura. *Dynamics of localized waves in one-dimensional random potentials : Statistical theory of the coherent forward scattering peak.* Phys. Rev. A, vol. 90, page 043605, Oct 2014.

[Lee 14b] Kean Loon Lee, Benoît Grémaud & Christian Miniatura. *Momentum-space dynamics of Dirac quasiparticles in correlated random potentials : Interplay between dynamical and Berry phases.* Phys. Rev. A, vol. 89, page 043622, Apr 2014.

[Lemarié 09] G. Lemarié, B. Grémaud & D. Delande. *Universality of the Anderson transition with the quasiperiodic kicked rotor.* Europhys. Lett., vol. 87, page 37007, August 2009.

[Lemarié 10] G. Lemarié, H. Lignier, D. Delande, P. Szriftgiser & J. C. Garreau. *Critical State of the Anderson Transition : Between a Metal and an Insulator.* Phys. Rev. Lett., vol. 105, page 090601, 2010.

[Levi 12] Liad Levi, Yevgeny Krivolapov, Shmuel Fishman & Mordechai Segev. *Hyper-transport of light and stochastic acceleration by evolving disorder.* Nat. Phys., vol. 8, page 912, 2012.

[Li 09a] Jian Li, Rui-Lin Chu, J. Jain & Shun-Qing Shen. *Topological Anderson Insulator.* Phys. Rev. Lett., vol. 102, page 136806, Apr 2009.

[Li 09b] W. Li, C. L. Vicente, J. S. Xia, W. Pan, D. C. Tsui, L. N. Pfeiffer & K. W. West. *Scaling in Plateau-to-Plateau Transition : A Direct Connection of Quantum Hall Systems with the Anderson Localization Model.* Phys. Rev. Lett., vol. 102, page 216801, May 2009.

[Lim 12] Lih-King Lim, Jean-Noël Fuchs & Gilles Montambaux. *Bloch-Zener Oscillations across a Merging Transition of Dirac Points.* Phys. Rev. Lett., vol. 108, page 175303, Apr 2012.

[Lin 09] Y-J Lin, R L Compton, K Jiménez-García, J V Porto & I B Spielman. *Synthetic magnetic fields for ultracold neutral atoms.* Nature, vol. 462, page 628, December 2009.

[Lin 11] Y. J. Lin, K. Jimenez-Garcia & I. B. Spielman. *Spin-orbit-coupled Bose-Einstein condensates.* Nature, vol. 471, page 83, 2011.

[Lobkis 05] O. I. Lobkis & R. L. Weaver. *Self-consistent transport dynamics for localized waves.* Phys. Rev. E, vol. 71, page 011112, Jan 2005.

[Lopes 15] R. Lopes, A. Imanaliev, A. Aspect, M. Cheneau, D. Boiron & Westbrook C. I. *An atomic Hong-Ou-Mandel experiment.* preprint arXiv :1501.03065, 2015.

[Lopez 12] Matthias Lopez, Jean-Fran çois Clément, Pascal Szriftgiser, Jean Garreau & Dominique Delande. *Experimental Test of Universality of the Anderson Transition.* Phys. Rev. Lett., vol. 108, page 095701, Feb 2012.

[Lopez 13] Matthias Lopez, Jean-François Clément, Gabriel Lemarié, Dominique Delande, Pascal Szriftgiser & Jean Claude Garreau. *Phase diagram of the anisotropic Anderson transition with the atomic kicked rotor : theory and experiment.* New Journal of Physics, vol. 15, no. 6, page 065013, 2013.

[Lucioni 11] E. Lucioni, B. Deissler, L. Tanzi, G. Roati, M. Zaccanti, M. Modugno, M. Larcher, F. Dalfovo, M. Inguscio & G. Modugno. *Observation of Subdiffusion in a Disordered Interacting System.* Phys. Rev. Lett., vol. 106, page 230403, Jun 2011.

[Lugan 09] P. Lugan, A. Aspect, L. Sanchez-Palencia, D. Delande, B. Grémaud, C. A. M¸ller & C. Miniatura. *One-dimensional Anderson localization in certain correlated random potentials.* Phys. Rev. A, vol. 80, page 023605, 2009.

[Lücke 11] B. Lücke, M. Scherer, J. Kruse, L. Pezzé, F. Deuretzbacher, P. Hyllus, O. Topic, J. Peise, W. Ertmer, J. Arlt, L. Santos, A. Smerzi & C. Klempt. *Twin Matter Waves for Interferometry Beyond the Classical Limit.* Science, vol. 334, no. 6057, pages 773–776, 2011.

[Mafi 14] Arash Mafi, Salman Karbasi, Karl W. Koch, Thomas Hawkins & John Ballato. *Transverse Anderson Localization in Disordered Glass Optical Fibers : A Review.* Materials, vol. 7, no. 8, pages 5520–5527, 2014.

[Mancini 15] M. Mancini, G. Pagano, G. Cappellini, L. Livi, M. M. Rider, J. Catani, C. Sias, P. Zoller, M. Inguscio, M. Dalmonte & L. Fallani. *Observation of chiral edge states with neutral fermions in synthetic Hall ribbons.* preprint arXiv :1502.02495, 2015.

[Marte 02] A. Marte, T. Volz, J. Schuster, S. Dürr, G. Rempe, E. G. M. van Kempen & B. J. Verhaar. *Feshbach Resonances in Rubidium 87 : Precision Measurement and Analysis.* Phys. Rev. Lett., vol. 89, no. 28, page 283202, Dec 2002.

[Massignan 06] Pietro Massignan & Yvan Castin. *Three-dimensional strong localization of matter waves by scattering from atoms in a lattice with a confinement-induced resonance.* Physical Review A, vol. 74, no. 1, page 013616, July 2006.

[McCann 06] E. McCann, K. Kechedzhi, V. I. Fal,Äôko, H. Suzuura, T. Ando & B. L. Altshuler. *Weak-Localization Magnetoresistance and Valley Symmetry in Graphene.* Phys. Rev. Lett., vol. 97, no. 14, page 146805, October 2006.

[McDonald 13] G. D. McDonald, C. C. N. Kuhn, S. Bennetts, J. E. Debs, K. S. Hardman, M. Johnsson, J. D. Close & N. P. Robins. *80ħk momentum separation with Bloch oscillations in an optically guided atom interferometer.* Phys. Rev. A, vol. 88, page 053620, Nov 2013.

[McGehee 13] W. McGehee, S. Kondov, W. Xu, J. Zirbel & B. DeMarco. *Three-Dimensional Anderson Localization in Variable Scale Disorder.* Phys. Rev. Lett., vol. 111, page 145303, Oct 2013.

[Meldgin 15] C. Meldgin, U. Ray, P. Russ, D. Ceperley & B. DeMarco. *Probing the Bose-Glass–Superfluid Transition using Quantum Quenches of Disorder.* preprint arXiv :1502.02333, 2015.

[Meppelink 09] R. Meppelink, S. B. Koller, J. M. Vogels, P. van der Straten, E. D. van Ooijen, N. R. Heckenberg, H. Rubinsztein-Dunlop, S. A. Haine & M. J. Davis. *Observation of shock waves in a large Bose-Einstein condensate.* Phys. Rev. A, vol. 80, page 043606, Oct 2009.

[Mewes 97] M.-O. Mewes, M. R. Andrews, D. M. Kurn, D. S. Durfee, C. G. Townsend & W. Ketterle. *Output coupler for Bose-Einstein condensed atoms.* Phys. Rev. Lett., vol. 78, no. 4, page 582, 1997.

[Micklitz 14a] T. Micklitz, C. A. Müller & A. Altland. *Echo spectroscopy of Anderson localization.* arXiv :1406.6915, 2014.

[Micklitz 14b] T. Micklitz, C. A. Müller & A. Altland. *Strong Anderson Localization in Cold Atom Quantum Quenches.* Phys. Rev. Lett., vol. 112, page 110602, Mar 2014.

[Miller 07] D. E. Miller, J. K. Chin, C. A. Stan, Y. Liu, W. Setiawan, C. Sanner & W. Ketterle. *Critical Velocity for Superfluid Flow across the BEC-BCS Crossover.* Phys. Rev. Lett., vol. 99, page 070402, Aug 2007.

[Min 13] Bin Min & Tiejun Li. *Transport in weak dynamic disorder : A unified theory.* Phys. Rev. E, vol. 88, page 052140, Nov 2013.

[Mirlin 00] A. D. Mirlin. *Statistics of energy levels and eigenfunctions in disordered systems.* Phys. rep., vol. 326, page 259, 2000.

[Mirlin 06] A. Mirlin, Y. Fyodorov, A. Mildenberger & F. Evers. *Exact Relations between Multifractal Exponents at the Anderson Transition.* Phys. Rev. Lett., vol. 97, page 046803, Jul 2006.

[Modugno 10] G. Modugno. *Anderson localization in Bose ,Äì Einstein condensates.* Rep. Prog. Phys, vol. 73, page 102401, 2010.

[Mookherjea 08] S. Mookherjea, J. S. Park, S.-H. Yang & P. R. Bandaru. *Localization in silicon nanophotonic slow-light waveguides.* Nat. Photon., vol. 2, no. 2, page 90, 2008.

[Moore 94] F. L. Moore, J. C. Robinson, C. Bharucha, P. E. Williams & M. G. Raizen. *Observation of Dynamical Localization in Atomic Momentum Transfer : A New testing Ground for Quantum Chaos.* Phys. Rev. Lett., vol. 73, page 2974, 1994.

[Morgenstern 03] M. Morgenstern, J. Klijn, Chr. Meyer & R. Wiesendanger. *Real-Space Observation of Drift States in a Two-Dimensional Electron System at High Magnetic Fields.* Phys. Rev. Lett., vol. 90, page 056804, February 2003.

[Morpurgo 06] A. F. Morpurgo & F. Guinea. *Intervalley Scattering, Long-Range Disorder, and Effective Time-Reversal Symmetry Breaking in Graphene.* Phys. Rev. Lett., vol. 97, no. 19, page 196804, November 2006.

[Morsch 01] O. Morsch, J. H. Müller, M. Cristiani, D. Ciampini & E. Arimondo. *Bloch Oscillations and Mean-Field Effects of Bose-Einstein Condensates in 1D Optical Lattices.* Phys. Rev. Lett., vol. 87, page 140402, Sep 2001.

[Morsch 06] Oliver Morsch & Markus Oberthaler. *Dynamics of Bose-Einstein condensates in optical lattices.* Rev. Mod. Phys., vol. 78, pages 179–215, Feb 2006.

[Mosk 12] Allard P. Mosk, Ad Lagendijk, Geoffroy Lerosey & Mathias Fink. *Controlling waves in space and time for imaging and focusing in complex media.* Nat. Photon., vol. 6, page 283, 2012.

[Mott 79] N. F. Mott & E. A. Davis. Electronic processes in non-crystalline materials 2nd edn (oxford : Clarendon). Oxford : Clarendon, 1979.

[Moy 99] G. M. Moy, J. J. Hope & C. M. Savage. *Born and Markov approximation for atom lasers.* Phys. Rev. A, vol. 59, page 667, 1999.

[Mucciolo 10] E R Mucciolo & C H Lewenkopf. *Disorder and electronic transport in graphene.* Journal of physics. Condensed matter : an Institute of Physics journal, vol. 22, no. 27, page 273201, July 2010.

[Müller 11] C. A. Müller & D. Delande. *Disorder and interference : localization phenomena.* In C. Miniatura, L.-C. Kwek, M. Ducloy, B. Grémaud, B.-G. Englert, L. F. Cugliandolo & A. Ekert, editeurs, Les Houches 2009 - Session XCI :Ultracold Gases and Quantum Information, chapitre 9. Oxford University Press, Oxford, 2011.

[Müller 14a] Cord A. Müller & Boris Shapiro. *Comment on "Three-Dimensional Anderson Localization in Variable Scale Disorder".* Phys. Rev. Lett., vol. 113, page 099601, Aug 2014.

[Müller 14b] K. Müller, J. Richard, V. V. Volchkov, V. Denechaud, P. Bouyer, A. Aspect & V. Josse. *Suppression and Revival of Weak Localization through Control of Time-Reversal Symmetry.* arXiv :1411.1671, 2014.

[Müller 14c] Kilian Müller. *Coherent transport of ultracold atoms in disordered potentials : Manipulation of time-reversal symmetry in weak localisation experiments.* Theses, Université Paris Sud - Paris XI, 2014.

[Müntinga 13] H. Müntinga, H. Ahlers, M. Krutzik, A. Wenzlawski, S. Arnold, D. Becker, K. Bongs, H. Dittus, H. Duncker, N. Gaaloul, C. Gherasim, E. Giese, C. Grzeschik, T. W. Hänsch, O. Hellmig, W. Herr, S. Herrmann, E. Kajari, S. Kleinert, C. Lämmerzahl, W. Lewoczko-Adamczyk, J. Malcolm, N. Meyer, R. Nolte, A. Peters, M. Popp, J. Reichel, A. Roura, J. Rudolph, M. Schiemangk, M. Schneider, S. T. Seidel, K. Sengstock, V. Tamma, T. Valenzuela, A. Vogel, R. Walser, T. Wendrich, P. Windpassinger, W. Zeller, T. van Zoest, W. Ertmer, W. P. Schleich & E. M. Rasel. *Interferometry with Bose-Einstein Condensates in Microgravity.* Phys. Rev. Lett., vol. 110, page 093602, Feb 2013.

[Nascimbène 09] S. Nascimbène, N. Navon, K. J. Jiang, L. Tarruell, M. Teichmann, J. McKeever, F. Chevy & C. Salomon. *Collective Oscillations of an Imbalanced Fermi Gas : Axial Compression Modes and Polaron Effective Mass.* Phys. Rev. Lett., vol. 103, page 170402, Oct 2009.

[Neely 10] T. W. Neely, E. C. Samson, A. S. Bradley, M. J. Davis & B. P. Anderson. *Observation of Vortex Dipoles in an Oblate Bose-Einstein Condensate.* Phys. Rev. Lett., vol. 104, page 160401, Apr 2010.

[Nguyen 15] H. S. Nguyen, D. Gerace, I. Carusotto, D. Sanvitto, E. Galopin, A. Lemaître, I. Sagnes, J. Bloch & A. Amo. *Acoustic Black Hole in a Stationary Hydrodynamic Flow of Microcavity Polaritons.* Phys. Rev. Lett., vol. 114, page 036402, Jan 2015.

[Nieuwenhuizen 95] Th. M. Nieuwenhuizen & M. C. W. van Rossum. *Intensity Distributions of Waves Transmitted through a Multiple Scattering Medium.* Phys. Rev. Lett., vol. 74, page 2674, 1995.

[Onoda 07] Masaru Onoda, Yshai Avishai & Naoto Nagaosa. *Localization in a Quantum Spin Hall System.* Phys. Rev. Lett., vol. 98, no. February, page 076802, 2007.

[Onofrio 00] R. Onofrio, C. Raman, J. M. Vogels, J. R. Abo-Shaeer, A. P. Chikkatur & W. Ketterle. *Observation of superfluid flow in a*

Bose-Einstein condensate. Phys. Rev. Lett., vol. 85, page 2228, 2000.

[Ortmann 11] F. Ortmann, A. Cresti, G. Montambaux & S. Roche. *Magnetoresistance in disordered graphene : The role of pseudospin and dimensionality effects unraveled*. Europhys. Lett., vol. 94, page 47006, May 2011.

[Orzel 01] C. Orzel, A. K. Tuchman, M. L. Fenselau, M. Yasuda & M. A. Kasevich. *Squeezed States in a Bose-Einstein Condensate*. Science, vol. 291, no. 5512, pages 2386–2389, 2001.

[Öttl 05] A. Öttl, S. Ritter, M. Köhl & T. Esslinger. *Correlations and counting statistics of an atom laser*. Phys. Rev. Lett., vol. 95, page 090404, 2005.

[P. Bouyer 08] J. Billy P. Bouyer, V. Josse, Z. Zuo, A. Bernard, B. Hambrecht, P. Lugan, D. Clément, L. Sanchez-Palencia, & A. Aspect. 2008. "Anderson localization of matter-waves", Proceedings of the XXI International Conference on Atomic Physics.

[Paalanen 83] M. A. Paalanen, T. F. Rosenbaum, G. A. Thomas & R. N. Bhatt. *Critical Scaling of the Conductance in a Disordered Insulator*. Phys. Rev. Lett., vol. 51, no. 20, page 1896, 1983.

[Pal 10] Arijeet Pal & David A. Huse. *Many-body localization phase transition*. Phys. Rev. B, vol. 82, page 174411, Nov 2010.

[Paloviita 97] A. Paloviita, K.-A. Suominen & S. Stenholm. J. Phys. B : At. Mol. Opt. Phys., vol. 30, pages 2623–2633, 1997.

[Palzer 09] Stefan Palzer, Christoph Zipkes, Carlo Sias & Michael Köhl. *Quantum Transport through a Tonks-Girardeau Gas*. Phys. Rev. Lett., vol. 103, page 150601, Oct 2009.

[Pasienski 10] M. Pasienski, D. McKay, M. White & B. DeMarco. *A disordered insulator in an optical lattice*. Nat. Phys., vol. 6, page 677, July 2010.

[Pasquini 06] T. A. Pasquini, M. Saba, G.-B. Jo, Y. Shin, W. Ketterle, D. E. Pritchard, T. A. Savas & N. Mulders. *Low Velocity Quantum Reflection of Bose-Einstein Condensates*. Phys. Rev. Lett., vol. 97, no. 9, page 093201, 2006.

[Paul 05] T. Paul, K. Richter & P. Schlagheck. *Nonlinear Resonant Transport of Bose-Einstein Condensates*. Phys. Rev. Lett., vol. 94, page 020404, 2005.

[Paul 07] T. Paul, P. Schlagheck, P. Leboeuf & N. Pavloff. *Superfluidity versus Anderson Localization in a Dilute Bose Gas*. Phys. Rev. Lett., vol. 98, page 210602, 2007.

[Paul 09] T. Paul, M. Albert, P. Schlagheck, P. Leboeuf & N. Pavloff. *Anderson localization of a weakly interacting one-dimensional Bose gas*. Phys. Rev. A, vol. 80, page 033615, 2009.

[Pavloff 02] N. Pavloff. *Breakdown of superfluidity of an atom laser past an obstacle*. Phys. Rev. A, vol. 66, page 013610, 2002.

[Pepino 09] R. A. Pepino, J. Cooper, D. Z. Anderson & M. J. Holland. *Atomtronic Circuits of Diodes and Transistors*. Phys. Rev. Lett., vol. 103, page 140405, Sep 2009.

[Perrin 11] Hélène Perrin, Pierre Lemonde, Franck Pereira dos Santos, Vincent Josse, Bruno Laburthe Tolra, Frédéric Chevy & Daniel Comparat. *Application of lasers to ultra-cold atoms and molecules*. Comptes Rendus Physique, vol. 12, no. 4, pages 417 – 432, 2011. Quantum Hall Effect and Metrology Effet Hall quantique et m√©*trologie*.

[Pezzé 11] L Pezzé, M Robert-de Saint-Vincent, T Bourdel, J-P Brantut, B Allard, T Plisson, a Aspect, P Bouyer & L Sanchez-Palencia. *Regimes of classical transport of cold gases in a two-dimensional anisotropic disorder.* New Journal of Physics, vol. 13, no. 9, page 095015, September 2011.

[Pichard 90] J.-L. Pichard, M. Sanquer, K. Slevin & P. Debray. *Broken Symmetries and Localization Lengths in Anderson Insulators : Theory and Experiment.* Phys. Rev. Lett., vol. 65, no. 14, page 1812, 1990.

[Pielawa 13] Susanne Pielawa & Ehud Altman. *Numerical evidence for strong randomness scaling at a superfluid-insulator transition of one-dimensional bosons.* Phys. Rev. B, vol. 88, page 224201, Dec 2013.

[Pikovsky 08] A. Pikovsky & D. Shepelyansky. *Destruction of Anderson Localization by a Weak Nonlinearity.* Phys. Rev. Lett., vol. 100, page 094101, Mar 2008.

[Pilati 10] S. Pilati, Stefano Giorgini, Michele Modugno & N. V. Prokof'ev. *Dilute Bose gas with correlated disorder : a path integral Monte Carlo study.* New Journal of Physics, vol. 12, no. 7, page 073003, July 2010.

[Piraud 11] M. Piraud, P. Lugan, P. Bouyer, A. Aspect & L. Sanchez-Palencia. *Localization of a matter wave packet in a disordered potential.* Phys. Rev. A, vol. 83, page 031603, Mar 2011.

[Piraud 12a] Marie Piraud. *Anderson localization of matter waves in correlated disorder : from 1D to 3D.* Theses, Université Paris Sud - Paris XI, December 2012.

[Piraud 12b] Marie Piraud, Alain Aspect & Laurent Sanchez-Palencia. *Anderson localization of matter waves in tailored disordered potentials.* Phys. Rev. A, vol. 85, page 063611, Jun 2012.

[Piraud 12c] Marie Piraud, Luca Pezzé & Laurent Sanchez-Palencia. *Matter wave transport and Anderson localization in anisotropic three-dimensional disorder.* Europhys. Lett., vol. 99, page 50003, September 2012.

[Piraud 13] M. Piraud, L. Pezzé & L. Sanchez-Palencia. *Quantum transport of atomic matter waves in anisotropic two-dimensional and three-dimensional disorder.* New J. Phys., vol. 15, page 075007, July 2013.

[Piraud 14] Marie Piraud, Laurent Sanchez-Palencia & Bart van Tiggelen. *Anderson localization of matter waves in three-dimensional anisotropic disordered potentials.* Phys. Rev. A, vol. 90, page 063639, Dec 2014.

[Plisson 13] T. Plisson, T. Bourdel & C. A. Müller. *Momentum isotropisation in random potentials.* Eur. Phys. J. Special Topics, vol. 217, no. 1, pages 79–84, 2013.

[Polkovnikov 11] Anatoli Polkovnikov, Krishnendu Sengupta, Alessandro Silva & Mukund Vengalattore. *Colloquium : Nonequilibrium dynamics of closed interacting quantum systems.* Reviews of Modern Physics, vol. 83, page 863, August 2011.

[Pollet 09] L. Pollet, N. Prokof'ev, B. Svistunov & M. Troyer. *Absence of a Direct Superfluid to Mott Insulator Transition in Disordered Bose Systems.* Phys. Rev. Lett., vol. 103, page 140402, September 2009.

[Pollet 14] Lode Pollet, Nikolay V. Prokof'ev & Boris V. Svistunov. *Asymptotically exact scenario of strong-disorder criticality in one-dimensional superfluids.* Phys. Rev. B, vol. 89, page 054204, Feb 2014.

[Popoff 10] Sebastien Popoff, Geoffroy Lerosey, Mathias Fink, Albert Claude Boccara & Sylvain Gigan. *Image transmission through an opaque material.* Nat. Commun., vol. 1, page 81, 2010.

[Power 12] E. Power, L. George, B. Vanderelzen, P. Herrera-Fierro, R. Murphy, S. M. Yalisove & G. Raithel. *Design and Fabrication of a Chip-based Continuous-wave Atom Laser.* preprint arXiv :1202.0479, 2012.

[Pratesi 13] Filippo Pratesi, Matteo Burresi, Francesco Riboli, Kevin Vynck & Diederik S. Wiersma. *Disordered photonic structures for light harvesting in solar cells.* Opt. Express, vol. 21, no. S3, pages A460–A468, May 2013.

[Pruisken 88] A. M. M. Pruisken. *Universal singularities in the integral quantum Hall effect.* Phys. Rev. Lett., vol. 61, page 1297, September 1988.

[Pupillo 10] G. Pupillo, A. Micheli, M. Boninsegni, I. Lesanovsky & P. Zoller. *Strongly Correlated Gases of Rydberg-Dressed Atoms : Quantum and Classical Dynamics.* Physical Review Letters, vol. 104, page 223002, June 2010.

[Raman 99] C. Raman, M. Köhl, R. Onofrio, D. S. Durfee, C. E. Kuklewicz, Z. Hadzibabic & W. Ketterle. *Evidence for a critical velocity in a Bose-Einstein condensed gas.* Phys. Rev. Lett., vol. 83, page 2502, 1999.

[Ramanathan 11] A. Ramanathan, K. C. Wright, S. R. Muniz, M. Zelan, W. T. Hill, C. J. Lobb, K. Helmerson, W. D. Phillips & G. K. Campbell. *Superflow in a Toroidal Bose-Einstein Condensate : An Atom Circuit with a Tunable Weak Link.* Phys. Rev. Lett., vol. 106, page 130401, Mar 2011.

[Redding 12] Brandon Redding, Michael A. Choma & Hui Cao. *Speckle-free laser imaging using random laser illumination.* Nat. Photon., vol. 6, page 355, 2012.

[Reeves 14] J B Reeves, B Gadway, T Bergeman, I Danshita & D Schneble. *Superfluid Bloch dynamics in an incommensurate optical lattice.* New Journal of Physics, vol. 16, no. 6, page 065011, 2014.

[Reppy 92] John D Reppy. *Superfluid helium in porous media.* Journal of Low Temperature Physics, vol. 87, no. 3, page 205, 1992.

[Riou 06] J.-F. Riou, W. Guerin, Y. Le Coq, M. Fauquembergue, V. Josse, P. Bouyer & A. Aspect. *Beam Quality of a Nonideal Atom Laser.* Phys. Rev. Lett., vol. 96, page 070404, Feb 2006.

[Riou 08] J.-F. Riou, Y. Le Coq, F. Impens, W. Guerin, C. J. Bordé, A. Aspect & P. Bouyer. *Theoretical tools for atom-laser-beam propagation.* Phys. Rev. A, vol. 77, page 033630, Mar 2008.

[Ristivojevic 12] Zoran Ristivojevic, Aleksandra Petković, Pierre Le Doussal & Thierry Giamarchi. *Phase Transition of Interacting Disordered Bosons in One Dimension.* Phys. Rev. Lett., vol. 109, page 026402, Jul 2012.

[Ristivojevic 14] Zoran Ristivojevic, Aleksandra Petković, Pierre Le Doussal & Thierry Giamarchi. *Superfluid/Bose-glass transition in one dimension.* Phys. Rev. B, vol. 90, page 125144, Sep 2014.

[Roati 04] G. Roati, E. de Mirandes, F. Ferlaino, H. Ott, G. Modugno & M. Inguscio. *Atom Interferometry with Trapped Fermi Gases.* Phys. Rev. Lett., vol. 92, page 230402, Jun 2004.

[Roati 08] G. Roati, C. D'Errico, L. Fallani, M. Fattori, C. Fort, M. Zaccanti, G. Modugno, M. Modugno & M. Inguscio. *Anderson localization of a non-interacting Bose-Einstein condensate.* Nature, vol. 453, page 895, June 2008.

[Robert-de Saint-Vincent 10] M. Robert-de Saint-Vincent, J.-P. Brantut, B. Allard, T. Plisson, L. Pezzé, L. Sanchez-Palencia, A. Aspect, T. Bourdel & P. Bouyer. *Anisotropic 2D Diffusive Expansion of Ultracold Atoms in a Disordered Potential.* Phys. Rev. Lett., vol. 104, page 220602, June 2010.

[Robins 05] N.P. Robins, A. K. Morrison, J.J. Hope & J. D. Close. *Limits to the flux of a continuous atom laser.* Phys. Rev. A, vol. 72, page 031606, 2005.

[Robins 06] N. P. Robins, C. Figl, S. A. Haine, A. K. Morrison, M. Jeppesen, J. J. Hope & J. D. Close. *Achieving Peak Brightness in an Atom Laser.* Phys. Rev. Lett., vol. 96, page 140403, 2006.

[Robins 08] Nicholas P. Robins, Cristina Figl, Matthew Jeppesen, Graham R. Dennis & John D. Close. *A pumped atom laser.* Nat. Phys., vol. 4, page 731, 2008.

[Robins 13] N.P. Robins, P.A. Altin, J.E. Debs & J.D. Close. *Atom lasers : Production, properties and prospects for precision inertial measurement.* Physics Reports, vol. 529, no. 3, page 265, 2013.

[Rodriguez 09] A. Rodriguez, L. Vasquez & R. Römer. *Multifractal Analysis with the Probability Density Function at the Three-Dimensional Anderson Transition.* Phys. Rev. Lett., vol. 102, page 106406, March 2009.

[Rodriguez 10] A. Rodriguez, L. J. Vasquez, K. Slevin & R. A. Römer. *Critical Parameters from a Generalized Multifractal Analysis at the Anderson Transition.* Phys. Rev. Lett., vol. 105, page 046403, July 2010.

[Rolston 02] S. L. Rolston & W. D. Phillips. *Nonlinear and quantum atom optics.* Nature, vol. 416, page 219, 2002.

[Roscilde 08] Tommaso Roscilde. *Bosons in one-dimensional incommensurate superlattices.* Physical Review A, vol. 77, no. 6, page 063605, June 2008.

[Rosenbaum 80] T. F. Rosenbaum, K. Andres, G. A. Thomas & R. N. Bhatt. *Sharp Metal-Insulator Transition in a Random Solid.* Phys. Rev. Lett., vol. 45, no. 21, page 1723, 1980.

[Rosenbaum 94] T F Rosenbaum, G A Thomas & M A Paalanen. *Critical Behavior of Si :P at the Metal Insulator Transition.* Phys. Rev. Lett., vol. 72, no. 13, page 2121, 1994.

[Roux 08] G. Roux, T. Barthel, I. McCulloch, C. Kollath, U. Schollwöck & T. Giamarchi. *Quasiperiodic Bose-Hubbard model and localization in one-dimensional cold atomic gases.* Physical Review A, vol. 78, page 023628, August 2008.

[Ryu 13] C. Ryu, P. W. Blackburn, A. A. Blinova & M. G. Boshier. *Experimental Realization of Josephson Junctions for an Atom SQUID.* Phys. Rev. Lett., vol. 111, page 205301, Nov 2013.

[Sacépé 11] B. Sacépé, T. Dubouchet, C. Chapelier, M. Sanquer, M.z Ovadia, D. Shahar, M. Feigel,Äôman & L. Ioffe. *Localization of preformed Cooper pairs in disordered superconductors.* Nat. Phys., vol. 7, page 239, January 2011.

[Sackett 06] C. A. Sackett. *Limits on weak magnetic confinement of neutral atoms.* Physical Review A, vol. 73, no. 1, page 013626, January 2006.

[Sanchez-Palencia 07] L. Sanchez-Palencia, D. Clément, P. Lugan, P. Bouyer, G. Shlyapnikov & A. Aspect. *Anderson Localization of Expanding Bose-Einstein Condensates in Random Potentials.* Phys. Rev. Lett., vol. 98, page 210401, May 2007.

[Sanchez-Palencia 10] L. Sanchez-Palencia & M. Lewenstein. *Disordered quantum gases under control.* Nat. Phys., vol. 6, page 87, February 2010.

[Sapienza 10] L. Sapienza, H. Thyrrestrup, S. Stobbe, P. D. Garcia, S. Smolka & P. Lodahl. *Cavity Quantum Electrodynamics with Anderson-Localized Modes.* Science, vol. 327, page 1352, 2010.

[Savalli 02] V. Savalli, D. Stevens, J. Estève, P. D. Featonby, V. Josse, N. Westbrook, C. I. Westbrook & A. Aspect. *Specular Reflection of Matter Waves from a Rough Mirror.* Phys. Rev. Lett., vol. 88, page 250404, Jun 2002.

[Scheffold 99] F. Scheffold, R. Lenke, R. Tweer & G. Maret. *Localization or classical diffusion of light ?* Nature, vol. 398, page 206, 1999.

[Scheffold 13] F. Scheffold & D. S. Wiersma. *Inelastic scattering puts in question recent claims of Anderson localization of light.* Nat. Photon., vol. 7, page 934, 2013.

[Schellekens 05] M. Schellekens, R. Hoppeler, A. Perrin, J. Viana Gomes, D. Boiron, A. Aspect & C. I. Westbrook. *Hanbury Brown Twiss Effect for Ultracold Quantum Gases.* Science, vol. 310, no. 5748, pages 648–651, 2005.

[Schirotzek 09] André Schirotzek, Cheng-Hsun Wu, Ariel Sommer & Martin W. Zwierlein. *Observation of Fermi Polarons in a Tunable Fermi Liquid of Ultracold Atoms.* Phys. Rev. Lett., vol. 102, page 230402, Jun 2009.

[Schreiber 15] M. Schreiber, Sean S. Hodgman, Pranjal Bordia, Henrik P. Lüschen, Mark H. Fischer, Ronen Vosk, Ehud Altman, Ulrich Schneider & Immanuel Bloch. *Observation of many-body localization of interacting fermions in a quasi-random optical lattice.* preprint arXiv :1501.05661, 2015.

[Schulte 05] T. Schulte, S. Drenkelforth, J. Kruse, W. Ertmer, J. Arlt, K. Sacha, J. Zakrzewski & M. Lewenstein. *Routes Towards Anderson-Like Localization of Bose-Einstein Condensates in Disordered Optical Lattices.* Phys. Rev. Lett, vol. 95, page 170411, 2005.

[Schuurmans 99] F. J. P. Schuurmans, M. Megens, D. Vanmaekelbergh & A. Lagendijk. *Light Scattering near the Localization Transition in Macroporous GaP Networks.* Phys. Rev. Lett., vol. 83, page 2183, 1999.

[Schwartz 07] T. Schwartz, G. Bartal, S. Fishman & M. Segev. *Transport and Anderson localization in disordered two-dimensional photonic lattices.* Nature, vol. 446, page 52, 2007.

[Segev 13] M. Segev, Y. Silberberg & D. N. Christodoulides. *Anderson localization of light.* Nat. Photon., vol. 7, no. March, page 197, 2013.

[Sellier 11] H Sellier, B Hackens, M G Pala, F Martins, S Baltazar, X Wallart, L Desplanque, V Bayot & S Huant. *On the imaging of electron transport in semiconductor quantum structures by scanning-gate microscopy : successes and limitations.* Semiconductor Science and Technology, vol. 26, no. 6, page 064008, June 2011.

[Semeghini 14] G. Semeghini, M. Landini, P. Castilho, S. Roy, G. Spagnolli, A. Trenkwalder, M. Fattori, M. Inguscio & G. Modugno. *Measurement of the mobility edge for 3D Anderson localization.* preprint arXiv :1404.3528, 2014.

[Serbyn 13] Maksym Serbyn, Z. Papić & Dmitry A. Abanin. *Local Conservation Laws and the Structure of the Many-Body Localized States.* Phys. Rev. Lett., vol. 111, page 127201, Sep 2013.

[Shapiro 87] B. Shapiro. *Scaling properties of probability distributions in disordered systems.* Phil. Mag. B, vol. 56, page 1031, 1987.

[Shapiro 07] B. Shapiro. *Expansion of a Bose-Einstein Condensate in the Presence of Disorder.* Phys. Rev. Lett., vol. 99, page 060602, August 2007.

[Shapiro 12] B. Shapiro. *Cold atoms in the presence of disorder.* J. Phys. A : Math. Theor., vol. 45, page 143001, April 2012.

[Sharvin 81] D. Yu. Sharvin & Yu. V. Sharvin. *Magnetic flux quantization in a cylindrical film of a normal metal.* JETP Lett., vol. 34, no. 5, pages 272–275, 1981.

[Shklovskii 08] B. I. Shklovskii. *Superfluid-insulator transition in Dirty ultracold Fermi gas.* Semiconductors, vol. 42, no. 8, page 909, August 2008.

[Shlimak 96] I. Shlimak, M. Kaveh, R. Ussyshkin, V. Ginodman & L. Resnick. *Determination of the Critical Conductivity Exponent for the Metal-Insulator Transition at Nonzero Temperatures : Universality of the Transition.* Phys. Rev. Lett., vol. 77, no. 6, page 1103, August 1996.

[Simula 05] T. P. Simula, P. Engels, I. Coddington, V. Schweikhard, E. A. Cornell & R. J. Ballagh. *Observations on Sound Propagation in Rapidly Rotating Bose-Einstein Condensates.* Phys. Rev. Lett., vol. 94, page 080404, Mar 2005.

[Skipetrov 06] S. E. Skipetrov & B. A. van Tiggelen. *Dynamics of Anderson Localization in Open 3D Media.* Phys. Rev. Lett., vol. 96, page 043902, 2006.

[Skipetrov 08] Sergey E Skipetrov, A. Minguzzi, Bart A. van Tiggelen & Boris Shapiro. *Anderson Localization of a Bose-Einstein Condensate in a 3D Random Potential.* Physical Review Letters, vol. 100, no. 16, page 165301, April 2008.

[Skokos 13] Ch. Skokos, I. Gkolias & S. Flach. *Nonequilibrium Chaos of Disordered Nonlinear Waves.* Phys. Rev. Lett., vol. 111, page 064101, Aug 2013.

[Slevin 09] K. Slevin & T. Ohtsuki. *Critical exponent for the quantum Hall transition.* Phys. Rev. B, vol. 80, page 041304, July 2009.

[Slevin 14] Keith Slevin & Tomi Ohtsuki. *Critical exponent for the Anderson transition in the three-dimensional orthogonal universality class.* New J. Phys., vol. 16, page 015012, January 2014.

[Söyler 11] Ş. G. Söyler, M. Kiselev, N. V. Prokof'ev & B. V. Svistunov. *Phase Diagram of the Commensurate Two-Dimensional Disordered Bose-Hubbard Model.* Phys. Rev. Lett., vol. 107, page 185301, Oct 2011.

[Sperling 13] T. Sperling, W. Bührer, C. M. Aegerter & G. Maret. *Direct determination of the transition to localization of light in three dimensions.* Nat. Photon., vol. 7, page 48, 2013.

[Spethmann 12] Nicolas Spethmann, Farina Kindermann, Shincy John, Claudia Weber, Dieter Meschede & Artur Widera. *Dynamics of Single Neutral Impurity Atoms Immersed in an Ultracold Gas.* Phys. Rev. Lett., vol. 109, page 235301, Dec 2012.

[Stadler 12] D. Stadler, S. Krinner, J. Meineke, J.-P. Brantut & T. Esslinger. *Observing the drop of resistance in the flow of a superfluid Fermi gas.* Nature, vol. 491, page 736, November 2012.

[Steinhauer 14] Jeff Steinhauer. *Observation of self-amplifying Hawking radiation in an analogue black-hole laser.* Nat. Phys., vol. 10, page 864, 2014.

[Stellmer 13] Simon Stellmer, Benjamin Pasquiou, Rudolf Grimm & Florian Schreck. *Laser Cooling to Quantum Degeneracy.* Phys. Rev. Lett., vol. 110, page 263003, Jun 2013.

[Stenholm 97] S. Stenholm & A. Paloviita. J. Mod. Opt., vol. 44, pages 2533–2550, 1997.

[Störzer 06] M. Störzer, P. Gross, C. M. Aegerter & G. Maret. *Observation of the Critical Regime Near Anderson Localization of Light.* Phys. Rev. Lett., vol. 96, page 063904, 2006.

[Stuhl 15] B. K. Stuhl, H.-I Lu, L. M. Aycock, D. Genkina & I. B. Spielman. *Visualizing edge states with an atomic Bose gas in the quantum Hall regime.* preprint arXiv :1502.02496, 2015.

[Stupp 93] H. Stupp, M. Hornung, M. Lakner, O. Madel & H. V. Löhneysen. *Possible solution of the conductivity exponent puzzle for the metal-insulator transition in heavily doped uncompensated semiconductors.* Phys. Rev. Lett., vol. 71, no. 16, page 2634, 1993.

[Suzuura 02] H. Suzuura & T. Ando. *Crossover from Symplectic to Orthogonal Class in a Two-Dimensional Honeycomb Lattice.* Phys. Rev. Lett., vol. 89, page 266603, December 2002.

[Tanzi 13] Luca Tanzi, Eleonora Lucioni, Saptarishi Chaudhuri, Lorenzo Gori, Avinash Kumar, Chiara D,ÄôErrico, Massimo Inguscio & Giovanni Modugno. *Transport of a Bose Gas in 1D Disordered Lattices at the Fluid-Insulator Transition.* Physical Review Letters, vol. 111, no. 11, page 115301, September 2013.

[Tarruell 12] Leticia Tarruell, Daniel Greif, Thomas Uehlinger, Gregor Jotzu & Tilman Esslinger. *Creating, moving and merging Dirac points with a Fermi gas in a tunable honeycomb lattice.* Nature, vol. 483, page 302, 2012.

[Tawel 86] R. Tawel & K. Canter. *Observation of a Positron Mobility Threshold in Gaseous Helium.* Phys. Rev. Lett., vol. 56, pages 2322–2325, May 1986.

[Tikhonenko 08] F. V. Tikhonenko, D. W. Horsell, R. V. Gorbachev & a. K. Savchenko. *Weak Localization in Graphene Flakes.* Physical Review Letters, vol. 100, no. 5, page 056802, February 2008.

[Tikhonenko 09] F. V. Tikhonenko, A. A. Kozikov, A. K. Savchenko & R. V. Gorbachev. *Transition between Electron Localization and Antilocalization in Graphene.* Phys. Rev. Lett., vol. 103, no. 22, page 226801, November 2009.

[Tourin 97] Arnaud Tourin, Arnaud Derode, Philippe Roux, Bart van Tiggelen & Mathias Fink. *Time-Dependent Coherent Backscattering of Acoustic Waves.* Physical Review Letters, vol. 79, no. 19, page 3637, November 1997.

[Towers 13] J. Towers, S. C. Cormack & D. A. W. Hutchinson. *Simulation of the magnetoresistance of ultracold atomic Bose gases in bichromatic lattices.* Phys. Rev. A, vol. 88, page 043625, Oct 2013.

[Trappe 14] M. I. Trappe, D. Delande & C. A. Müller. *Semiclassical spectral function for matter waves in random potentials.* preprint arXiv :1411.2412, 2014.

[Uren 80] M J Uren, R A Davies & M Pepper. *The observation of interaction and localisation effects in a two-dimensional electron gas at low temperatures.* Journal of Physics C : Solid State Physics, vol. 13, no. 33, page L985, 1980.

[van Albada 85] M. P. van Albada & A. Lagendijk. *Observation of Weak Localization of Light in a Random Medium.* Phys. Rev. Lett, vol. 55, page 2692, 1985.

[van der Zant 96] H. S. J. van der Zant, W. J. Elion, L. J. Geerligs & J. E. Mooij. *Quantum phase transitions in two dimensions : Experiments in Josephson-junction arrays.* Phys. Rev. B, vol. 54, no. 14, page 10081, 1996.

[van Tiggelen 98] Bart A van Tiggelen & Roger Maynard. *Reciprocity and coherent backscattering of light.* In Wave Propagation in Complex Media, pages 247–271. Springer New York, 1998.

[van Tiggelen 99] B. A. van Tiggelen. *Localization of Waves.* In J.-P. Fouque, editeur, Diffusive Waves in Complex Media, page 459. Kluwer Academic Publishers, 1999.

[van Tiggelen 00] B. A. van Tiggelen, A. Lagendijk & D. S. Wiersma. *Reflection and Transmission of Waves near the Localization Threshold.* Phys. Rev. Lett., vol. 84, page 4333, 2000.

[Volchkov 13] V V Volchkov, J Rührig, T Pfau & A Griesmaier. *Sisyphus cooling in a contsinuously loaded trap.* New Journal of Physics, vol. 15, no. 9, page 093012, 2013.

[Vollhardt 80] D. Vollhardt & P. Wölfle. *Anderson Localization in $d \leq 2$ Dimensions : A Self-Consistent Diagrammatic Theory.* Phys. Rev. Lett., vol. 45, pages 842–846, Sep 1980.

[Vollhardt 82] D. Vollhardt & P. Wölfle. *Scaling Equations from a Self-Consistent Theory of Anderson Localization.* Phys. Rev. Lett., vol. 48, pages 699–702, Mar 1982.

[Volz 03] Thomas Volz, Stephan Dürr, Sebastian Ernst, Andreas Marte & Gerhard Rempe. *Characterization of elastic scattering near a Feshbach resonance in* ^{87}Rb. Phys. Rev. A, vol. 68, page 010702, Jul 2003.

[Vreeker 88] R. Vreeker, Meint P. van Albada, R. Sprik & Ad Lagendijk. *Femtosecond time-resolved measurements of weak localization of light.* Physics Letters A, vol. 132, no. 1, page 51, 1988.

[Watanabe 09] Gentaro Watanabe, F. Dalfovo, F. Piazza, L. P. Pitaevskii & S. Stringari. *Critical velocity of superfluid flow through single-barrier and periodic potentials.* Phys. Rev. A, vol. 80, page 053602, Nov 2009.

[Watson 69] Kenneth M. Watson. *Multiple Scattering of Electromagnetic Waves in an Underdense Plasma.* Journal of Mathematical Physics, vol. 10, page 688, 1969.

[Weaver 90] R. L. Weaver. *Anderson localization of ultrasound.* Wave Motion, vol. 12, page 129, 1990.

[Weaver 93] R. L. Weaver. *Anomalous diffusivity and localization of classical waves in disordered media : The effect of dissipation.* Phys. Rev. B, vol. 47, page 1077, 1993.

[Wei 88] H. Wei, D. Tsui, M. Paalanen & A. Pruisken. *Experiments on Delocalization and University in the Integral Quantum Hall Effect.* Phys. Rev. Lett., vol. 61, pages 1294–1296, Sep 1988.

[White 09] M. White, M. Pasienski, D. McKay, S. Q. Zhou, D. Ceperley & B. DeMarco. *Strongly Interacting Bosons in a Disordered Optical Lattice.* Physical Review Letters, vol. 102, no. 5, pages 1–4, February 2009.

[Wiersma 95] Diederik S. Wiersma, Meint P. Van Albada, Bart A. van Tiggelen & Ad Lagendijk. *Experimental Evidence for Recurrent Multiple Scattering Events of Light in Disordered Media.* Phys. Rev. Lett, vol. 74, page 4193, 1995.

[Wiersma 97] D. S. Wiersma, Paolo Bartolini, A Lagendijk & Roberto Righini. *Localization of light in a disordered medium.* Nature, vol. 390, no. 6661, page 671, 1997.

[Wiersma 13] Diederik S. Wiersma. *Disordered photonics.* Nat. Photon., vol. 7, page 188, 2013.

[Wolf 85] P.-E. Wolf & G. Maret. *Weak Localization and Coherent Backscattering of Photons in Disordered Media.* Phys. Rev. Lett., vol. 55, page 2696, 1985.

[Wölfle 84] P. Wölfle & R. N. Bhatt. *Electron localization in anisotropic systems.* Phys. Rev. B, vol. 30, pages 3542–3544, Sep 1984.

[Wooters 82] WK Wooters & WK Zurek. *Quantum no-cloning theorem.* Nature, vol. 299, page 802, 1982.

[Wu 12] Yuh-Renn Wu, Ravi Shivaraman, Kuang-Chung Wang & James S. Speck. *Analyzing the physical properties of InGaN multiple quantum well light emitting diodes from nano scale structure.* Applied Physics Letters, vol. 101, no. 8, pages –, 2012.

[Ye 92] L. Ye, G. Cody, M. Zhou, P. Sheng & A. N. Norris. *Observation of bending wave localization and quasi mobility edge in two dimensions.* Phys. Rev. Lett., vol. 69, no. 21, page 3080, November 1992.

[Yedjour 10] A. Yedjour & Bart A. van Tiggelen. *Diffusion and localization of cold atoms in 3D optical speckle.* The European Physical Journal D, vol. 59, no. 2, page 249, June 2010.

[Yu 12] Rong Yu, Liang Yin, Neil S. Sullivan, J. S. Xia, Chao Huan, Armando Paduan-Filho, Nei F. Oliveira Jr, Stephan Haas, Alexander Steppke, Corneliu F. Miclea, Franziska Weickert, Roman Movshovich, Eun-Deok Mun, Brian L. Scott, Vivien S. Zapf & Tommaso Roscilde. *Bose glass and Mott glass of quasiparticles in a doped quantum magnet.* Nature, vol. 489, page 379, 2012.

[Zakrzewski 09] Jakub Zakrzewski & Dominique Delande. *Breakdown of adiabaticity when loading ultracold atoms in optical lattices.* Physical Review A, vol. 80, page 013602, July 2009.

[Zhang 90] Z-Q Zhang, Q-J Chu, W Xue & P Sheng. *Anderson localization in anisotropic random media.* Physical review. B, vol. 42, page 4613, September 1990.

[Zimmermann 09] Roland Zimmermann & Christoph Schindler. *Coherent potential approximation for spatially correlated disorder.* Physical Review B, vol. 80, page 144202, October 2009.

[Zobay 04] O. Zobay & B. M. Garraway. *Atom trapping and two-dimensional Bose-Einstein condensates in field-induced adiabatic potentials.* Phys. Rev. A, vol. 69, page 023605, Feb 2004.

Annexe A

Articles liés au laser à atomes guidé

Guided Quasicontinuous Atom Laser

W. Guerin,* J.-F. Riou, J. P. Gaebler,† V. Josse, P. Bouyer, and A. Aspect

Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique, CNRS et Université Paris Sud 11, Campus Polytechnique, RD 128, 91127 Palaiseau, France

(Received 12 July 2006; published 13 November 2006)

We report the first realization of a guided quasicontinuous atom laser by rf outcoupling a Bose-Einstein condensate from a hybrid optomagnetic trap into a horizontal atomic waveguide. This configuration allows us to cancel the acceleration due to gravity and keep the de Broglie wavelength constant at 0.5 μm during 0.1 s of propagation. We also show that our configuration, equivalent to pigtailing an optical fiber to a (photon) semiconductor laser, ensures an intrinsically good transverse mode matching.

DOI: 10.1103/PhysRevLett.97.200402 PACS numbers: 03.75.Pp, 39.20.+q, 41.85.Ew, 42.60.Jf

The Bose-Einstein condensation of atoms in the lowest level of a trap represents the matter-wave analog to the accumulation of photons in a single mode of a laser cavity. In analogy to photonic lasers, atom lasers can be obtained by outcoupling from a trapped Bose-Einstein condensate (BEC) to free space [1–3]. However, since atoms are massive particles, gravity plays an important role in the laser properties: in the case of rf outcouplers, it lies at the very heart of the extraction process [4] and in general, the beam is strongly accelerated downwards, causing a rapid decrease of the de Broglie wavelength. With the growing interest in coherent atom sources for atom interferometry [5–7] and new studies of quantum transport phenomena [8–14] where large and well-defined de Broglie wavelengths are desirable, a better control of the atomic motion during its propagation is needed. One solution is to couple the atom laser into a horizontal waveguide, so that the effect of gravity is canceled, leading to the realization of a coherent matter wave with constant wavelength.

We report in this Letter on the realization of such a guided quasicontinuous atom laser, where the coherent source, i.e., the trapped BEC, and the guide are *merged* together in a hybrid combination of a magnetic Ioffe-Pritchard trap and a horizontally elongated far off-resonance optical trap constituting an atomic waveguide (see Fig. 1). The BEC, in a state sensitive to both trapping potentials, is submitted to a rf outcoupler yielding atoms in a state sensitive only to the optical potential, resulting in an atom laser propagating along the weak confining axis of the optical trap. In addition to canceling the effect of gravity, this configuration has several advantages. First, coupling into a guide from a BEC rather than from a thermal sample [15] allows us to couple a significant flux into a small number of transverse modes of the guide. Second, the weak longitudinal trapping potential of the guide can be compensated by the antitrapping potential due to the second order Zeeman effect acting onto the outcoupled atoms, resulting in an atom laser with a quasi-constant de Broglie wavelength. Third, using an rf outcoupler rather than releasing a BEC into a guide [14,16] results into quasicontinuous operation, thus insuring sharp linewidth, and gives a better control on the beam parameters. Indeed, changing the frequency of the outcoupler allows one to *tune* the value of the de Broglie wavelength of the atom laser, and adjusting the rf coupler power allows one to independently vary the atom-laser density from the interacting regime to the noninteracting one [17]. In particular, those advantages open new prospects for studying quantum transport phenomena, as, for instance, quantum reflection [18], where interactions dramatically suppress the reflection probability [19]. Finally, in spite of the lensing effect due to the interaction of the atom laser with the trapped BEC [3,20], adiabatic transverse mode matching results into the excitation of only a small number of transverse modes, and we discuss the possibility of achieving single transverse mode operation.

Our setup [21] produces magnetically trapped cold clouds of ^{87}Rb in the $|F, m_F\rangle = |1, -1\rangle$ state. After evaporative cooling to 1 μK, an optical guide produced by 120 mW of Nd:YAG laser ($\lambda = 1064$ nm) focused on a waist of 30 μm is superimposed along the z direction and after a final evaporation ramp of 6 s [22], Bose-Einstein condensation is directly obtained in the optomagnetic trap. We estimate the condensed fraction to 80% ($T \approx 0.4T_c \approx$ 150 nK) with 10^5 atoms in the BEC. In this hybrid trap, the

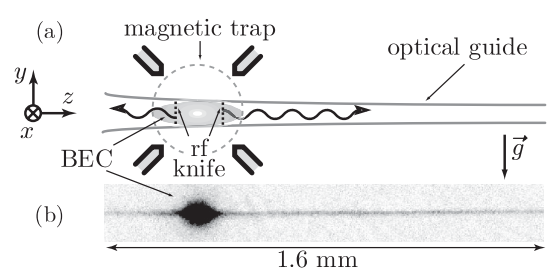

FIG. 1. (a) Setup. The BEC is produced at the intersection of a magnetic trap and a horizontal elongated optical trap acting as a waveguide for the atom laser. A "rf knife" provides outcoupling into the waveguide and an atom laser is emitted on both sides. (b) Absorption image (along x) of a guided atom laser after 100 ms of outcoupling.

 © 2006 The American Physical Society

optical guide ensures a tight transverse confinement, with oscillation frequencies $\omega_{x,y}/2\pi = \omega_\perp/2\pi = 360$ Hz, large compared to those of the magnetic trap ($\omega_x^m/2\pi = 8$ Hz and $\omega_y^m/2\pi = 35$ Hz). In contrast, the confinement along the z axis is due to the shallow magnetic trap with an oscillation frequency $\omega_z^m/2\pi = 35$ Hz. The chemical potential is then $\mu_{\rm BEC}/h \simeq 3.2$ kHz and the Thomas-Fermi radii are $R_z = 25\ \mu$m and $R_\perp = 2.4\ \mu$m. The guided atom laser is obtained by rf-induced magnetic transition [2] between the $|1, -1\rangle$ state and the $|1, 0\rangle$ state, which is submitted to the same transverse confinement due to the optical guide, but is not sensitive (at first order) to the magnetic trapping. We thus obtain a guided coherent matter wave propagating along the optical guide [Fig. 1(b)]. This configuration, where the optical guide dominates the transverse trapping of both the source BEC and the atom laser, enables to collect the outcoupled atoms into the guide with 100% efficiency.

As explained below, the propagation of the guided atom laser, after leaving the region of interaction with the remaining BEC, is dominated by a potential $V_{\rm guide}(z)$ resulting from the repulsive second order Zeeman effect $V_{\rm ZQ}(z) = -m\omega_{\rm ZQ}^2(z - z_m)^2/2$ and the weakly trapping optical potential $V_{\rm op}(z) = m\omega_{\rm op}^2(z - z_0)^2/2$, where z_m and z_0 are, respectively, the magnetic and optical trap centers relative to the BEC center [23]. For our parameters the curvatures of $V_{\rm ZQ}(z)$ and $V_{\rm op}(z)$ cancel each other ($\omega_{\rm op}/2\pi \simeq \omega_{\rm ZQ}/2\pi = 2$ Hz), so that $V_{\rm guide}(z)$ is nearly linear, with a slope corresponding to an acceleration $a_{\rm guide} = \omega_{\rm op}^2 z_0$, several orders of magnitude smaller than gravity [Fig. 2]. Then the atom-laser velocity remains almost constant at $v = 9\ {\rm mm\cdot s^{-1}}$, corresponding to a de Broglie wavelength $\lambda_{\rm db} = h/mv$ of 0.5 μm.

Besides its de Broglie wavelength, an atom laser is characterized by its flux. In quasicontinuous rf outcoupling and in the weak coupling regime [4,24], this flux can be controlled by adjusting the rf power. We work at a flux $\mathcal{F} = 5\times 10^5\ {\rm at\cdot s^{-1}}$ which is appropriate for efficient absorption imaging of the atom laser. The dimensionless parameter $n_{\rm 1D}a_s$ characterizing the interactions [25] is about 0.25. In this expression, $a_s = 5.3$ nm is the (3D) atomic scattering length and $n_{\rm 1D}$ is the linear density ($n_{\rm 1D} = \mathcal{F}/v \simeq 45\ {\rm at\cdot \mu m^{-1}}$ at $v = 9\ {\rm mm\cdot s^{-1}}$). For $n_{\rm 1D}a_s < 1$ we are in the "1D mean-field" regime [26], where the mean-field intralaser interaction may influence the longitudinal dynamics but not the transverse one.

Our modeling of the dynamics of the guided atom laser is based on the formalism used in [25]. The strong transverse confinement allows us to assume that the quantized transverse dynamics adiabatically follows the slowly varying transverse potential as the laser propagates along the z axis. In this "quasi-1D regime", the laser wave function takes the form

$$\Psi(\vec{r}, t) = \phi(z, t)\psi_\perp(\vec{r}_\perp, z), \tag{1}$$

with the normalization $\int |\psi_\perp|^2 d\vec{r}_\perp = 1$ so that the linear density is $n_{\rm 1D} = \int |\Psi|^2 d\vec{r}_\perp = |\phi(z, t)|^2$. In the following we will assume that $\psi_\perp(\vec{r}_\perp, z)$ is the ground state of the local transverse potential including the mean-field interaction due to the BEC, so that it matches perfectly the BEC transverse shape in the overlap region and evolves smoothly to a Gaussian afterwards. The longitudinal dynamics can then be described in terms of hydrodynamical equations, bearing on $n_{\rm 1D}$ and the phase velocity $v = \hbar\nabla\mathcal{S}/m$ such that $\phi = \sqrt{n_{\rm 1D}}e^{i\mathcal{S}}$. In the stationary regime, for an atom laser of energy $E_{\rm AL}$, these equations reduce to the atomic flux and energy conservations:

$$n_{\rm 1D}(z)v(z) = \mathcal{F}, \tag{2}$$

$$\tfrac{1}{2}mv(z)^2 + V_{\rm guide}(z) + \mu(z) = E_{\rm AL}. \tag{3}$$

The quantity $\mu(z)$ is an effective local chemical potential which takes into account both intralaser interaction and transverse confinement [25]. Inside the BEC, $\mu(z)$ is dominated by the interaction with the trapped BEC and we can

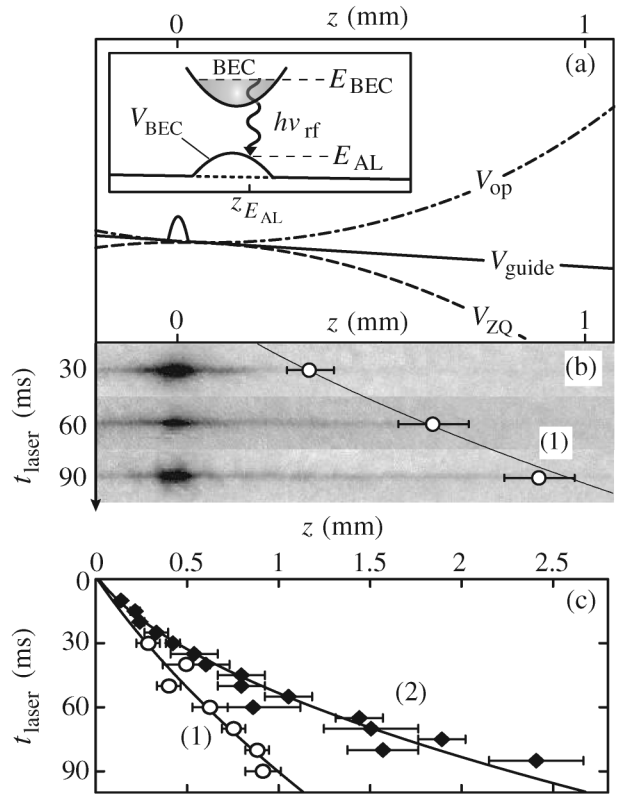

FIG. 2. Longitudinal dynamics of the guided atom laser. (a) Longitudinal potential $V_{\rm guide} + V_{\rm BEC}$, sum of the quadratic Zeeman (dashed line), optical (dash-dot line), and BEC mean-field (inset) potentials. (b) Guided atom laser after different lasing times $t_{\rm laser}$. These images allow us to determine the wave front position (estimated error bars are shown). (c) Wave front position versus $t_{\rm laser}$ for two different adjustments of the optical potential. Each set of data is fitted by a second degree polynomial, yielding the same initial velocity $v_0 = 9 \pm 2\ {\rm mm\cdot s^{-1}}$, and different accelerations $a_1 = 0.07 \pm 0.06\ {\rm m\cdot s^{-2}}$ (1) and $a_2 = 0.36 \pm 0.04\ {\rm m\cdot s^{-2}}$ (2).

rewrite $\mu(z) = V_{\rm BEC}(z) = \mu_{\rm BEC}(1 - z^2/R_z^2)$. Outside the BEC and in the 1D mean-field regime, one has $\mu(z) = \hbar\omega_\perp[1 + 2a_s n_{\rm 1D}(z)]$.

To write Eq. (3), we have neglected the longitudinal quantum pressure since the density $n_{\rm 1D}$ varies smoothly along z. With this simplification, Eqs. (2) and (3) are equivalent to the standard WKB approximation. The amplitude of $\phi(z, t)$ is determined by the flux $\mathcal{F}$ [Eq. (2)] and its phase $\mathcal{S}(z)$ can be derived from the classical motion of an atom of energy $E_{\rm AL}$ submitted to the 1D potential $V_{\rm AL}(z) = V_{\rm guide}(z) + \mu(z)$. The parameters $E_{\rm AL}$ and $\mathcal{F}$, determining the atom-laser wave function, are fixed by the frequency and power of the output coupler.

In the weak coupling regime, the coupling between the trapped BEC and the continuum of propagating atom-laser wave functions can be described by the Fermi golden rule (see [4] and references therein). The atom-laser energy is thus given by the resonance condition

$$E_{\rm AL} = E_{\rm BEC} - h\nu_{\rm rf}, \tag{4}$$

where $E_{\rm BEC}$ is the BEC energy, and the coupling rate, which determines $\mathcal{F}$, depends on the overlap integral between the BEC and the atom-laser wave functions. For a uniformly accelerated atom laser, the longitudinal wave function $\phi(z, t)$ is an Airy function with a narrow lobe around the classical turning point $z_{E_{\rm AL}}$, defined by $v(z_{E_{\rm AL}}) = 0$ in Eq. (3), and the overlap integral is proportional to the BEC wave function at $z_{E_{\rm AL}}$ [4]. This can be interpreted by the so-called Franck-Condon principle, which states that the rf coupler selects, via the resonance condition, the atom-laser extraction position $z_{E_{\rm AL}}$ [27]. In contrast to the case where the atom laser is extracted by gravity, here the acceleration due to $V_{\rm guide}(z)$ is small enough that the potential $V_{\rm AL}(z)$ is dominated by the bump $V_{\rm BEC}(z)$ [Fig. 2(a)], so that there are two outcoupling points corresponding to two atom lasers emitted on both sides of the trapped condensate [Fig. 2(b)]. If the slope of the potential $ma(z_{E_{\rm AL}})$ varies slowly around the outcoupling point at the scale of the first lobe of the corresponding Airy function, the atom-laser wave function can be locally approximated by the Airy function and we can use the result of [4] where gravity acceleration is replaced by $a(z_{E_{\rm AL}})$:

$$\mathcal{F} = \frac{\pi\hbar\Omega_{\rm rf}^2}{2}\frac{n_{\rm 1D}^{\rm BEC}(z_{E_{\rm AL}})}{ma(z_{E_{\rm AL}})}. \tag{5}$$

Here $\Omega_{\rm rf}$ is the Rabi frequency characterizing the rf coupling between the different atomic internal states, and $n_{\rm 1D}^{\rm BEC}(z) = \int d\vec{r}_\perp |\psi_{\rm BEC}(\vec{r}_\perp, z)|^2$ is the condensate linear density. More rigorously, one can solve the Schrödinger equation in a parabolic antitrapping potential [28]. We checked that the two calculations give the same result when the local slope approximation is valid, and the second approach is necessary only when the coupling is close to the maximum of the potential bump. As expected, the flux is then predicted to reach its maximum value.

The modeling above allows us to analyze our experimental data. First, for a Rabi frequency of $\Omega_{\rm rf}/2\pi = 40$ Hz, a BEC of $N_{\rm BEC} \simeq 10^5$ atoms and assuming a coupling at about 5 μm from the center of the BEC, Eq. (5) gives $\mathcal{F} = 5 \times 10^5$ at $\cdot$ s^{-1}, in agreement with the observed decay of the atom number in the BEC. Second, this modeling shows that with our parameters, the axial dynamics of the atom laser associated to Eqs. (2) and (3) is revealed by the propagation of the wave front of the atom laser [Fig. 2(b)]. Indeed, out of the region of overlap with the trapped BEC, and for a coupling close to the potential maximum, the atoms have a kinetic energy of the order of the BEC chemical potential ($\mu_{\rm BEC}/h \simeq 3.2$ kHz), large compared to $\mu(z)$ [$\mu(z)/h \sim \omega_\perp/2\pi = 360$ Hz]. We can thus neglect $\mu(z)$ in Eq. (3), and out of the BEC the wave front acceleration is dominated by $V_{\rm guide}(z)$, while the atomic velocity just leaving the BEC is determined by $V_{\rm BEC}(z_{E_{\rm AL}})$. For an outcoupling at the center of the BEC, the expected value is $v_0 \simeq 5.4$ mm $\cdot$ s^{-1}, somewhat less than the observed value $v_0 = 9 \pm 2$ mm $\cdot$ s^{-1}. The discrepancy will be discussed below.

We now turn to the transverse mode of the guided atom laser. To characterize it, we measure the transverse energy using a time-of-flight: after 60 ms of propagation, the optical guide is suddenly switched off and we measure the expansion along the y axis. The evolution of the rms size is directly related to the transverse kinetic energy according to $\sigma(t)^2 = \sigma_0^2 + \langle v_y^2\rangle t^2$, where σ_0 is the resolution of the imaging system (7.5 μm) which dominates the initial transverse size (0.6 μm). A fit gives $\langle v_y^2\rangle = 4.5 \pm 0.2$ mm^2/s^2. Assuming cylindrical symmetry, this corresponds to a total transverse energy $E_\perp = (5.5 \pm 0.8)\hbar\omega_\perp$, i.e., an average excitation quantum number of 2 along each transverse direction. This shows that only a few transverse modes are excited, and we may wonder whether single transverse mode operation is achievable.

Actually, we expect the atom laser to be outcoupled in its lowest transverse mode. Indeed, the transverse potential experienced by an atom in the atom laser has the same shape as the one experienced by an atom of the BEC, i.e., in the Thomas-Fermi approximation, quadratic trapping edges and a flat bottom of width $2R_\perp(z)$. As z increases, this width decreases monotonically to 0 until the point where the atom laser leaves the BEC and experiences a pure harmonic potential. A numerical simulation shows that this evolution is smooth enough to enable the transverse atom-laser wave function $\psi_\perp(\vec{r}_\perp, z)$ to adiabatically adjust to the local ground state, resulting in the prediction of almost single-mode emission. The observed multimode behavior may be attributed to different experimental imperfections, which can be fixed in future experiments. First, if the magnetic trap is not exactly centered on the optical guide, transverse mode matching between the BEC and the guide is not perfect. Second, excitation of higher

transverse modes can be provoked by the position noise of the guide (we observe a heating rate of 100 nK/s). Finally, a numerical resolution of the coupled Gross-Pitaevskii equations suggests that at our value of the atomic flux, the BEC decay is not adiabatic enough [4] so that the outcoupling could induce excitations inside the BEC and thus increase the energy transferred to the atom laser. This might also explain why the observed values of atom-laser velocity correspond to an energy somewhat larger than μ_{BEC}.

In conclusion, we have demonstrated a scheme for efficiently coupling a BEC into a waveguide. We have obtained a guided atom laser with an almost constant de Broglie wavelength, at a value of 0.5 μm, and by coupling near the boundary of the BEC it should be possible to obtain even larger de Broglie wavelengths. Such values are of interest for experiments in atom interferometry as, for instance, the coherent splitting at the crossing of two matter-wave guides [29,30], which could be implemented in miniaturized components [31]. Furthermore, as the atomic wavelength reaches values similar to visible light wavelength, transport properties through wells, barriers, or disordered structures engineered with light should enter the quantum regime [8–14]. Also the control of the atom-laser flux offers the possibility to tune the amount of interaction inside the guided atom-laser beam. For instance, the possibility of combining a large and well-defined de Broglie wavelength together with a density small enough to suppress interactions, should provide the conditions to observe Anderson-like localization [13]. On the other hand, the interacting regime should allow investigation of effects such as the breakdown of superfluidity through obstacles [9,10], or nonlinear resonant transport [11,12]. We thus believe that our scheme constitutes a very promising tool for further development of coherent guided atom optics.

The authors would like to thank M. Fauquembergue and Y. Le Coq for their help at the early stages of the experiment and D. Clément for fruitful discussions. The Groupe d'Optique Atomique is a member of IFRAF. This work is supported by CNES (No. DA:10030054), DGA (Contracts No. 9934050 and No. 0434042), LNE, EU (Grants No. IST-2001-38863, No. MRTN-CT-2003-505032 and FINAQS STREP) and ESF (No. BEC2000+ and QUDEDIS).

*Email address: William.Guerin@institutoptique.fr
Electronic address: www.atomoptic.fr
†Present address: JILA, University of Colorado, 440 UCB, Boulder, CO 80309-0440, USA.

[1] M.-O. Mewes *et al.*, Phys. Rev. Lett. **78**, 582 (1997); B. P. Anderson and M. A. Kasevich *et al.*, Science **282**, 1686 (1998); E. W. Hagley *et al.*, Science **283**, 1706 (1999); G. Cennini *et al.*, Phys. Rev. Lett. **91**, 240408 (2003); N. P. Robins *et al.*, Phys. Rev. Lett. **96**, 140403 (2006).
[2] I. Bloch, T. W. Hänsch, and T. Esslinger, Phys. Rev. Lett. **82**, 3008 (1999).
[3] Y. Le Coq *et al.*, Phys. Rev. Lett. **87**, 170403 (2001).
[4] F. Gerbier, P. Bouyer, and A. Aspect, Phys. Rev. Lett. **86**, 4729 (2001). Note that the expression of the extraction rate calculated in this Letter must be corrected by a factor of 2, see Phys. Rev. Lett. **93**, 059905(E) (2004).
[5] P. Bouyer and M. A. Kasevich, Phys. Rev. A **56**, R1083 (1997).
[6] S. Gupta *et al.*, Phys. Rev. Lett. **89**, 140401 (2002).
[7] Y.-J. Wang *et al.*, Phys. Rev. Lett. **94**, 090405 (2005).
[8] P. Leboeuf and N. Pavloff, Phys. Rev. A **64**, 033602 (2001).
[9] F. Catalliotti *et al.*, New J. Phys. **5**, 71 (2003).
[10] N. Pavloff, Phys. Rev. A **66**, 013610 (2002).
[11] I. Carusotto, Phys. Rev. A **63**, 023610 (2001).
[12] T. Paul, K. Richter, and P. Schlagheck, Phys. Rev. Lett. **94**, 020404 (2005).
[13] T. Paul *et al.*, Phys. Rev. A **72**, 063621 (2005).
[14] D. Clément *et al.*, Phys. Rev. Lett. **95**, 170409 (2005); C. Fort *et al.*, Phys. Rev. Lett. **95**, 170410 (2005); T. Schulte *et al.*, Phys. Rev. Lett. **95**, 170411 (2005).
[15] M. J. Renn *et al.*, Phys. Rev. Lett. **75**, 3253 (1995); J. Fortàgh *et al.*, Phys. Rev. Lett. **81**, 5310 (1998); J. Denschlag, D. Cassetari, and J. Schmiedmayer, Phys. Rev. Lett. **82**, 2014 (1999); D. Müller *et al.*, Phys. Rev. Lett. **83**, 5194 (1999); L. Pruvost *et al.*, Opt. Commun. **166**, 199 (1999); N. H. Dekker *et al.*, Phys. Rev. Lett. **84**, 1124 (2000); M. Key *et al.*, Phys. Rev. Lett. **84**, 1371 (2000); B. K. Teo and G. Raithel, Phys. Rev. A **63**, 031402 (2001); P. Cren *et al.*, Eur. Phys. J. D **20**, 107 (2002).
[16] K. Bongs *et al.*, Phys. Rev. A **63**, 031602 (2001); W. Hänsel *et al.*, Nature (London) **413**, 498 (2001); A. E. Leanhardt *et al.*, Phys. Rev. Lett. **89**, 040401 (2002); J. Fortàgh *et al.*, Appl. Phys. Lett. **81**, 1146 (2002); S. Gupta *et al.*, Phys. Rev. Lett. **95**, 143201 (2005).
[17] In contrast to the scheme proposed by E. Mandonnet *et al.* Eur. Phys. J. D **10**, 9 (2000), our scheme does not demand interactions to play a significant role.
[18] F. Shimizu, Phys. Rev. Lett. **86**, 987 (2001).
[19] T. A. Pasquini *et al.*, Phys. Rev. Lett. **97**, 093201 (2006).
[20] J.-F. Riou *et al.*, Phys. Rev. Lett. **96**, 070404 (2006).
[21] M. Fauquembergue *et al.*, Rev. Sci. Instrum. **76**, 103104 (2005).
[22] Because of the strong rf, evaporated atoms are in the antitrapping $|1, 1\rangle$ state and escape rapidly along the guide axis.
[23] Because of the optical trap, the BEC is shifted from the magnetic trap center by $z_m = -(\omega_{\mathrm{op}}/\omega_z^m)^2 z_0$.
[24] N. P. Robins *et al.*, Phys. Rev. A **72**, 031606(R) (2005).
[25] A. Jackson, G. Kavoulakis, and C. Pethick, Phys. Rev. A **58**, 2417 (1998).
[26] C. Menotti and S. Stringari, Phys. Rev. A **66**, 043610 (2002).
[27] Y. B. Band, P. S. Julienne, and M. Trippenbach, Phys. Rev. A **59**, 3823 (1999).
[28] H. A. Fertig and B. I. Halperin, Phys. Rev. B **36**, 7969 (1987).
[29] O. Houde, D. Kadio, and L. Pruvost, Phys. Rev. Lett. **85**, 5543 (2000).
[30] R. Dumke *et al.*, Phys. Rev. Lett. **89**, 220402 (2002).
[31] G. Birkl *et al.*, Opt. Commun. **191**, 67 (2001).

New Journal of Physics
The open-access journal for physics

Quasi-continuous horizontally guided atom laser: coupling spectrum and flux limits

A Bernard, W Guerin[1], J Billy, F Jendrzejewski, P Cheinet, A Aspect, V Josse[2] and P Bouyer

Laboratoire Charles Fabry, Institut d'Optique Graduate School, CNRS and Université Paris Sud, Campus Polytechnique, RD 128, 91127 Palaiseau, France
E-mail: vincent.josse@institutoptique.fr

New Journal of Physics **13** (2011) 065015 (19pp)
Received 15 December 2010
Published 28 June 2011
Online at http://www.njp.org/
doi:10.1088/1367-2630/13/6/065015

Abstract. We study in detail the flux properties of a radiofrequency (rf) outcoupled horizontally guided atom laser by following the scheme demonstrated by Guerin W *et al* (2006 *Phys. Rev. Lett.* **97** 200402). Both the outcoupling spectrum (flux of the atom laser versus rf frequency of the outcoupler) and the flux limitations imposed on operating in the quasi-continuous regime are investigated. These aspects are studied using a quasi-one-dimensional model, whose predictions are shown to be in fair agreement with the experimental observations. This work allows us to identify the operating range of the guided atom laser and to confirm its promises with regard to studying quantum transport phenomena.

[1] Current address: Physikalisches Institut Eberhard-Karls-Universität Tübingen, Auf der Morgenstelle 14, D-72076 Tübingen Germany.
[2] Author to whom any correspondence should be addressed.

© IOP Publishing Ltd and Deutsche Physikalische Gesellschaft

Contents

1. Introduction **2**
2. The radio frequency (rf) guided atom laser (GAL): principle and modeling **3**
2.1. Geometry and outcoupling scheme 3
2.2. Hypothesis and quasi-one-dimensional (1D) model 4
3. Outcoupling spectrum: flux versus rf **6**
3.1. Theoretical framework 6
3.2. Semiclassical approach 6
3.3. Outcoupling spectrum 7
3.4. Experimental investigation 8
4. Flux limitations for the rf GAL **10**
4.1. Weak coupling conditions 10
4.2. Critical outcoupling spectrum 12
4.3. Experimental investigation 13
5. Conclusion and discussion **14**
Acknowledgments **15**
Appendix A. Quasi-1D model **15**
Appendix B. Stationary longitudinal atom laser wave function $\phi_{L,E}$ **17**
References **18**

1. Introduction

The achievement of Bose–Einstein condensation (BEC) in dilute gases has been quickly followed by the demonstration of atomic outcouplers [1–4], allowing atoms to be extracted coherently, all in the same wave function, forming a so-called *atom laser*. Continuous outcoupling [3, 4] leads to quasi-continuous atom lasers, and among them gravity-compensated guided atom lasers (GALs) [5–7] are promising tools for studying quantum transmission through obstacles [8–13], as they provide a large and constant de Broglie wavelength along the propagation. Tuning the atom laser flux should allow one to investigate both linear and nonlinear phenomena and even reach strongly correlated ones [8]. However, achieving a quasi-continuous emission requires operation in the so-called *weak coupling regime* (see e.g. [14] and references therein) such that corresponding flux limitations may restrict the envisaged applications. Thus, this work aims to characterize in detail the flux properties of the horizontally, radiofrequency (rf)-outcoupled, GAL demonstrated in [5], for the purpose of identifying the limits of the weak coupling regime.

The weak coupling limits are intimately linked to the irreversibility of the coupling process; the coupling strength has to be weak enough for the extracted atoms not to be coupled back into the trapped BEC [15–17]. In particular, the emergence of bound states as the coupling strength is increased constitutes a major limitation [18, 19] and can even result in the shutdown of the atom laser [20, 21]. In this respect, the crucial role played by the underlying force in the coupling process (arising either from the gravity acceleration in the case of free space rf outcoupling or from the two-photon momentum kick in the case of Raman outcoupling) has been stressed [14].

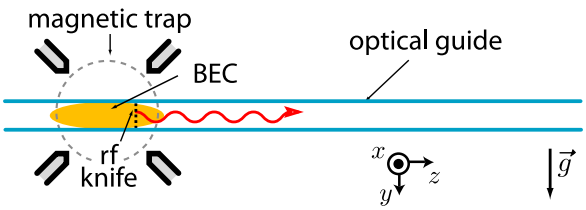

Figure 1. Generation of an atom laser by rf outcoupling from a BEC created in a hybrid opto-magnetic trap. The optical guide is horizontal such that the atoms do not undergo any acceleration after leaving the BEC zone. Note that an atom laser is emitted on each of the two sides. For clarity, only one is shown here.

This force pushes out the atoms and prevents them from being recaptured before they have left the coupling zone.

For the horizontally GAL studied here, gravity is canceled, and the extracting force is only provided by the repulsive atomic interactions with the remaining trapped BEC. This has important consequences for the flux properties. Firstly, the outcoupling spectrum, i.e. the dependence of the output flux versus the rf frequency, is profoundly modified. From a calculation based on the Fermi golden rule, we indeed show that it exhibits a very peaked shape around its maximum together with a long tail. This is in stark contrast to rf-outcoupled free falling atom lasers [3]. In practice, it results in a strong sensitivity to residual magnetic fluctuations, which should be suppressed as much as possible. Secondly, the horizontally GAL is subjected to severe flux limitations, as expected from the weakness of the extracting force. In particular, we make explicit here the link between such limitations, arising from the onset of bound states in the process as recognized in other schemes [14, 20, 21], and the so-called 'quantum pressure' associated with the confinement of the atom laser wave function around the outcoupling zone. Altogether, the maximal flux achievable is typically one order of magnitude less than that for the gravity-driven atom lasers. However, these limitations do not impair future applications in studying quantum transport phenomena, as we finally discuss.

Both aspects (the outcoupling spectrum and the weak coupling limits) are investigated using a simplified quasi-one-dimensional (1D) model, whose predictions are compared, with overall fair agreement, to the experiments. This paper is organized as follows. We present in section 2 the scheme of the GAL demonstrated in [5] and the quasi-1D model we used. Then, we study in section 3 the outcoupling spectrum and detail in section 4 the weak coupling limits. Finally, we conclude and discuss some prospects in section 5.

2. The radio frequency (rf) guided atom laser (GAL): principle and modeling

2.1. Geometry and outcoupling scheme

As depicted in figure 1, a BEC containing N_0 ^{87}Rb atoms is directly created inside an optomagnetic trap in the $|F, m_F\rangle = |1, -1\rangle$ magnetic state. This cigar-shaped trap is the combination of a horizontal optical guide, which generates a strong cylindrical transverse confinement (with a radial frequency $\omega_\perp$), and a quadrupole magnetic field, which provides a weak longitudinal confinement (of frequency $\omega_z \ll \omega_\perp$) along the z-axis. The chemical potential of the BEC verifies $\mu_{BEC} \gg \hbar\omega_\perp$, such that the BEC is well in the 3D Thomas–Fermi

(TF) regime [22]. Its density $n_{3D}(\boldsymbol{r}_\perp, z)$ ($\boldsymbol{r}_\perp$ being the radial coordinate) then has an inverted parabolic shape of radii $R_{\perp,z} = (2\mu_{BEC}/m\omega_{\perp,z}^2)^{1/2}$, with m being the atomic mass.

The atom laser is generated using an rf magnetic field to coherently spin flip a small fraction of the atoms from the source BEC to the $|1, 0\rangle$ state, which is insensitive (at first order) to the magnetic field. While the outcoupled atoms are still radially confined by the optical guide, they can move along the longitudinal axis z. More precisely, they feel the sum potential $V_g(\boldsymbol{r}_\perp, z) + gn_{3D}(\boldsymbol{r}_\perp, z)$. Here, V_g takes into account the optical guide confinement together with the second-order Zeeman quadratic effect, and the second term corresponds to the mean-field interaction with the remaining trapped BEC. Here, $g = 4\pi a\hbar^2/m$ is the collisional parameter and a the scattering length.

This interaction provides the necessary force to extract the atoms from the coupling zone. The atoms accelerate down the 'bump-shaped' mean-field potential until they leave the BEC region and then propagate at constant velocity v, i.e. constant de Broglie wavelength $\lambda_{dB} = h/mv$ [5].

2.2. Hypothesis and quasi-one-dimensional (1D) model

In the following, we use a simplified model to describe the GAL. This relies on the assumptions listed below:

(i) The influence of the $|1, 1\rangle$ magnetic state is negligible and we only consider a two-level system (see section 3.4).

(ii) The BEC wave function evolves adiabatically during the outcoupling process. Apart from section 4.3, we also neglect the depletion of the BEC.

(iii) The collisional parameter g is independent of the magnetic substate, which is approximatively the case for ^{87}Rb [23].

(iv) The intra-laser interactions are negligible in the outcoupling process. Note that this does not prevent the interactions from playing a significant role along the propagation in the guide (see section 5).

(v) The atom laser does not experience any residual force along the guide axis z: $V_g(\boldsymbol{r}_\perp, z) = m\omega_\perp^2 \boldsymbol{r}_\perp{}^2/2$. This can be achieved by using the weak longitudinal optical guide confinement to compensate precisely for the second-order Zeeman effect [5].

In addition, considering the very elongated geometry ($\omega_z \ll \omega_\perp$) we adapt the usual quasi-1D approximation (see e.g. [24]) to our configuration where two magnetic substates, the atom laser and the BEC, are involved (see appendix A). For each state, such approximation supposes that the transverse wave function adjusts adiabatically along the guide axis: it sticks to the ground state of the local transverse potential, which depends on the total mean-field interaction, i.e. including both the inter- and intra-states contributions. The above hypothesis of g being independent of the magnetic substates is here of particular importance: it implies that the atom laser and the BEC experience the same mean-field interaction, i.e. the same transverse potential. Their transverse wave functions should thus be identical, and the same as when all atoms were in the same state. Consequently, the rf-induced spin flip of some atoms from the BEC to the atom laser state leaves the transverse wave function in the local ground state such that no transverse excitations should be created in the coupling zone.

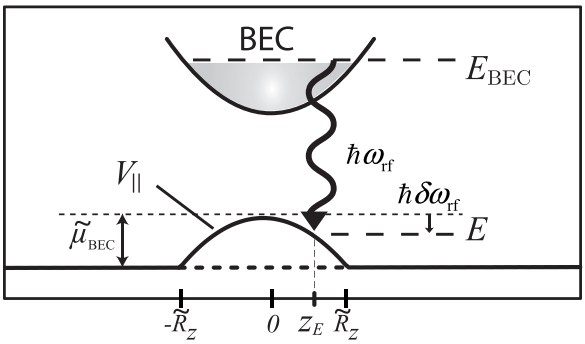

Figure 2. Effective 1D energy diagram for the outcoupling process. $V_{\parallel}(z)$ (equation (2)) is the potential seen by the atom laser state. $\tilde{\mu}_{\mathrm{BEC}} = \mu_{\mathrm{BEC}} - \hbar\omega_{\perp}$ is the corrected chemical potential and $\tilde{R}_z$ the BEC edge. $\delta\omega_{\mathrm{rf}}$ is the frequency detuning from a coupling at the center of the condensate and z_E corresponds to the classical turning point given by equation (5) (only the $z > 0$ resonance is shown).

Consistent with the hypothesis of an adiabatic following along the guide, we thus assume a perfect mode matching for the atom laser emission[3] and write the two-component wave function in the separate form

$$\boldsymbol{\psi} = \begin{bmatrix} \psi_{\mathrm{B}}(\boldsymbol{r}, t) \\ \psi_{\mathrm{L}}(\boldsymbol{r}, t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{\mathrm{B}}(z, t) \\ \phi_{\mathrm{L}}(z, t) \end{bmatrix} \psi_{\perp}(\boldsymbol{r}_{\perp}, z), \tag{1}$$

with the normalization condition $\int |\boldsymbol{\psi}|^2 \mathrm{d}\boldsymbol{r}_{\perp} = 1$. Here, the subscripts B and L refer to the BEC and the atom laser, respectively. Neglecting the intra-laser interactions, $\psi_{\perp}$ evolves continuously from the transverse inverted parabolic shape of the BEC to the Gaussian fundamental mode of the guide.

The outcoupling process is then reduced to a 1D problem, and the derivation of the coupled quasi-1D Gross–Pitaevskii (GP) equations is detailed in appendix A. In particular, the effective 1D mean-field potential felt by the atom laser follows the BEC profile (see figure 2) and reads

$$V_{\parallel}(z) = \hbar\omega_{\perp} + \tilde{\mu}_{\mathrm{BEC}} \left(1 - \frac{z^2}{\tilde{R}_z^2}\right) \Theta\left(1 - \frac{|z|}{\tilde{R}_z}\right), \tag{2}$$

the origin of the z-axis being at the center of the BEC. Here, Θ is the Heaviside step function, $\tilde{\mu}_{\mathrm{BEC}} = \mu_{\mathrm{BEC}} - \hbar\omega_{\perp}$ is the chemical potential corrected from the transverse fundamental mode energy and $\tilde{R}_z = (2\tilde{\mu}_{\mathrm{BEC}}/m\omega_z^2)^{1/2}$. The latter corresponds precisely to the BEC edge in the quasi-1D approximation. In the following, we omit the constant in (2) and use the implicit energy shift $E \to E - \hbar\omega_{\perp}$.

[3] Although the adiabatic following hypothesis has been consolidated by numerical simulations [25], transverse excitation may appear in practice as the atom laser leaves the BEC zone [5]. However, these excitations should not modify significantly our following analysis of the flux, as it mainly relies on the behavior close to the outcoupling region.

3. Outcoupling spectrum: flux versus rf

We study now the dependence of the flux *versus* the rf frequency, i.e. the outcoupling spectrum. In particular, we show that it exhibits a very peaked shape. Note that we assume throughout this section that the atom laser operates within the weak coupling regime, which is defined below. The associated conditions will be detailed in the next section.

3.1. Theoretical framework

As sketched in figure 2, the rf outcoupling process can be seen as the coupling of an initial state (BEC) to the continuum formed by the *stationary* states in the potential $V_{\parallel}(z)$. We consider here the weak coupling regime, which is defined by the regime where the coupling process is irreversible: the extracted atoms leave the coupling zone irretrievably, without any coherence with the remaining trapped BEC [15–17]. It is also commonly referred to as the Born–Markov regime [26]. In this situation, the emission is quasi-continuous and the BEC state decays exponentially, the outcoupling rate Γ (or equivalently the flux $\mathcal{F} = N_0\Gamma$) being given by the Fermi golden rule [17],

$$\Gamma(E) = \frac{\pi\hbar\Omega_{\mathrm{rf}}^2}{2}\eta(E)\left|\int \phi_{\mathrm{B}}(z)^*\,\phi_{\mathrm{L,E}}(z)\,\mathrm{d}z\right|^2. \tag{3}$$

In this expression, $\eta(E)$ is the 1D density of states and Ω_{rf} quantifies the rf coupling strength (see appendix A). ϕ_{B} corresponds to the longitudinal BEC wave function normalized to unity. It is well approximated by $|\phi_{\mathrm{B}}(z)| \sim (15/16R_z)^{1/2}(1 - z^2/R_z^2)\Theta(1 - z/\tilde{R}_z)$ except around the BEC edge ($z = \tilde{R}_z$), where it falls to zero. Lastly, $\phi_{l,E}$ is the atom laser stationary wave function, also normalized to unity, whose energy E is selected by the rf frequency $\omega_{\mathrm{rf}}/2\pi$ via the resonance condition

$$E = E_{\mathrm{BEC}} - \hbar\omega_{\mathrm{rf}}. \tag{4}$$

The calculation of $\Gamma(E)$ according to (3) then reduces to the determination of $\phi_{\mathrm{L,E}}$ (see appendix B). However, in most cases, a semiclassical approach is sufficient for obtaining an accurate approximation [17].

3.2. Semiclassical approach

Following the so-called Franck–Condon principle, we consider here that the outcoupling is spatially localized at the points defined by energy and momentum conservation during the coupling, i.e. the classical turning points [27]. As both the initial kinetic energy of the condensed atoms and the momentum transferred by the rf field are negligible, the turning points are defined by $V(z_E) = E$. This gives the two symmetrical positions

$$z_E = \pm\sqrt{\frac{2\hbar\,\delta\omega_{\mathrm{rf}}}{m\omega_z^2}}, \tag{5}$$

where $\delta\omega_{\mathrm{rf}} = \omega_{\mathrm{rf}} - (E_{\mathrm{BEC}} - \tilde{\mu}_{\mathrm{BEC}})/\hbar$ is the frequency detuning from a coupling at the center of the condensate (see figure 2). Formally, this approach is equivalent to approximating the atom

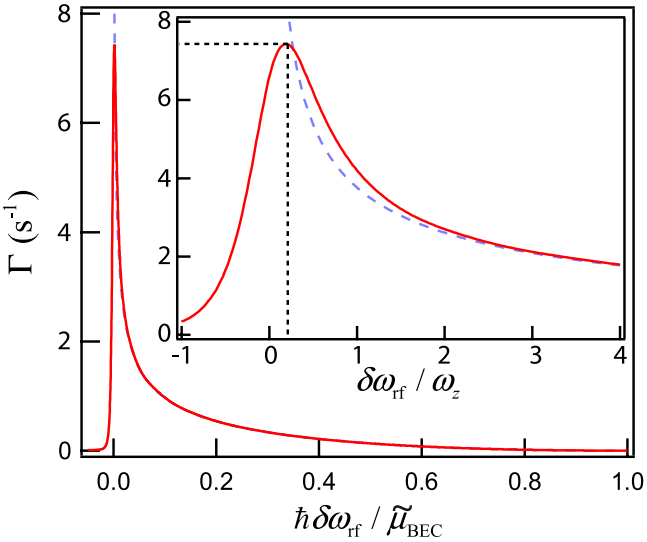

Figure 3. Outcoupling rate versus the normalized detuning $\hbar\delta\omega_{\rm rf}/\tilde{\mu}_{\rm BEC}$. Solid (red) line: outcoupling rate Γ given by the Fermi golden rule (equation (3)). Dashed (blue) line: semiclassical approximation $\Gamma_{\rm sc}$ (equation (7)). Inset: zoom of the vicinity of the zero detuning (the normalization is changed to ω_z). The parameters ($\tilde{\mu}_{\rm BEC} = 2.5\,$kHz, $\omega_z/2\pi = 27\,$Hz and $\Omega_{\rm rf}/2\pi = 15\,$Hz) are those of section 3.4.

laser wave function $\phi_{\rm L,E}(z)$ by a Dirac distribution around z_E, such that equation (3) transforms into [28]

$$\Gamma_{\rm sc}(E) = \frac{\pi\hbar\Omega_{\rm rf}^2}{2}\int {\rm d}z\,|\phi_{\rm B}(z)|^2\,\delta\left(V_{\parallel}(z) - E\right). \tag{6}$$

Considering the emission at one side, it finally reduces to the same expression as in [17],

$$\Gamma_{\rm sc}(E) = \frac{\pi\hbar\Omega_{\rm rf}^2}{2m\omega_z^2 z_E}|\phi_{\rm B}(z_E)|^2, \tag{7}$$

the gravity acceleration being replaced here by the local acceleration $g_{\rm eff} = \omega_z^2 z_E$ of the potential $V_{\parallel}$ at the position z_E. Note that it vanishes for a coupling at the edge of BEC, i.e. for $z_E = \tilde{R}_z$ (or equivalently $\delta\omega_{\rm rf} = \tilde{\mu}_{\rm BEC}/\hbar$). As can be seen in figure 2, the outcoupling spectrum has indeed a finite support given by the corrected chemical potential in the semiclassical approach.

This approach is well justified when one outcouples at the BEC side. There, the acceleration is large enough and the first lobe of the atom laser wave function (which can be approximated by an Airy function) is narrow compared to the size of the BEC (see appendix B). However, it fails near the top of the BEC ($g_{\rm eff} \to 0$), where the coupling rate should precisely reach its maximum. This region is thus of particular interest and calls for a more complete description.

3.3. Outcoupling spectrum

The determination of the stationary atom laser wave function $\phi_{\rm L,E}$ is detailed in appendix B. Then, using equation (3), we calculate the outcoupling rate. The corresponding spectrum $\Gamma(\delta\omega_{\rm rf})$ is plotted in figure 3.

As expected, the outcoupling spectrum has a total extension given by $\tilde{\mu}_{\rm BEC}/\hbar$ and agrees well with the semiclassical expression $\Gamma_{\rm sc}$ when coupling at the BEC side ($\delta\omega_{\rm rf} \gg \omega_z$). *De facto*, its validity range is very broad and a significant deviation only appears as $\delta\omega_{\rm rf} \sim \omega_z$. Such behavior can be qualitatively understood noting that the classical turning point z_E approaches here the characteristic length $\sigma_z = (\hbar/m\omega_z)^{1/2}$ of the inverted harmonic potential (see equation (5)). Thus the curvature dominates and leads to the saturation of the first lobe of the atom laser wave function $\phi_{\rm L,E}$ (see appendix B). We thus expect the outcoupling rate to reach a maximum around this position. Finally, it should fall rapidly to zero for $\delta\omega_{\rm rf} \lesssim 0$, as it corresponds to the classically forbidden region. Such an analysis is refined by a zoom on this region (see the inset of figure 3). In particular, it appears that the maximum value is reached around $\delta\omega_{\rm rf} \sim \omega_z/4$ and

$$\max_{\delta\omega_{\rm rf}}(\Gamma) \sim \Gamma_{\rm sc}\left(\frac{\delta\omega_{\rm rf}}{4}\right) = \frac{\Omega_{\rm rf}^2}{\omega_z}\,\Pi_{\sigma_z}. \tag{8}$$

Here, $\Pi_{\sigma_z} = \pi\sigma_z|\phi_{\rm B}(0)|^2/\sqrt{2}$ corresponds to the proportion of atoms contained in the region of spatial width $\pi\sigma_z/\sqrt{2}$.

Altogether, the outcoupling spectrum can be interpreted as resulting from a coupling to two continuums of different widths. On the one hand, the very narrow peak for a coupling around the BEC center corresponds to a continuum of typical width ω_z.[4] On the other hand, the long tail for a coupling at the BEC side corresponds to a large continuum of total extension given by the chemical potential $\tilde{\mu}_{\rm BEC}$. For a BEC in the 3D TF regime ($\mu_{\rm BEC} \gg \hbar\omega_\perp \gg \hbar\omega_z$), it results in a very peaked outcoupling spectrum, in contrast with the common behavior of free falling atom lasers (see e.g. [17]).

Such a peaked shape, whose narrow width is typically around a few tens of Hertz, has important consequences for the use of such GAL. Indeed weak residual magnetic fluctuations are hardly avoidable in practice. First, those will slightly broaden the spectrum such that the narrow peak should be hard to observe experimentally. Most importantly, those may result in strong density fluctuations when coupling near the BEC center. This indicates that great attention should be paid when operating in this region. As we shall see in section 4, this statement is even more reinforced as this position corresponds to the most severe weak-coupling conditions.

3.4. Experimental investigation

We present now our experimental investigation of the outcoupling spectrum. The optical guide is created by an Nd:YAG laser ($\lambda = 1064$ nm and $P = 140$ mW) focused on a waist of 30 μm, resulting in a radial trapping frequency $\omega_\perp/2\pi = 330$ Hz. The weak magnetic longitudinal confinement is set to $\omega_z/2\pi = 27$ Hz. The initial BEC contains $N_0 = 1.1 \times 10^5$ atoms, corresponding to $\tilde{\mu}_{\rm BEC}/h = 2.5$ kHz.

The bias field of our Ioffe–Pritchard magnetic trap is chosen around $B_0 \sim 7$ G (see [30] for further details). For such bias, the Zeeman quadratic effect enables us to perform selectively the rf coupling to the atom laser state, without populating the $|1, 1\rangle$ state [31]. We calibrate the coupling strength by using very short outcoupling pulses ($t_{\rm rf} \ll \hbar/\tilde{\mu}_{\rm BEC}$). There the whole BEC oscillates precisely at the pulsation $\Omega_{\rm rf}$, which is determined within a few per cent.

[4] Consistently, equation (8) coincides with the expression for a coupling to a continuum of finite width $\hbar\omega_z$, the Rabi oscillation frequency being $\Omega_{\rm rf}\sqrt{\Pi_{\sigma_z}}$ [29].

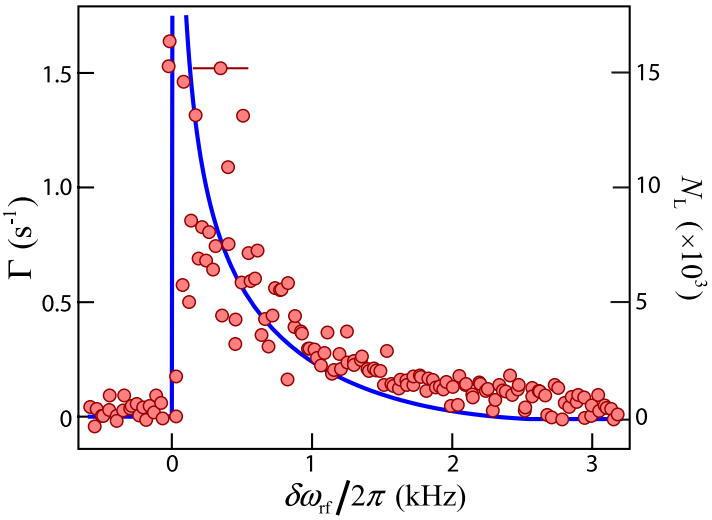

Figure 4. Experimental outcoupling spectrum $\Gamma(\delta\omega_{\rm rf})$ for the coupling strength $\Omega_{\rm rf}/2\pi = 15.1 \pm 0.5$ Hz. Left vertical axis: outcoupled atom number $N_{\rm L}$ (for one side). Red circles: experimental results. Solid line: theoretical predictions given by equation (3). The total atom number is $N_0 = 1.1 \times 10^5$ and $\tilde{\mu}_{\rm BEC}/h$ =2.5 kHz. The horizontal error bars (200 Hz rms) correspond to the uncertainty in the detuning caused by the long-term (shot-to-shot) magnetic fluctuations. Note that the detuning has been corrected from the long-term bias drift estimated around 0.4 mG h^{-1} (300 Hz h^{-1}).

In contrast, a quasi-continuous GAL is extracted from the BEC by applying a long and weak rf pulse. In the following, the coupling time is set to $t_{\rm rf} = 50$ ms. It should allow us to resolve, in principle, the peaked shape of the outcoupling spectrum ($t_{\rm rf} \gg 1/\omega_z \gg \hbar/\tilde{\mu}_{\rm BEC}$). The extracted atom number for one side, $N_{\rm L}$, is measured by fluorescence imaging and used to calculate the outcoupling rate according to $\Gamma = N_{\rm L}/N_0\, t_{\rm rf}$, the depletion of the BEC being negligible for our parameters. An experimental spectrum is shown in figure 4 for a coupling strength $\Omega_{\rm rf}/2\pi = 15.1$ Hz and is compared to our calculations.

For a coupling at the BEC side, we find fair agreement with the predictions, without any free parameters. However, we observe a deviation when the outcoupling position is moved towards the BEC edge. There the spectrum is broadened, leading to a total extension of the spectrum around 3 kHz, i.e. slightly above the expected value given by the chemical potential ($\tilde{\mu}_{\rm BEC}/h = 2.5$ kHz). Such a broadening can be traced to the presence of residual thermal atoms.

Looking at the coupling near the BEC center, the situation is balanced. On the one hand, we recover a peaked shape associated with the sharp variation in the coupling rate around the zero detuning. It shows that the rapid magnetic fluctuations have been fairly suppressed. By adjusting our data with a convoluted theoretical spectrum (not shown), we indeed found that they have a negligible effect. More precisely, this allows us to set an upper bound around 70 μG rms (50 Hz converted in frequency unit) for these short-term fluctuations. This was achieved by using a magnetic shielding and actively stabilizing the current I_0 that creates the bias field ($\Delta I/I_0 \sim 10$ ppm rms).

On the other hand, the spectrum is 'scrambled' in this region by the remaining long-term (shot-to-shot) fluctuations. Those can be estimated around 250 μG rms (200 Hz) and prevent

at the moment a detailed investigation of the narrow peaked structure. *De facto*, the observed maximum outcoupling rate lies around $\Gamma \sim 1.5\,\mathrm{s}^{-1}$, still far from the expected maximum (see figure 3). As we shall see in the next section, let us stress that this difference may very unlikely be attributed to saturation effects beyond the weak coupling regime.

4. Flux limitations for the rf GAL

In this section, we make explicit the weak coupling limits for the GAL. We show that they originate from the emergence of bound states in the coupling process and we especially emphasize their close link with the 'quantum pressure' for rf coupling schemes.

4.1. Weak coupling conditions

As already mentioned, the weak coupling regime is referred to as the situation where the coupling strength is low enough for the dynamics to be irreversible, i.e. well described by the Born Markov approximation. This imposes several conditions associated with different physical phenomena.

Building on the modeling of the outcoupling process as the coupling to a continuum, one can first derive a necessary condition: the memory time t_m of the continuum has to be short enough for the extracted atoms not to be coupled back to the trapped state, i.e. $\Gamma t_\mathrm{m} \ll 1$ [15, 16]. This finite time t_m being linked to the finite *effective* width of the continuum, $t_\mathrm{m} \sim \hbar/\Delta$, the condition can be equivalently written in the canonical form $\Gamma \ll \Delta$ [17, 29]. From the double structure of the outcoupling spectrum discussed in section 3.3, we expect this limit to evolve from $\Gamma \ll \omega_z$ for an outcoupling near the BEC center to $\Gamma \ll \tilde{\mu}_\mathrm{BEC}/\hbar$ at the BEC side.

However, a more strict condition arises from the emergence of bound states in the rf dressed basis, as first mentioned by Stenholm *et al* [32, 33] in the context of laser-induced molecular excitations. If the coupling strength is increased above a certain critical value, part of the atoms remain indeed trapped in a coherent superposition of the atom laser and BEC states, and do not escape the coupling region. Such a phenomenon leads to a strong modification of the outcoupling dynamics [18, 19] and ultimately results in the shut-down of the atom laser, as observed experimentally [14, 20, 21].

Following the analysis of Debs *et al* [14], the critical coupling strength $\Omega^\mathrm{c}_\mathrm{rf}$ coincides with the adiabatic following condition in the rf dressed potentials. These potentials are shown in figure 5 for an outcoupling at the BEC side. In this case, the local acceleration $g_\mathrm{eff} = \omega_z^2 z_E$ is finite at the anti-crossing position (i.e. the classical turning point z_E given by equation (5)) and the results of [34] apply. From the transfer probability between the two dressed states[5], one can therefore infer the weak coupling limit

$$\Omega^\mathrm{c}_\mathrm{rf} \sim \left(\frac{2mg_\mathrm{eff}^2}{\pi^2\hbar}\right)^{1/3} = \left(\frac{2}{\pi}\right)^{2/3}\left(\delta\omega_\mathrm{rf}\omega_z^2\right)^{1/3} \tag{9}$$

for $\delta\omega_\mathrm{rf} \gg \omega_z$. Such an expression shows particularly well the importance of having a large local acceleration, which pushes out the extracted atoms and prevents their recapture, to achieve a large critical coupling, i.e. a large flux [14].

[5] The transfer probablity $P \sim \exp - (\Omega_\mathrm{rf}/\Omega^\mathrm{c}_\mathrm{rf})^{3/2}$ of [34] can be seen as the extrapolation of the Landau–Zener formula for a particle starting at zero velocity at the crossing position.

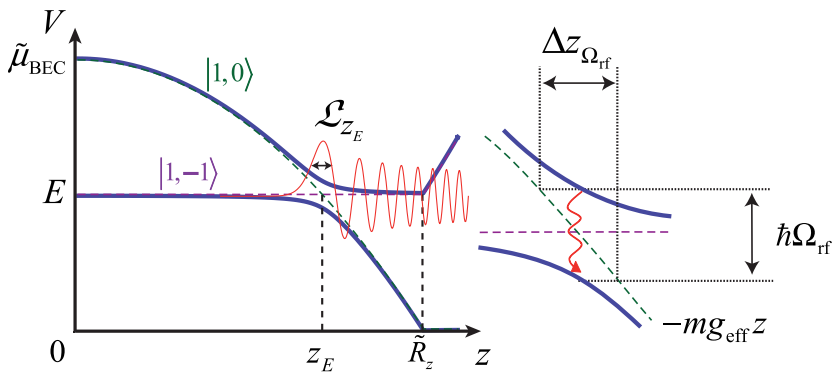

Figure 5. Energy level crossing in the dressed state basis at given rf detuning $\delta\omega_{\rm rf}$ and coupling strength $\Omega_{\rm rf}$. Dashed lines: bare potentials for the BEC ($|1,-1\rangle$) and atom laser ($|1,0\rangle$) states. Solid lines: dressed state potentials. The crossing position z_E corresponds to the classical turning point and $g_{\rm eff} = \omega_z^2 z_E$ the local acceleration. The typical anti-crossing extension is given by $\Delta z_{\Omega_{\rm rf}} = \hbar\Omega_{\rm rf}/mg_{\rm eff}$. Red line: stationary atom laser wave function $\phi_{\rm L,E}$. $\mathcal{L}_{z_E}$ is the typical extension of the first lobe (see text).

Interestingly, one finds that the anti-crossing extension (see the inset of figure 5) corresponding to the critical coupling strength $\Delta z_{\Omega_{\rm rf}^{\rm c}} = \hbar\Omega_{\rm rf}^{\rm c}/mg_{\rm eff}$ coincides precisely to the typical Airy lobe size $\mathcal{L}_{z_E}$ of the stationary atom laser wave function $\phi_{\rm L,E}$: $\Delta z_{\Omega_{\rm rf}^{\rm c}} = (\hbar^2/2m^2 g_{\rm eff})^{1/3} \equiv \mathcal{L}_{z_E}$.

This suggests an alternative picture to recover the limit given by equation (9). As a matter of fact, the dressed state basis diagonalizes the bare potentials and coupling at each position, i.e. the complete Hamiltonian, except for the kinetic energy. Formally, it means that the kinetic energy term drives the coupling between the two dressed states. The decay from one state to the other is then governed by its relative importance compared to the coupling strength (see e.g. [34]). The adiabatic following condition can thus be reformulated as $E_k(z_E) \ll \hbar\Omega_{\rm rf}^{\rm c}$, where $E_k(z_E)$ is the kinetic energy at the crossing position. In the case of an rf outcoupler, no momentum kick is imparted to the atoms and, in a semiclassical picture, they leave the outcoupling zone without initial velocity. However, $E_k(z_E) \sim \hbar^2/2m\mathcal{L}_{z_E}^2$ remains finite and is given by the so-called quantum pressure associated with initial confinement. This leads directly to the criterion (9) (apart from a scaling prefactor $(2/\pi)^{2/3}$ close to unity).

For an outcoupling near the BEC center, the local acceleration vanishes and the validity of (9) breaks down. However, the above approach based on the quantum pressure can be directly extended in this region, the Airy lobe size being replaced by the harmonic oscillator size σ_z. The critical coupling then reads

$$\Omega_{\rm rf}^{\rm c} \sim \frac{\omega_z}{(2\pi^2)^{1/3}}, \tag{10}$$

for $\delta\omega_{\rm rf} \lesssim \omega_z$ (for consistency, the scaling prefactor found above has been included). Note that it corresponds to the limit found in [18, 19], considering non-interacting atoms coupled into free space.

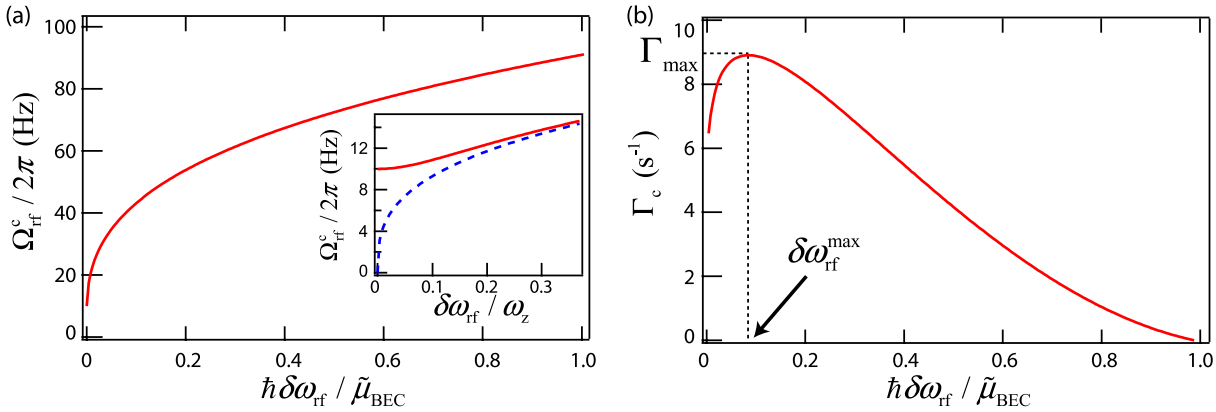

Figure 6. (a) Evolution of the critical coupling strength Ω^c_{rf} with the normalized outcoupling detuning $\hbar\delta\omega_{rf}/\tilde{\mu}_{BEC}$. Solid and dashed lines: Ω^c_{rf} given by equations (11) and (9), respectively. Inset: zoom around the zero detuning, with a normalization changed to ω_z. (b) Critical outcoupling spectrum $\Gamma_c(\delta\omega_{rf}) = \Gamma_{sc}(\Omega^c_{rf}, \delta\omega_{rf})$ for the detuning range $\delta\omega_{rf} \in [\omega_z/4,\ \tilde{\mu}_{BEC}/\hbar]$. Γ_{max} is the maximal coupling rate and $\delta\omega^{max}_{rf}$ the associated detuning. The parameters are the ones of section 3.4: $\omega_z/2\pi = 27$ Hz and $\tilde{\mu}_{BEC}/h = 2.5$ kHz.

Altogether, we bridge the gap between the two domains using the phenomenological expression

$$\Omega^c_{rf}(\delta\omega_{rf}) = \frac{\omega_z}{(2\pi^2)^{1/3}}\left[1 + 64\left(\frac{\delta\omega_{rf}}{\omega_z}\right)^2\right]^{1/6} \tag{11}$$

over the whole coupling spectrum (see figure 6(a)).

4.2. Critical outcoupling spectrum

From the limit given by equation (11), we deduce the critical outcoupling rate $\Gamma_c = \Gamma_{sc}(\Omega^c_{rf}, \delta\omega_{rf})$ for each detuning. Note that we use here the semiclassical expression (7) and restrain the detuning range to $\delta\omega_{rf} \in [\omega_z/4,\ \tilde{\mu}_{BEC}/\hbar]$ where this approximation is accurate. The resulting critical outcoupling spectrum is plotted in figure 6(b). Here, the very peaked structure has disappeared: the sharp decrease in $\Gamma_{sc}(\delta\omega_{rf})$ is indeed partly compensated for by the concomitant increase of $\Omega^c_{rf}(\delta\omega_{rf})$. In particular, the evolution of Γ_c is rather smooth around its maximum Γ_{max}, i.e. the overall maximum outcoupling rate achievable within the weak coupling regime. Such a maximum reads

$$\Gamma_{max} \equiv \max_{\delta\omega_{rf}}\left\{\Gamma_c(\delta\omega_{rf})\right\} \sim 0.22\frac{\omega_z}{(\tilde{\mu}_{BEC}/\hbar\omega_z)^{1/3}}, \tag{12}$$

the optimal outcoupling position $\delta\omega^{max}_{rf} \sim 0.08\,\tilde{\mu}_{BEC}/\hbar$ being shifted towards the BEC edge[6].

The above upper bound (12) is of particular importance as it allows us to explicitly define the operating range of the atom laser. It imposes a strict limitation on the outcoupling rate, having in particular $\Gamma_{max} \ll \omega_z$. Considering the experimental parameters of the previous

[6] Note that $\Gamma(\delta\omega_{rf})$ being less sensitive to residual fluctuations in this region (see section 3.3), the corresponding detuning $\delta\omega^{max}_{rf}$ is also optimal from a practical point of view.

section, one finds $\Gamma_{\max} \sim 8\,\mathrm{s}^{-1}$, i.e. a maximum flux $\mathcal{F}_{\max} = N_0\,\Gamma_{\max} \sim 10^6$ atoms s^{-1}. This is typically one or two orders of magnitude less than with 'common' schemes (see e.g. [14]). As already mentioned, such low flux operation was expected for the GAL. It can be traced to the very weak extracting force (only due to the interaction with the BEC) experienced by the atoms.

Finally, we can estimate the critical coupling strength for a detuning $\delta\omega_{\mathrm{rf}} \sim \omega_z/4$ corresponding to the maximum outcoupling rate in the weak coupling regime (see figure 3). As shown in the inset of figure 6, we find $\Omega^{\mathrm{c}}_{\mathrm{rf}} \sim 13$ Hz around this position, leading to $\Gamma_{\mathrm{c}} \sim 6\,\mathrm{s}^{-1}$. The coupling strength used to calculate the outcoupling spectrum presented in figure 3 being slightly above such a critical value ($\Omega_{\mathrm{rf}} = 15.1$ Hz), effects beyond the weak coupling regime should *a priori* be taken into account in the predictions. However, those may unlikely explain the experimental observations shown in figure 4, the apparent saturation being most certainly due to the residual shot-to-shot magnetic fluctuations.

4.3. Experimental investigation

Here we investigate experimentally the flux limitations by monitoring the extracted atom number N_{L} (still for one side) as the coupling strength Ω_{rf} is progressively increased. The trap frequencies are the same as in section 3.4 and the initial atom number is now $N_0 = 2 \times 10^5$ atoms, leading to $\tilde{\mu}_{\mathrm{BEC}}/h = 3.3$ kHz. The outcoupling time is decreased to $t_{\mathrm{rf}} = 20$ ms in order to keep the BEC depletion small enough for a large outcoupling rate. The results are shown in figure 7 for three different detunings ($\delta\omega_{\mathrm{rf}}/2\pi = 0.6$, 1.3 and 2.3 kHz). Note that they correspond to outcoupling positions at the BEC side, where the extracted atom number is less sensitive to the magnetic shot-to-shot fluctuations.

As expected, N_{L} agrees with the semiclassical predictions[7] for weak coupling strengths (see the inset of figure 7). However, a significant deviation appears when Ω_{rf} is increased and N_{L} starts to saturate. If a part of the deviation can be imparted to the depletion of the BEC, it cannot fully explain the observations. This is confirmed by comparing the experimental results with the solution[8] of $\mathrm{d}N_{\mathrm{L}}/\mathrm{d}(t) = \Gamma_{\mathrm{sc}}(N_{\mathrm{B}})N_{\mathrm{B}}$, Γ_{sc} still being given by equation (7) and $N_{\mathrm{B}} = N_0 - 2N_{\mathrm{L}}$ being the BEC atom number. In contrast, the numerical resolution of the coupled quasi-1D GP equations (equations (A.5) and (A.6)) fits well the experimental data, especially for the detuning $\delta\nu_{\mathrm{rf}} = 2.25$ kHz (red curve). The saturation at large N_{L} for the detunings $\delta\nu_{\mathrm{rf}} = 0.6$ and 1.29 kHz (green and blue curves) will be discussed below.

The disagreement between the experiments and our calculations based on the Fermi golden rule can be interpreted as a signature of the breakdown of the weak coupling regime. As a matter of fact, the onset of such deviation is well rendered, without any adjustable parameters, by the limit defined by equation (11). Thus, these observations comfort the analysis presented in section 4.1: as previously stressed for other schemes [14, 20, 21], the predominant flux limitation likely originates from the presence of bound states in the rf dressed potentials. As already mentioned, equation (11) finally allows us to properly define the quasi-continuous operating range of the GAL, which is symbolized by the gray area in figure 7. In particular, it gives a maximal N_{L} around 3×10^4 atoms for the parameters considered in this section, corresponding to a maximal flux $\mathcal{F}_{\max} \sim 1.5 \times 10^6$ atoms s^{-1}.

[7] Using either the Fermi golden rule (3) or the semiclassical expression (7) gives negligible differences for our parameters.

[8] An analytical solution can be derived as detailed in [35].

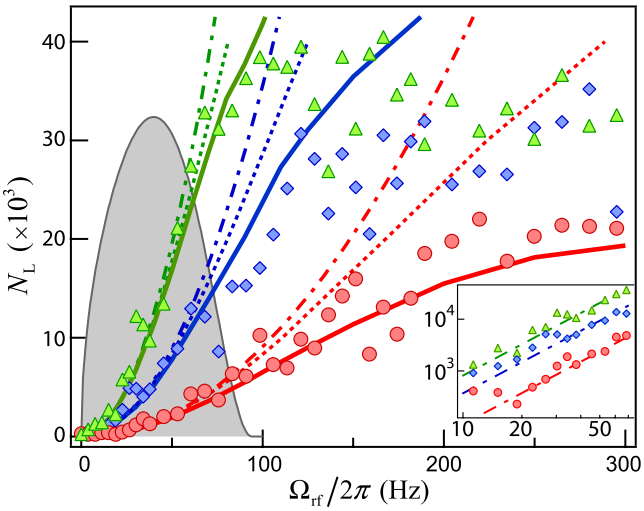

Figure 7. Experimental investigation of the weak coupling limits: the extracted atom number for one side N_L versus the coupling strength Ω_{rf} for different detunings. △ (green), $\delta\omega_{rf}/2\pi = 0.6 \pm 0.1$ kHz; ◊ (blue), $\delta\omega_{rf}/2\pi = 1.3 \pm 0.1$ kHz; ○ (red), $\delta\omega_{rf}/2\pi = 2.3 \pm 0.1$ kHz. The outcoupling time is $t_{rf} = 20$ ms. Dash-dotted lines: semiclassical prediction $N_L = \Gamma_{sc}(\delta\omega_{rf})\, t_{rf}$. Dotted lines: the same with the depletion of the BEC being taken into account (see text). Solid lines: numerical resolution of the coupled quasi-1D GP equations. The gray area corresponds to the weak coupling regime defined by equation (11). Its border (thin line) is given by the parametric curve $[N_L^c(\delta\omega_{rf}), \Omega_{rf}^c(\delta\omega_{rf})]$, $N_L^c = \Gamma_c(\delta\omega_{rf})t_{rf}$ being the critical outcoupled atom number. The inset is a zoom, in the log–log scale, of low rf coupling strength.

Before concluding, one should stress that these results support *a posteriori* the approximations made to model the GAL and to calculate the outcoupling rate. In the weak coupling regime defined by (11) (gray area in figure 7), we found indeed no signatures on the flux properties of any (i) BEC excitations, (ii) deviations from the quasi-1D regime or (iii) effects of intra-laser interactions. For the latter, their influence is characterized by the dimensionless parameter an_L, where n_L is the atom laser linear density. In the guide, it can be estimated using $n_L \sim \mathcal{F}/v$. Considering the typical propagation velocity $v \sim (2\tilde{\mu}_{BEC}/m)^{1/2} \sim 5\,\mathrm{mm\,s^{-1}}$ together with the maximal flux $\mathcal{F}_{max}$, one finds $(an_L)_{max} \sim 1.5$, i.e. slightly above the limit of the 1D mean-field regime defined by $an_L \lesssim 1$ (see appendix A). Increasing the flux further, the intra-laser interactions will profoundly modify the atom laser transverse wave function and so the transverse dynamics. Then our quasi-1D model may fail and it could explain the differences observed between the numerical simulations and the experiments at large outcoupled atom number (green and blue curves in figure 7).

5. Conclusion and discussion

We characterized in this paper the flux properties of the GAL. In particular, we showed that a quasicontinuous emission entails severe flux limitations ($\mathcal{F} \lesssim 10^6\,\mathrm{atoms\,s^{-1}}$) compared to other schemes. However, it does not *a priori* alter its very good promises in studying quantum

transport phenomena, both in the linear and the nonlinear regime. The inherent weak flux is indeed balanced by the very slow velocity propagation (and thus large de Broglie wavelength) offered by the rf outcoupling. It results in not so dilute atomic beams, typically within the 1D mean-field regime ($an_{\mathrm{L}} \leqslant 1$), as discussed above. In addition to single particle quantum effects (for instance quantum tunneling or Anderson localization), a rich variety of nonlinear phenomena can be observed, such as the atomic blockade or a soliton generation past a finite lattice [10].

As a matter of fact, nonlinear effects may show up for very dilute atomic beams, as well illustrated by the transmission through a 1D disorder slab (see e.g. [12]). There the interaction-induced localization–delocalization crossover should be observed for the critical sound velocity $c = (2\hbar\omega_{\perp} an_{\mathrm{L}}/m)^{1/2} \sim v/7$, i.e. deep in the supersonic regime. Taking $v = 2\,\mathrm{mm\,s^{-1}}$ as in [36], it corresponds to an atomic density $an_{\mathrm{L}} \sim 0.05$ (in dimensionless unit), well within the limits given in this paper.

In future, the scheme described here could be extended to other configurations. Along these lines, one may implement Raman outcoupling techniques or head towards 'all optical' techniques, similar to the one described in [6] but using Bragg transitions as an output coupler [37]. In addition, tuning the scattering length through Feshbach resonances (using a proper atomic species) would certainly offer new possibilities (see e.g. [38]).

To conclude, let us stress that complete characterization of the rf outcoupled GAL requires a detailed study of its longitudinal coherence, i.e. its energy linewidth, together with its transverse mode excitations. This will be the subject of future work.

Acknowledgments

We thank J-F Riou for fruitful discussions. This research was supported by CNRS, Direction Générale de l'Armement, ANR-08-blan-0016-01, IXSEA, EuroQuasar program of the EU. The Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique is a member of IFRAF.

Appendix A. Quasi-1D model

We detail here the quasi-1D model for the GAL. Firstly, we derive the quasi-1D coupled GP equations for the longitudinal wave functions $\phi_{\mathrm{B}} A(z,t)$ and $\phi_{\mathrm{L}}(z,t)$. Secondly, we present the approximated form resulting from the assumptions listed in section 2.2.

A.1. Quasi-1D coupled Gross–Pitaevskii (GP) equations

The rf magnetic field $B_{\mathrm{rf}} \cos \omega_{\mathrm{rf}} t$ (along a direction perpendicular to the biais field B_0) couples the BEC and atom laser states. In the rotating wave approximation, it results in the 'mean-field' Hamiltonian

$$\mathcal{H} = \begin{bmatrix} \frac{-\hbar^2}{2m}\triangle - \hbar\delta\omega_{\mathrm{rf}} + V_{\mathrm{B}} + \frac{g}{2}|\boldsymbol{\psi}|^2 & -\frac{\hbar\Omega_{\mathrm{rf}}}{2} \\ -\frac{\hbar\Omega_{\mathrm{rf}}}{2} & \frac{-\hbar^2}{2m}\triangle + V_{\mathrm{g}} + \frac{g}{2}|\boldsymbol{\psi}|^2 \end{bmatrix}, \tag{A.1}$$

where $\Omega_{\mathrm{rf}} = \mu_{\mathrm{B}} B_{\mathrm{rf}}/2\sqrt{2}$ is the coupling strength (taking the Landé factor $g_{\mathrm{F}} = -1/2$). $V_{\mathrm{B}} = V_{\mathrm{g}} + V_{\parallel,\mathrm{B}}$ is the sum of the transverse potential $V_{\mathrm{g}} = \frac{1}{2} m\omega_{\perp}^2 \boldsymbol{r}_{\perp}{}^2$ and the longitudinal confinement

$V_{\parallel,\mathrm{B}} = \frac{1}{2}m\omega_z^2 z^2$. As discussed in section 2.2, we write the total wave function in the separate form

$$\boldsymbol{\psi} = \begin{bmatrix} \phi_{\mathrm{B}}(z,t) \\ \phi_{\mathrm{L}}(z,t) \end{bmatrix} \psi_\perp(\boldsymbol{r}_\perp, n_{\mathrm{tot}}) \tag{A.2}$$

with the normalization condition $\int |\psi_\perp|^2 \,\mathrm{d}\boldsymbol{r}_\perp = 1$. The global normalization is here $\int |\boldsymbol{\psi}|^2 \,\mathrm{d}\boldsymbol{r}_\perp \,\mathrm{d}z = N_0$ such that $|\phi_{\mathrm{B}}|^2 = n_{\mathrm{B}}$ and $|\phi_{\mathrm{L}}|^2 = n_{\mathrm{L}}$ correspond, respectively, to the BEC and atom laser linear density. $n_{\mathrm{tot}} = n_{\mathrm{B}} + n_{\mathrm{L}}$ is the total linear density. Following the procedure of [24] (i.e. minimizing the action associated with the functional energy $\langle \boldsymbol{\psi}|\mathcal{H}|\boldsymbol{\psi}\rangle$), one obtains first the transverse stationary GP equation

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\triangle_\perp + V_{\mathrm{g}} + g n_{\mathrm{tot}}|\psi_\perp|^2\right)\psi_\perp = \mu_{\mathrm{eff}}(n_{\mathrm{tot}})\,\psi_\perp, \tag{A.3}$$

where μ_{eff} is the effective local chemical potential. From equation (A.3), $\psi_\perp$ depends implicitly on z via the total linear density, as written in (A.2). This property results from the hypothesis on g being independent of the magnetic substates.

In the so-called '1D mean-field' regime ($an_{\mathrm{tot}} \ll 1$), the weak interactions do not perturb $\psi_\perp$, which sticks to the fundamental Gaussian mode and $\mu_{\mathrm{eff}} \sim \hbar\omega_\perp(1+2an_{\mathrm{tot}})$. In the opposite strong density regime (3D TF regime defined by $an_{\mathrm{tot}} \gg 1$), $\psi_\perp$ is well approximated by an inverted parabola and $\mu_{\mathrm{eff}} \sim 2\hbar\omega_\perp\sqrt{an_{\mathrm{tot}}}$. Altogether, the phenomenological expression

$$\mu_{\mathrm{eff}} = \hbar\omega_\perp\sqrt{1+4an_{\mathrm{tot}}} \tag{A.4}$$

is very accurate for any interaction strength [39]. Using equation (A.4), one finally derives the quasi-1D coupled GP equations for the longitudinal dynamic,

$$\mathrm{i}\hbar\frac{\phi_{\mathrm{B}}}{\partial t} = \left(\frac{-\hbar^2}{2m}\triangle - \hbar\delta\omega_{\mathrm{rf}} + V_{\parallel,\mathrm{B}} + \mu_{\mathrm{eff}}\right)\phi_{\mathrm{B}} - \frac{\hbar\Omega_{\mathrm{rf}}}{2}\phi_{\mathrm{L}}, \tag{A.5}$$

$$\mathrm{i}\hbar\frac{\phi_{\mathrm{L}}}{\partial t} = \left(\frac{-\hbar^2}{2m}\triangle + \mu_{\mathrm{eff}}\right)\phi_{\mathrm{L}} - \frac{\hbar\Omega_{\mathrm{rf}}}{2}\phi_{\mathrm{B}}. \tag{A.6}$$

The numerical simulations presented in figure 7 are obtained from this set of equations.

A.2. Approximated form

The above set of equations can be simplified assuming (i) the adiabatic following of the BEC wave function and (ii) no intra-laser interactions ($an_{\mathrm{L}} = 0$). In the TF regime, equation (A.5) reduces indeed to

$$\mu_{\mathrm{BEC}} = \tfrac{1}{2}m\omega_z^2 z^2 + \hbar\omega_\perp\sqrt{1+4an_{\mathrm{B}}(z)}, \tag{A.7}$$

and the BEC linear density is

$$n_{\mathrm{B}}(z) = \frac{1}{4a}\left[\left(\frac{\mu_{\mathrm{BEC}}}{\hbar\omega_\perp}\right)^2\left(1-\frac{z^2}{R_z^2}\right)^2 - 1\right]\Theta\left(1-\frac{|z|}{\tilde{R}_z}\right). \tag{A.8}$$

The BEC edge is located at $\tilde{R}_z = (2\tilde{\mu}_{\mathrm{BEC}}/m\omega_z^2)^{1/2} \sim R_z - \hbar\omega_\perp/2\mu_{\mathrm{BEC}}$, with $\tilde{\mu}_{\mathrm{BEC}} = \mu_{\mathrm{BEC}} - \hbar\omega_\perp$. Except around this position (where the density is extremely weak), it is very well approximated by $n_{\mathrm{B}}(z) \sim 15N_0/16R_z(1-z^2/R_z^2)^2$ ($z \ll \tilde{R}_z$), leading to the usual expression

$\mu_{\rm BEC} = (15aN_0\hbar^2\omega_\perp^2\omega_z)^{2/5}m^{1/5}/2$. Here, the BEC depletion has been neglected but the time dependence can be included using $N_{\rm B}(t) = N_0 - 2N_{\rm L}(t)$ (where $N_{\rm L}$ is the atom number for one side) instead of N_0 in the preceding expressions.

From equation (A.4), the effective chemical potential reads finally

$$\mu_{\rm eff}(z) = \hbar\omega_\perp + \tilde{\mu}_{\rm BEC}\left(1 - \frac{z^2}{\tilde{R}_z^2}\right)\Theta\left(1 - \frac{|z|}{\tilde{R}_z}\right). \tag{A.9}$$

It acts as an effective 1D potential for the atom laser ($V_\parallel \equiv \mu_{\rm eff}$), whose dynamics are described by the Schrödinger equation,

$$\mathrm{i}\hbar\frac{\phi_{\rm L}}{\partial t} = \left(-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial z^2} + V_\parallel(z)\right)\phi_{\rm L} - \frac{\hbar\Omega_{\rm rf}}{2}\phi_{\rm B}A. \tag{A.10}$$

For dilute atom laser beams, the intra-laser interactions can be added in a perturbative way in expression (A.4). In the guide, it corresponds to the 1D mean-field regime ($an_{\rm L} \ll 1$). There, $\mu_{\rm eff} \sim \hbar\omega_\perp(1 + 2an_{\rm L})$ and the propagation of $\phi_{\rm L}$ along the guide (with the eventual presence of an obstacle $V_{\rm obst}$) is governed by the nonlinear equation

$$\mathrm{i}\hbar\frac{\phi_{\rm L}}{\partial t} = \left(-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial z^2} + V_{\rm obst} + 2\hbar\omega_\perp an_{\rm L}\right)\phi_{\rm L}. \tag{A.11}$$

Appendix B. Stationary longitudinal atom laser wave function $\phi_{\rm L,E}$

We calculate here the atom laser wave function $\phi_{\rm L,E}$ at the energy $E = \tilde{\mu}_{\rm BEC} - \hbar\delta\omega_{\rm rf}$. This is the stationary solution of the 1D Schrödinger equation in the effective potential $V_\parallel(z)$ (see equation (A.10)). In dimensionless units (length and energy units being, respectively, σ_z and $\hbar\omega_z/2$), it reads

$$\left[-\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}\bar{z}^2} - \bar{z}^2\,\Theta(1 - |\bar{z}|/\bar{R}_z) + \bar{\delta}\right]\phi(\bar{z}) = 0, \tag{B.1}$$

where $\bar{\delta} = 2\delta\omega_{\rm rf}/\omega_z$ is the frequency detuning and $\bar{R}_z = \tilde{R}_z/\sigma_z$ the corrected TF radius. In the BEC zone ($\bar{z} < \bar{R}_z$), the potential is an inverted harmonic oscillator and the odd and even stationary solutions are [40, 41]

$$\phi_{\rm o}(\bar{z}) = \bar{z}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\bar{z}^2/2}\,\mathrm{F}\left(\frac{3 - \mathrm{i}\bar{\delta}}{4}\left|\frac{3}{2}\right|\mathrm{i}\bar{z}^2\right), \tag{B.2}$$

$$\phi_{\rm e}(\bar{z}) = \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\bar{z}^2/2}\,\mathrm{F}\left(\frac{1 - \mathrm{i}\bar{\delta}}{4}\left|\frac{1}{2}\right|\mathrm{i}\bar{z}^2\right), \tag{B.3}$$

where $\mathrm{F}(a|b|x)$ are the confluent hypergeometric functions [42]. The BEC wave function being symmetric, the odd contribution vanishes in the overlap integral of the Fermi golden rule (equation (3)). We thus only consider the even function ($\phi\,(\bar{z} \leqslant \bar{R}_z) = A\,\phi_{\rm e}(z)$, with A a prefactor to be determined below) and restrict the analysis to $\bar{z} \geqslant 0$.

Outside the BEC, the wave function ϕ is connected to a stationary plane wave. Introducing a quantization box of size L, it takes the form

$$\phi(\bar{z} > \bar{R}_z) = \frac{1}{\sqrt{\bar{L}}}\,\sin(\bar{k}\bar{z} + \varphi), \tag{B.4}$$

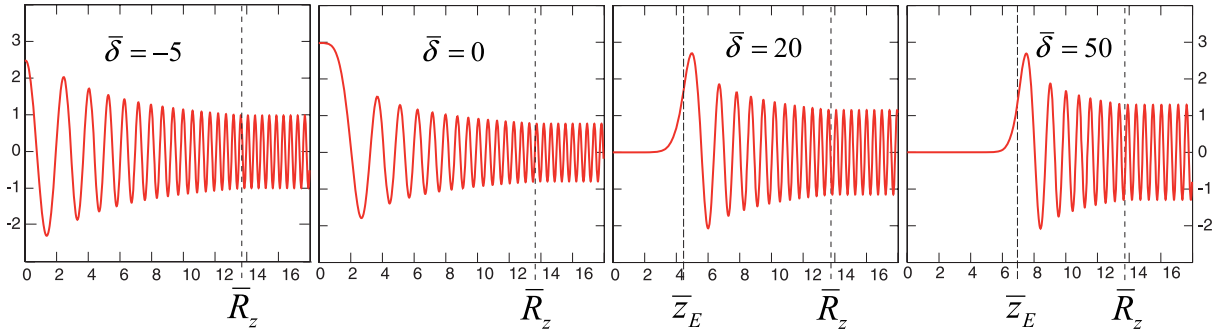

Figure B.1. Longitudinal wave function $\phi(\bar{z})$ for different normalized rf detunings ($\bar{\delta} = -5$, 0, 20 and 50). The numerical parameters ($\bar{\mu}_{\mathrm{BEC}} = 2\tilde{\mu}_{\mathrm{BEC}}/\hbar\omega_z = 185$, corresponding to $\bar{R}_z = 13.6$) are those of section 3.4. $\bar{z}_E = \bar{\delta}^{1/2}$ is the classical turning point position in normalized unit.

with the dimensionless momentum $\bar{k} = \bar{E}^{1/2}$ associated with the atom laser kinetic energy in the guide. From the continuity of ϕ and its derivative at the BEC edge ($\bar{z} = \bar{R}_z$), the two free parameters A and φ read

$$A = \frac{\mathrm{e}^{\mathrm{i}\bar{R}_z^2/2}}{\sqrt{\bar{L}}} \frac{\sin(\bar{k}\bar{R}_z + \varphi)}{\mathrm{F}(\alpha|1/2|\mathrm{i}\bar{R}_z^2)}, \tag{B.5}$$

$$\varphi = -\bar{k}\bar{R}_z + \arctan\left[\frac{\mathrm{i}\bar{k}/\bar{R}_z}{1 - 4\alpha\frac{\mathrm{F}(\alpha+1|3/2|\mathrm{i}\bar{R}_z^2)}{\mathrm{F}(\alpha|1/2|\mathrm{i}\bar{R}_z^2)}}\right]. \tag{B.6}$$

Here, $\alpha = (1 - \mathrm{i}\bar{\delta})/4$ and we use the relation $\frac{\mathrm{dF}}{\mathrm{d}x}(a|b|x) = (a/b)\mathrm{F}(a+1|b+1|x)$ [42]. Note that a WKB calculation will lead to a similar result [43], apart from around the classical turning point z_E.

From the knowledge of $\phi_{\mathrm{L,E}}$ (see figure B.1) and ϕ_{B} (equation (A.8)), we calculate the overlap integral in the outcoupling rate expression (3). Here, the density of states for a 1D box of size L is $\eta(E) = L(2m/E)^{1/2}/2\pi\hbar$ (the presence of the mean-field potential in the overlap region with the BEC has a negligible effect for $L \to \infty$).

References

[1] Mewes M O, Andrews M R, Kurn D M, Durfee D S, Townsend C G and Ketterle W 1997 *Phys. Rev. Lett.* **78** 582–5

[2] Hagley E W, Deng L, Kozuma M, Wen J, Helmerson K, Rolston S L and Philips W D 1997 *Science* **283** 1706–9

[3] Bloch I, Hänsch T W and Esslinger T 1999 *Phys. Rev. Lett.* **82** 3008–11

[4] Cennini G, Ritt G, Geckeler C and Weitz M 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 240408

[5] Guerin W, Riou J F, Gaebler J P, Josse V, Bouyer P and Aspect A 2006 *Phys. Rev. Lett.* **97** 200402

[6] Couvert A, Jeppesen M, Kawalec T, Reinaudi G, Mathevet R and Guéry-Odelin D 2009 *Europhys. Lett.* **83** 50001

Couvert A, Jeppesen M, Kawalec T, Reinaudi G, Mathevet R and Guéry-Odelin D 2008 *Europhys. Lett.* **85** 19901

[7] Kleine Büning G, Will J, Ertmer J W, Klempt J and Arlt J 2010 *App. Phys.* B **100** 117–23
[8] Carusotto I 2001 *Phys. Rev.* A **63** 023610
[9] Leboeuf P and Pavloff N 2001 *Phys. Rev.* A **64** 033602
[10] Carusotto I 2002 *Phys. Rev.* A **65** 053611
[11] Paul T, Richter K and Schlagheck P 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 020404
[12] Paul T, Albert M, Schlagheck P, Leboeuf P and Pavloff N 2009 *Phys. Rev.* A **80** 033615
[13] Gattobigio G L, Couvert A, Georgeot B and Guéry-Odelin D 2010 *New J. Phys.* **12** 085013
[14] Debs J E, Döring D, Altin P A, Figl C, Dugué J, Jeppesen M, Schultz J T, Robins N P and Close J D 2010 *Phys. Rev.* A **81** 013618
[15] Moy G M, Hope J J and Savage C M 1999 *Phys. Rev.* A **59** 667–75
[16] Jack M W, Naraschewski M, Collet M J and Walls D F 1999 *Phys. Rev.* A **59** 2962–73
[17] Gerbier F, Bouyer P and Aspect A 2001 *Phys. Rev. Lett.* **86** 4729–32
Gerbier F, Bouyer P and Aspect A 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 059905
[18] Hope J J, Moy G M, Collet M J and Savage C M 2000 *Phys. Rev.* A **61** 023603
[19] Jeffers J, Horak P, Barnett S M and Radmore P M 2000 *Phys. Rev.* A **62** 043602
[20] Robins N P, Morison A K, Hope J J and Close J D 2005 *Phys. Rev.* A **72** 031606
[21] Robins N P, Figl C, Haine S A, Morrison A K, Jeppesen M, Hope J J and Close J D 2006 *Phys. Rev. Lett.* **96** 140403
[22] Dalfovo F, Giorgini S, Pitaevskii L P and Stringari S 1999 *Rev. Mod. Phys.* **71** 463–512
[23] Burke J P, Bohn J L, Esry B D and Greene C H 1997 *Phys. Rev.* A **55** R2511–4
[24] Jackson A D, Kavoulakis G M and Pethick C J 1998 *Phys. Rev.* A **58** 2417–22
[25] Guerin W 2007 *PhD Thesis* Université Paris XI
[26] Gardiner C W and Zoller P 1991 *Quantum Noise* (Berlin: Springer)
[27] Band Y B, Julienne P S and Trippenbach M 1999 *Phys. Rev.* A **59** 3823–31
[28] Gerbier F 2003 *PhD Thesis* Université Paris VI
[29] Cohen-Tannoudji C, Dupont-Roc J and Grynberg G 1992 *Atom-Photon Interactions: Basic Processes and Applications* (New York: Wiley)
[30] Fauquembergue M, Riou J F, Guerin W, Rangwala S, Moron F, Villing A, Le Coq Y, Bouyer P, Aspect A and Lécrivain M 2005 *Rev. Sci. Instrum.* **76** 103104
[31] Desruelle B, Boyer V, Murdoch S G, Delannoy G, Bouyer P, Aspect A and Lécrivain M 1999 *Phys. Rev.* A **60** R1759–62
[32] Stenholm S and Paloviita A 1997 *J. Mod. Opt.* **44** 2533–50
[33] Paloviita A, Suominen K A and Stenholm S 1997 *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **30** 2623–32
[34] Zobay O and Garraway B M 2004 *Phys. Rev.* A **69** 023605
[35] Bernard A 2010 *PhD Thesis* Université Paris VI
[36] Billy J, Josse V, Zuo Z, Bernard A, Hambrecht B, Lugan P, Clément D, Sanchez-Palencia L, Bouyer P and Aspect A 2008 *Nature* **453** 891–4
[37] Kozuma M, Deng L, Hagley E W, Wen L, Lutwak R, Helmerson K, Rolston S and Philips W D 1999 *Phys. Rev. Lett.* **82** 871–5
[38] Duan Z, Fan B, Yuan C H, Cheng J, Zhu S and Zhang W 2010 *Phys. Rev.* A **81** 055602
[39] Gerbier F 2004 *Europhys. Lett.* **66** 771–7
[40] Morse P M and Feshbach H 1953 *Methods of Theoretical Physics* (New York: McGraw-Hill)
[41] Fertig H A and Halperin B I 1987 *Phys. Rev.* B **36** 7969–76
[42] Abramowitz M and Stegun I A 1972 *Handbook of Mathematical Functions* (New York: Dover)
[43] Messiah A 1958 *Quantum Mechanics* (New York: Wiley)

C. R. Physique 12 (2011) 417–432

Contents lists available at ScienceDirect

Comptes Rendus Physique

www.sciencedirect.com

Article for the 50th anniversary of the invention of the LASER

Application of lasers to ultra-cold atoms and molecules

Application des lasers aux atomes et molécules froids

Hélène Perrin [a,f,*], Pierre Lemonde [b,f], Franck Pereira dos Santos [b,f], Vincent Josse [c,f], Bruno Laburthe Tolra [a,f], Frédéric Chevy [d,f], Daniel Comparat [e,f]

[a] *Laboratoire de physique des lasers, CNRS and Université Paris 13, 99, avenue J.-B. Clément, 93430 Villetaneuse, France*
[b] *LNE-SYRTE, observatoire de Paris, CNRS and UPMC, 61, avenue de l'observatoire, 75014 Paris, France*
[c] *LCFIO, institut d'optique Graduate School and CNRS, campus Polytechnique, RD128, 91127 Palaiseau cedex, France*
[d] *Laboratoire Kastler Brossel, ENS, CNRS, UPMC, 24, rue Lhomond, 75005 Paris, France*
[e] *Laboratoire Aimé-Cotton, CNRS, Univ Paris-Sud, bât. 505, 91405 Orsay cedex, France*
[f] *IFRAF, institut francilien de recherche sur les atomes froids, 45, rue d'Ulm, 75005 Paris, France*

ARTICLE INFO

Article history:
Available online 19 May 2011

Keywords:
Laser
Cooling
Ultra-cold
Atom
Molecule
Metrology

Mots-clés :
Laser
Refroidissement
Ultra froid
Atome
Molécule
Métrologie

ABSTRACT

In this review, we discuss the impact of the development of lasers on ultra-cold atoms and molecules and their applications. After a brief historical review of laser cooling and Bose–Einstein condensation, we present important applications of ultra-cold atoms, including time and frequency metrology, atom interferometry and inertial sensors, atom lasers, simulation of condensed matter systems, production and study of strongly correlated systems, and production of ultra-cold molecules.

© 2011 Académie des sciences. Published by Elsevier Masson SAS. All rights reserved.

RÉSUMÉ

Cette revue présente l'impact de l'avènement des lasers pour la physique des atomes ultrafroids, des molécules, et de leurs applications. Après un rappel historique sur le développement du refroidissement d'atomes depuis les années 1960, nous présenterons quelques applications importantes des atomes ultra froids, pour lesquelles les lasers jouent un rôle essentiel. Ils sont tout d'abord utilisés pour refroidir les atomes jusqu'à des températures très basses, de l'ordre du microkelvin. L'utilisation de ces atomes froids en métrologie du temps et des fréquences a permis d'atteindre des degrés d'exactitude inégalés dans les horloges atomiques. Les atomes froids sont également une source de choix pour concevoir des senseurs inertiels basés sur l'interférométrie atomique. Dans un second temps, les atomes peuvent être refroidis davantage, jusqu'au seuil de la condensation de Bose–Einstein, aux alentours de 0,1 microkelvin. Ils se comportent alors comme une onde de matière cohérente, un « laser à atomes », qu'on pourra utiliser en interférométrie atomique comme on utilise les lasers en interférométrie optique. Les condensats peuvent eux-mêmes être confinés par des lasers focalisés, ce qui permet par exemple d'étudier le degré de liberté de spin ou de manipuler les interactions entre atomes. Grâce au grand degré de contrôle que l'on a sur les paramètres clé (densité, interactions, température, spin, ...), les atomes froids sont à présent utilisés comme simulateurs quantiques : des systèmes plus complexes sont accessibles à l'expérience,

* Corresponding author.
E-mail addresses: helene.perrin@univ-paris13.fr (H. Perrin), pierre.lemonde@obspm.fr (P. Lemonde), franck.pereira@obspm.fr (F. Pereira dos Santos), vincent.josse@institutoptique.fr (V. Josse), bruno.laburthe-tolra@univ-paris13.fr (B. Laburthe Tolra), frederic.chevy@lkb.ens.fr (F. Chevy), daniel.comparat@lac.u-psud.fr (D. Comparat).

1631-0705/$ – see front matter © 2011 Académie des sciences. Published by Elsevier Masson SAS. All rights reserved.
doi:10.1016/j.crhy.2011.04.013

comme les ensembles atomiques fortement corrélés ou les molécules. Celles-ci peuvent être produites par association d'atomes ultra froids, ou par refroidissement de molécules, ces deux approches ayant conduit récemment à des avancées spectaculaires.

© 2011 Académie des sciences. Published by Elsevier Masson SAS. All rights reserved.

1. Introduction

The manipulation of dilute gases with light is a good example of a field where a major technological step – the development of lasers – triggered important achievements in fundamental research – high resolution spectroscopy, laser cooling and trapping, and Bose–Einstein condensation – which in turn contributed to the development or improvement of new technologies – atomic fountain clocks, atomic gyrometers, atom lasers, quantum simulators, ... The mechanical effect of light on matter was first demonstrated in 1901, where radiation pressure was evidenced independently by Lebedev, and Nichols and Hull [1]. Otto Frisch demonstrated in 1933 that individual particles from a beam of sodium are deflected by the radiation pressure of a sodium lamp [2]. However, these early demonstration experiments were not developed further until the advent of lasers. Only ten years after the first demonstration of the laser, Ashkin proposed to use laser light to manipulate the external degrees of freedom of atoms [3]. The first experiments using lasers for deflecting an atomic beam were performed two years later [4].

The mechanical action of light on matter, described as light forces, is linked to the momentum transfer of a photon recoil $\hbar k$ in the absorption or emission process of one single photon of wave vector k. Light is coupled to atoms by the interaction between the electric light field and the atomic dipole. Two kinds of light forces can be distinguished, radiation pressure and the dipole force [5]. Radiation pressure is a *dissipative* force and corresponds to the absorption of a photon from a light source followed by the spontaneous emission of another photon. As spontaneous emission is a random process with equal probabilities in opposite directions, a net average force is built in the direction of the light wave vector when this process is repeated. Radiation pressure is particularly efficient with a laser tuned on a strong cycling transition of an atom or ion, and accelerations of order 10^5 $\mathrm{m\,s^{-2}}$ can be reached with moderate laser powers of a few mW. Radiation pressure depends on the laser frequency like the photon scattering rate and is maximum on resonance. On the other hand, a redistribution of photons in the light field occurs when the absorption is followed by a *stimulated* emission. These processes lead to an energy shift of the atomic states known as light shift. The variation of the light shift in space, linked to intensity gradients in the light field, is responsible for the dipole force, which is *conservative*. The dipole force vanishes on resonance and is opposite for opposite detunings of the light frequency with respect to the atomic transition. Depending on the value of the detuning, either one or the other force can be dominant. Historically, the first experiments on atomic manipulation made use of the radiation pressure only as the dipole force becomes important for rather cold atomic samples.

In 1975, Hänsch and Schawlow [6] suggested to take benefit of the Doppler effect to make the radiation pressure velocity-dependent: laser cooling was born. At the same time, a similar idea was proposed by Wineland and Dehmelt to cool trapped ions [7]. Tuning two counter-propagating lasers below the atomic resonance favours the absorption from the laser propagating against the atom, which is set closer to resonance by the Doppler shift. Hence, the radiation pressures from the two lasers are unbalanced and a net force acts against the atomic velocity, leading to dissipation and cooling. This Doppler cooling scheme can be generalised to all three dimensions of space with six laser beams. It leads to very low but finite velocities, limited to typically a few cm/s by the fluctuation of the instantaneous force due to absorption and spontaneous emission of individual photons. As the energy extracted at each absorption–emission cycle, the recoil energy, is rather low, many cycles are necessary to efficiently cool thermal atoms. Cooling therefore requires an almost closed transition, which can be found in many atoms. However, this requirement is very demanding in the case of molecules.

If laser cooling could be implemented in 1978 soon after these proposals with trapped ions [8], it was not the case for neutral atoms. Indeed, due to a smaller interaction of neutral atoms with external fields, conservative traps are not deep enough to first trap atoms at room temperature before applying laser cooling, as is the case for ions, and the interaction time between lasers and thermal atomic beams is not large enough to allow for efficient cooling. An additional decelerating step was necessary before laser cooling could be applied, and this was achieved in 1985 with the first Zeeman slower [9]: a laser propagating against an atomic beam is maintained into resonance during the deceleration process thanks to an inhomogeneous magnetic field, the Zeeman shift compensating for the Doppler shift everywhere on the atomic trajectory. The first implementation of laser cooling in a six-beam molasses, loaded by a Zeeman slower, followed immediately [10].

An important step toward the applications of cold atoms was the implementation of the first magneto-optical trap by Raab et al. in 1987, following a suggestion of Dalibard [11]. The basic idea is to make the radiation not only velocity- but also position-dependent by the addition of a magnetic field gradient to the setup. The Zeeman shift splits the magnetic substates of both the ground state and the excited state, which makes the transition frequency sensitive to the local magnetic field and hence to the position. This results in a restoring force. The magneto-optical trap setup was even simplified in 1990 by Monroe et al. who demonstrated that the atoms could be loaded directly from the low velocity tail of a vapour at room temperature [12]. The magneto-optical trap represented a major step in the quest for large phase space densities in atomic vapours [13], essential for Bose–Einstein condensation.

Laser cooling has proven to be an extremely powerful technique to reach low temperatures in an atomic vapour. Indeed, the temperature of 40 μK obtained with sodium atoms was even lower than the 240 μK predicted by a theory based on

Doppler cooling only [14]. This is due to the combination of optical pumping and differential light shift between magnetic sub-states of the atomic ground state, atoms being always pumped into the sub-state with the lowest energy [15]. The demonstration of laser cooling of atoms and the theoretical developments for its understanding were rewarded by the 1997 Nobel prize in physics [16].

With the progress of laser cooling, the use of the dipole force to act on atoms became relevant. With blue-detuned lasers – detuned above the atomic transition – atoms are pushed away from the regions of high intensity, whereas they are attracted towards the regions of high intensity in the case of a red detuning. The dipole force is proportional to the gradient of the light intensity, and Cook and Hill proposed in 1982 to use the huge intensity gradient of an evanescent wave at the surface of a dielectric to repel atoms from the surface [17]. This kind of *atom mirror* was demonstrated by Balykin et al. a few years later [18]. Ashkin proposed in 1978 to trap atoms at the focus point of a red-detuned laser [19]. This was realised in 1986 when Chu et al. loaded atoms from an optical molasses into the first *dipole trap* [20]. Since then, dipole traps have became an important tool of ultra-cold atom experiments [21]. In particular, optical lattices [22], where atoms are trapped in the nodes or antinodes of a light standing wave created by the interference of laser beams, have had important applications in quantum simulation [23–25] as well as in time metrology, as described in Section 2.

In fact, the importance of laser cooling for time and frequency metrology was recognised very early. The long measurement times available with very slow atoms made possible in 1989 the successful realisation of the Zacharias fountain [26]. The idea is to launch atoms vertically to let them interact twice with the microwave cavity tuned to the caesium hyperfine frequency defining the second, and detect Ramsey fringes. The delay of typically 0.5 s between the two interactions sets the uncertainty on the measurement. The atom fountain is used now on an everyday basis to determine the International Atomic Time (TAI). The recent development of optical clocks with neutral atoms in optical lattices was again allowed by laser cooling and laser trapping in standing waves, see Section 2. Here, a transition in the optical domain is used, improving greatly the uncertainty in the relative frequency. Moreover, the advent of femtosecond combs, celebrated by the 2005 Nobel prize [27], made possible the direct comparison of this optical frequency with the microwave frequency standard.

Cold atoms are also used in atom interferometers as very sensitive inertial sensors, as discussed in Section 3: the best atomic gravimeters and gyrometers compete with state of the art instruments [28]. Here, the coherence of the atomic source will be an advantage. As monomode lasers of large coherence length greatly improved light interferometry, the development of an *atom laser* is of great interest for improving the coherence of atom interferometers. A giant step towards this goal has been made in 1995 with the first observation of Bose–Einstein condensation in dilute gases, for which the Nobel prize was attributed in 2001 to Cornell, Ketterle and Wieman [29]. This was allowed by laser cooling followed by evaporative cooling in a magnetic trap [30]. An atom laser, as described in more detail in Section 4, is a coherent atomic source, in which all the atoms occupy a single quantum mode. Indeed, a Bose–Einstein condensate (BEC) fulfils this criterion: below the critical temperature, there is a macroscopic population of the ground state, a single quantum state.

The coherence of the BEC considered as a new source for atom optics was demonstrated soon after its first observation [31]. Even if the condensation is obtained with dilute gases, interactions between atoms play an essential role in the physics of the BEC. This can lead to phase diffusion and degrade the coherence length, especially in 1D atomic guides [32]. On the other hand, interactions provide non-linearity which may improve interferometers through, e.g., squeezing, in analogy to non-linear quantum optics [33]. Interactions are also responsible for the superfluidity of the condensate, evidenced by the presence of quantum vortices when the gas is set into rotation [34], in analogy with vortex lattices in superconductors. In fact, quantum gases can be seen as quantum liquids, which bridges atomic physics and condensed matter physics. Two striking examples are the observation in 2002 of the Mott insulator to superfluid transition with atoms in an optical lattice [35], an analogue to the Mott transition in solids, and more recently, the observation of Anderson localisation with cold atoms in a one-dimensional system [36,37] described in Section 4.

More generally, degenerate quantum gases can be considered as model systems, with easily tunable parameters, for difficult problems in condensed matter physics. In particular, the use of dipole traps – atom traps relying on the dipole force – to confine and produce BECs [38] opened the way to new experiments using a magnetic field as a free parameter: the study of new quantum phases for multi-component BECs [39,40], or the tuning of atomic interactions and non-linearity through a Feshbach resonance [41] to investigate strongly interacting regimes. Examples of the use of dipole traps for the production and the study of degenerate gases are given in Section 5. Fermions can also be laser cooled and evaporatively cooled to degeneracy, and the analogy with electrons in condensed matter is even more natural in this case. The regime of strongly interacting fermions is now available with Feshbach resonances in dipole traps, see Section 5.

Finally, the physics of cold matter has also been developed with more complex systems. Cold molecules can be formed from ultra-cold atoms through a Feshbach resonance and even be brought to Bose–Einstein condensation [42]. The grail of producing cold molecules of astronomical, biological or fundamental interest for high resolution spectroscopy or controlled cold chemistry is not reached yet. However, a major progress towards laser cooling of molecules has been accomplished recently both with neutral molecules [43,44] and molecular ions [45,46], and the expected developments are presented in Section 6.

2. Optical lattice clocks

Lasers are at the heart of the recent developments in the field of atomic clocks. A first revolution happened around 1990 with the advent of clocks using laser cooled atoms, known as atomic fountains [26,47]. The clock transition of Cs

or Rb atoms cooled down to about 1 μK can be probed for up to a second, i.e. two orders of magnitude longer than in traditional atomic beam apparatus. This leads to proportionally narrower atomic resonances. In addition, with these slow atoms, key physical effects like the Doppler frequency shift which is a long standing limitation to the clock accuracy, are strongly reduced. This results in a dramatic improvement of the clock performance and atomic fountains now come close their ultimate limits. The best devices exhibit a quantum limited residual frequency noise close to $10^{-14}\tau^{-1/2}$ with τ the averaging time in seconds and a control of systematic effects at a level of 3×10^{-16} in relative frequency [48,49].

In atomic fountains the frequency reference is a hyperfine transition of the atomic ground state at a frequency of 9.2 GHz for Cs and 6.8 GHz for Rb. It has long been anticipated that another revolution would be possible by switching to a transition in the optical domain, at a frequency that is 4 orders of magnitude larger [50]. Indeed both the quantum limit to frequency noise and the relative magnitude of most frequency shifts scale as $1/\nu$ with ν the clock frequency. This, however, required solving two major issues. The first is to be able to effectively measure optical frequencies and compare optical clocks which operate at a much too high frequency for the electronic devices used for that purpose in the microwave and radio-frequency (RF) domains. The solution to this problem came in the late 1990's with the advent of femtosecond frequency combs, another revolution which boosted the development of optical frequency standards since then [27,51].

The second issue is to tame the Doppler effect which remains the dominant term in the accuracy budget of fountains and is the major exception to the $1/\nu$ rule stated above. It is well known that confining the reference particles to a region of space that is smaller than the transition wavelength (sub-micrometre for an optical transition) is a way to cancel motional effects [52,53]. This is the Lamb–Dicke regime which is a key ingredient for narrow resonances in hydrogen masers or Mössbauer resonances. Confinement however generally shifts the clock frequency and it was thought for a long time that this idea could only be applicable for trapped ions in high accuracy clocks. Thanks to their external charge, ions can indeed be confined in relatively low fields. It was shown recently that all systematic effects could be controlled down to better than 10^{-17} in a clock using a single trapped Al^+ ion [54]. This clock sets a new state of the art in the field and outperforms atomic fountains by more than an order of magnitude. Using trapped neutral atoms in an optical clock still remains highly desirable since a large number of particles can be trapped and interrogated simultaneously thanks to the limited interaction between neutrals. The quantum limit to the detection signal to noise ratio scales as $\sqrt{N}$, with N the number of contributing particles so that an optical clock with 10^4 to 10^6 atoms could potentially surpass its single ion counterpart by 2 to 3 orders of magnitude in terms of residual frequency noise. Trapping neutral atoms in the Lamb–Dicke regime was experimentally demonstrated in the early 1990's by using optical lattices [22]. Optical lattices are periodic potentials formed by the interference of several laser beams which generate a set of trapping wells at a sub-micrometre scale. Efficient trapping however requires large fields which at first sight cannot be controlled at the required level. Beating gravity in an optical lattice typically demands a shift of the energy levels of tens of kHz, i.e. 10^{-10} of an optical frequency [55]. This implies a control of the lattice depth at the 10^{-8} level if one aims at a fractional accuracy in the 10^{-18} range!

This frequency shift problem can, however, be circumvented in an optical lattice clock thanks to a smart tailoring of the light shifts, as proposed in 2001 by H. Katori [56,57]. Katori proposed a configuration where the shift of both clock states exactly match. An optical lattice is based on the dipole force which generally speaking depends on the trap laser polarisation, intensity and frequency [21]. The clock transition in an optical lattice clock couples two states with zero total electronic angular momentum ($J = 0$). These spherically symmetrical states experience a dipole force that is to leading order independent of the field polarisation. In addition, the coupling between these states is extremely weak. It is in fact forbidden to all orders for a single photon coupling, so that the excited state is metastable allowing for long coherence times and consequently narrow resonances (the same kind of transition is used in an Al^+ or In^+ clock for this reason). For ^{87}Sr, which was the first atom for which the scheme was proposed, the transition is weakly allowed by hyperfine coupling only. Its natural linewidth is 1 mHz and will most probably never constitute a limit to the clock performance [58]. The key ingredient of the lattice clock scheme is to tune the lattice frequency to the so-called *magic frequency* such that the intensity dependence of the dipole force exerted on the clock states is identical to leading order. The only remaining critical parameter of the trapping field is in principle its frequency which can be controlled to its magic value extremely well ... ultimately by an atomic clock! Several atoms have the requested energy level structure for an optical lattice clock. This is the case for most alkaline-earth (Sr, Ca, Mg) and related atoms (Yb, Hg, ...) and several projects using these atoms have been started since 2001 mainly with Sr and Yb [59–65].

The proposal developed by Katori is based on leading order arguments, while several higher order effects have been identified as potential issues to the ultimate performance and should definitely be considered when the requested light shift cancellation lies in the 10^{-8} range. In addition these effects are usually difficult to predict theoretically with the requested accuracy. Several experiments progressively demonstrated that these potential issues actually do not constitute a serious limitation to the clock performance, down to the 10^{-17} level for Sr and Yb [66–68].

The most advanced optical lattice clock now has an accuracy in the low 10^{-16} range [69,70], already better than atomic fountains and approaching the best ion clocks performance. This corresponds to a control of the frequency of the laser probing the atoms to within less than 0.1 Hz. In addition, several measurements of the Sr clock transition frequency performed in different laboratories in totally different setups display a perfect agreement, strengthening further the confidence in the potential of these new apparatuses [71]. And much room for improvement remains. In terms of residual frequency noise, the state-of-the-art is marginally better than single ion clocks and approaches $10^{-15}\tau^{-1/2}$. This is about two orders of magnitude away from the expected quantum limit in these clocks using a large number of atoms, and results from a technical though very difficult issue, associated to the residual frequency noise of the laser probing the clock transition [72].

Several schemes have been proposed to either dwarf the measurement sensitivity to this noise source and/or reduce the noise source itself [73–75]. It is doubtless that in the coming years at least an order of magnitude can be gained which would allow extending the coherence time of the clock laser to tens of seconds or more by stabilisation to the atomic reference.

Optical lattice clocks are a topical example of the use of lasers in physics. Laser cooled atoms confined in a laser trap are excited by an ultra-stable probe laser which in turns allows one to further stabilise and accurately control the long term properties of this laser frequency. Frequency combs based on femtosecond laser pulses are then used to transfer these properties to other regions of the electromagnetic spectrum where they can be used to either generate a time-scale or perform more physics experiments [76]. The development of lattice clocks is indeed interesting in itself for the progress of the field of time and frequency metrology. But other very promising applications in other fields of physics are anticipated and already under investigation. An interesting case is the study of collisions between cold atoms in the lattice. The collisional properties of confined quantum gases is definitely a hot topic and the information retrieved from clock experiments are complementary to the ones deduced from the dynamics of degenerate quantum gases [77–79]. In a totally different field, optical lattice clocks can be used for fundamental physics experiments. The comparison and gathering of the measurements performed in different institutes allowed setting a very stringent constrain on the coupling of gravity with other fundamental interactions by looking the Sr/Cs clock frequency ratio in the various gravitational potentials provided by the ellipticity of the Earth rotation around the Sun [71]. In the future, more information could be gathered by sending these clocks in space in Earth-orbit or in deep space and several such projects have already been proposed to the European Space Agency (ESA) and are under investigation [80].

3. Atom interferometry

Another important application of laser cooled atoms concerns the development of atom interferometers. Because of the wave nature of matter, interferometry phenomena, which any physicist is familiar with in the case of light, can also be observed with particles, atoms or molecules. To reveal this fascinating feature, a major difficulty is to develop tools to manipulate matter waves, whose associated de Broglie wavelengths are in general relatively small compared to the case of light. For example, de Broglie wavelengths for thermal atomic beams lie in the tens of picometre range. In this respect, (ultra-)cold atoms are of great interest for interferometry experiments because of their comparatively much larger de Broglie wavelengths, typically in the micrometre range. Early experiments that demonstrated this wave nature, mainly through diffraction properties, were realised first with elementary particles and later with atoms. Material objects such as crystals [81], or later micro-fabricated slits [82] or gratings were used to diffract matter waves and create interferometers [83]. Over all the various tools that have been demonstrated for the manipulation of matter waves, lasers have quickly proven to be the most efficient, because of their intrinsic properties (monochromaticity, brightness, accurate knowledge of their wavelengths, ...).

The key feature of the interaction of matter waves with lasers lies in the exchange of momentum between the atoms or molecules and the light field. Consider a transition in an atom between two long-lived internal states, for instance a ground state $|g\rangle$ and a metastable excited state $|e\rangle$, that can be excited with lasers, through a one- or several-photon transition. The interaction with the laser field leads to a Rabi oscillation, which leaves the atom in a quantum superposition of ground and excited states when the laser is switched off. Due to conservation of momentum, an initial state $|g, p\rangle$ couples to $|e, p+\hbar k\rangle$, where p is the initial momentum of the atom and $\hbar k$ is the momentum of the photon. These two coupled states differ not only in internal state, but also in momentum state. As a consequence, a laser pulse puts an initial wave packet into a superposition of two partial wavepackets that separate when evolving freely after the interaction with the laser. Pulses of adjusted intensity and/or duration allow to control the relative weights of the two partial wavepackets in this superposition. The particular cases of $\pi/2$ and π pulses, which correspond to equal weights or full transfer, are respectively the analogue of the beamsplitters and the mirrors for the matter waves.

With such a tool, a Mach Zehnder type interferometer can be created using a sequence of three pulses, $\pi/2$–π–$\pi/2$, that allow to split, redirect and recombine the wavepackets. The atomic state at the output of the interferometer then depends on the difference of the phases accumulated by the atoms along the two paths. This interferometer geometry is used by most of the atomic inertial sensors [84,85]. In these instruments, the interferometer phase, which scales with the square of the interferometer duration, depends on the acceleration along the direction of the lasers and of the rotation rate along a direction perpendicular to the area enclosed by the two arms of the interferometer. For a duration on the order of 100 ms, which can easily be obtained with cold atoms, the phase shift is extremely large (hundreds of thousands of radians for an acceleration of the order of g, and a few radians for a rotation rate as small as the Earth's rotation rate). In most cases, two-photon Raman transitions are used that couple the two hyperfine ground states in an alkali atom [86]. The sensitivity to inertial forces arises from the interaction with the Raman lasers, as at each pulse the difference between the phases of the Raman lasers gets imprinted on the diffracted wavepacket. The final phase shift finally depends on the positions of the atoms, modified by inertial forces, with respect to the planes of equal phase difference between the lasers, which act as a precise ruler linked to the laboratory frame. The exact knowledge of the wavelength of the lasers thus allows realising absolute measurements of acceleration and rotation rates. Atomic inertial sensors have already reached performances comparable with state of the art instruments [87], and can still be improved. The technology is now mature enough for industrial developments. These instruments have a wide range of applications, from navigation to geophysics but

also in fundamental metrology (the gravimeter described in [88] is being developed within the French watt balance project, which aims at redefining the kilogramme through the measurement of the Planck constant [89]).

Many other interferometer geometries have been demonstrated, based on different pulse sequences [90–92], or on different "beamsplitters", such as standing waves, which allow for Bragg [93,94] or Kapitza Dirac [95] diffraction. The sensitivity of the interferometer can be improved by using larger momentum transfer in the beam splitting process, based for instance on double diffraction [96], Bloch oscillations [97,98] or multi-photon transitions [99,100].

Atom interferometers based on trapped or guided geometries would allow one to reach large interrogation times and thus excellent sensitivities without the size constraints of having the atoms in free fall in the interferometer. This would thus allow for a drastic reduction in the size of the apparatuses with respect to the experiments described above. A drawback though lies in the perturbations inherent to the propagation in the guide or to the trap, which need to be perfectly controlled, and to the limited coherence due to interatomic interactions in these systems [101]. Several demonstrations have nevertheless been made [102–107], which might open the way for the development of a new class of instruments.

Finally, since they allow for absolute measurements, laser based atom interferometers are also excellent tools for fundamental physics. They are used for instance for accurate measurements of the fine structure constant [108], the Newtonian gravitational constant G [109,110], and of atomic polarisabilities [111]. Proposals have been made for measurements of the Lense–Thirring effect [112], tests of Newtonian gravity either at short range [113] or at the scale of the solar system [114], tests of the equivalence principle [115–117], detection of gravitational waves [118], or tests of atom neutrality [119].

4. Atom lasers

Bose–Einstein condensation corresponds to a macroscopic accumulation of particles in the ground state of the system. All atoms being in the same mode, i.e. having the same wave-function, the BEC is the matterwave analogue of a photon laser field inside an optical cavity. In analogy with a propagating laser field, a so-called *atom laser* can be formed by coherently extracting atoms from the BEC. Not surprisingly, such atomic outcouplers, which play the role of partially transmitting mirrors in optics, have been quickly developed after the achievement of Bose–Einstein condensation in dilute gases. In 1997, in the group of W. Ketterle at MIT, a pulsed RF field was used to perform a transition between the BEC state (a low-field seeker Zeeman sub-level trapped in a magnetic field) and a nearly magnetic insensitive (untrapped) state, leading to atomic wave packets falling under gravity: the first atom laser [120].

Other atom laser prototypes followed shortly after. In Munich, a quasi-continuous atom laser beam was produced using a similar RF outcoupler [121], but taking advantage of a new, ultra-stable magnetic field configuration. Meanwhile, another kind of atom laser was produced at Yale from the Landau–Zener decay of a BEC loaded in a vertical optical lattice: there the constructive interference between the decay occurring at different lattice sites led to a pulsed emission of a coherent matterwave, in close analogy with mode-locked photonic lasers [122]. Last, a two-photon Raman transition outcoupler, transferring a large momentum kick to the atoms, was realised at NIST to generate a well collimated and directional atomic beam [123].

Since these early demonstrations, new schemes have been developed. For instance, atom lasers can be produced by simply lowering the trap depth, which can be done in an "all-optical" way [124]. Such techniques do not require any transition between internal degrees of freedom and are intrinsically less sensitive to the surrounding magnetic field fluctuations, which constitute a major drawback of the "genuine" scheme. Besides, efforts have been made to achieve a better control on the beam propagation using new atom-optics tools, like reflectors [125], or by compensating gravity [126]. Atom lasers can also be directly coupled into waveguides, consisting in a laser guiding the atoms through the dipole force [127–129], similarly to the 'pig-tailed' photonic lasers (see Fig. 1). These configurations yield nearly transverse single mode occupancy (see e.g. [130] for a detailed analysis) and open the way to the realisation of integrated circuits [131,132].

This short overview testifies to the interest dedicated to this new atomic source in the cold atom scientific community. Indeed, based on the example of its photonic counterparts, its coherence and brightness hold great promise to improve the sensitivity of atomic interferometers. Moreover, interactions between atoms can lead to interesting non-linear atom-optics phenomena: the use of solitons in atom interferometers [133], or the reduction of atom number fluctuations with squeezed matter waves [134]. In addition, atom lasers constitute a very appropriate tool to probe fundamental concepts in physics, for instance the test of equivalence principle in general relativity or the study of a rich variety of quantum transport phenomena. Such prospects, discussed in the following, have triggered a significant experimental and theoretical effort to characterise the atom laser properties, including coherence, flux and spatial mode quality.

First, the temporal coherence raises fundamental questions: will the well defined phase of the BEC be preserved? What about the phase diffusion along the propagation? Landmark experiments in the group of T. Esslinger have answered those questions by measuring the first [135] and second [136] order coherence of an atom laser. Provided that classical fluctuations have been suppressed, the coherence length was there shown to be Fourier limited by the outcoupling duration. Second, much work has been devoted to another key feature: the flux of the atom laser. Along these lines, quantitative descriptions of the outcoupling process have been made (see e.g. [137]) and a special attention has been paid to the weak-coupling conditions enabling a "quiet" and quasi-continuous emission [138–140]. These conditions imply quite stringent flux limitations that may constrain future applications. In fact these limits strongly depend on the specific atom laser scheme, Raman outcouplers allowing to reach the largest peak flux, typically a few 10^9 at. s^{-1} [141,142]. Last, the transverse dynamics has been investigated, either in guided configurations (in term of transverse mode occupancy as mentioned above) or in

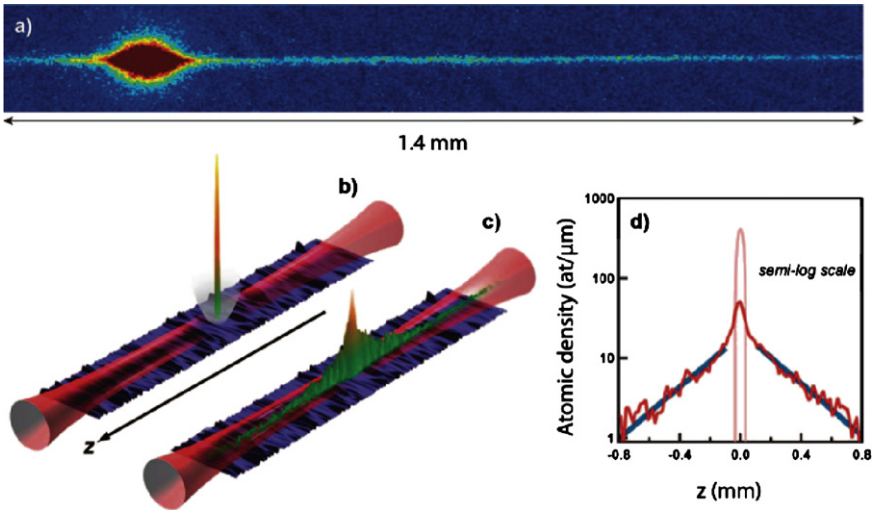

Fig. 1. Top (a): Image by absorption of an atom laser directly outcoupled in a horizontal optical waveguide (from Ref. [127]). Bottom: Experimental scheme of [36] for the demonstration of Anderson localisation with ultra-cold atoms. Following the proposal [148], a somewhat crude version of an atom laser (the whole initial BEC (b) being released) is allowed to expand along a guide and is stopped in presence of a laser speckle disorder (c). (d) Density profile of the stationary state in semi-log scale. The exponential decay observed in the wing is the emblematic signature of Anderson localisation [149].

the "freely" propagating case [143,144]. For the latter situation, the popular beam-quality factor M^2, initially introduced by Siegman [145] for photon laser, has been adapted to describe the propagation of the atomic beam with ABCD matrices and to characterise how far an atom laser deviates from the diffraction limit [146,147]. This work especially emphasises how atom optics can benefit from the methods originally developed in the optical domain.

More than a decade after its first realisation, the atom laser has now clearly gained in maturity and is heading towards applications. With the realisation of spatially separated beams [150,151], progress has been made towards the integration of atom lasers into interferometric schemes, for instance to realise ultra-sensitive inertial sensors [28]. Moreover the atom laser pair created in [151] is expected to exhibit non-classical correlations that could improve the interferometer sensitivity below the shot-noise limit [152]. Another route towards sub-shot-noise interferometry is to take benefit from the inherent interatomic interactions. This non-linearity could be used to generate "squeezed states" along the propagation [153], as the Kerr effect does with photons.

Besides atom interferometry, one of the major interests of ultra-cold atomic systems is their suitability as a model system to revisit fundamental concept in condensed matter physics [32]. In this context, the horizontally guided atom lasers [127, 128], where the de Broglie wavelength is kept large and constant along the propagation, are particularly well suited to study quantum transport phenomena past obstacles (see e.g. [154]). A rich physics is here expected ranging from linear effects (e.g. tunnelling transmission, quantum reflection, Bloch oscillations in a periodic potential, ...) to non-linear effects (for instance the atomic analogue of the Coulomb blockade through a micro-cavity). As we detail below, a striking example of the control achieved in these systems is given by the recent experiments studying the propagation through disorder.

Considering transport properties, the role of disorder, whose presence cannot be avoided in a real material, comes naturally to mind. There, the subtle interplay between phase coherence, diffusion and interparticle interactions leads to numerous complex phenomena which are not yet fully understood [148]. At the very heart of those, lies the emblematic Anderson localisation (AL), discovered in 1958 [149]. It predicts that even a small amount of disorder can completely freeze the motion of non-interacting particles, leading to a purely quantum metal-insulator transition. Past years, there has been a strong interest to directly observe AL with ultra-cold atoms. It finally succeeded at Institut d'Optique in Orsay [36] (see Fig. 1), and simultaneously at LENS in Florence [37] in quasi one-dimensional systems. Most importantly, these two landmark experiments are very promising in view of future extensions to more complex situations, i.e. in higher dimensions or with controlled interactions [155–159]. Similar 1D AL was observed in momentum space in a cloud of thermal atoms [160].

After these promising results, one may wonder if the atom laser will remain only a beautiful object of study for the physicist or will escape from the labs and lead to practical applications. The answer will likely depend on two main challenges: i) building miniaturised and reliable systems similar to the great technical improvement brought by semiconductor diode lasers and ii) achieving continuous operation. As illustrated by the recent experiments realised in micro-gravity (either in a 146-meter-tall drop tower [161] or in "zero-g" parabolic flights [162]), the first of those is about to be taken up. In parallel, important steps have been made towards continuous operation. Both the merging of two BECs [163] and the simultaneous pumping and outcoupling [164] were indeed demonstrated. The combination with other approaches such as continuous condensation in an atomic beam [165,166] or continuous loading of a trap [167] is then very promising.

5. Optical dipole traps to quantum degeneracy

The use of far detuned lasers to create optical dipole traps for cold atoms and reach quantum degeneracy has spread dramatically in the last ten years. While some of the reasons for this have been cited in the previous sections, the goal of this section is to highlight some of the technical advantages of optical dipole traps, and to discuss, briefly, how they open a whole new field of investigation related to quantum many-body physics.

5.1. Figures of merit of the optical dipole trap

Evaporation in magnetic traps has been the main route to the production of quantum degenerate gases, but the use of lasers to confine and evaporate atoms to quantum degeneracy is now taking over. To create a trap with cw lasers, one uses the inhomogeneous AC stark shift produced by tightly confining a red-detuned laser on the atoms [21]. Deep traps are typically created using very powerful lasers, and the first all-optical quantum gases were achieved using CO_2 cw lasers [38, 168]. Cs could be first condensed using a combination of CO_2 and 1 µm lasers [169]. With the increasing level of power that one can produce at 1 µm in fibre lasers [170], they have now become the lasers of choice for all-optical BEC (due to more traditional optics, and smaller diffraction-limited spot size). A solid-state laser at 532 nm has been used to reach BEC for Yb [171], and, more recently, cw fibre lasers at 1.5 µm have also been employed for Rb [172]. This wavelength lies in the telecom domain, which allows to take advantage of important fibre-based technological developments.

The first burst of interest into all-optical BEC was due to the fact that lasers provide a relatively fast way to produce BECs, as they typically produce traps with large oscillation frequencies. They may be more difficult to load than magnetic traps, due to a smaller volume, but once loaded, BECs can be produced in a matter of seconds, compared to typically 30 s in conventional magnetic traps.

Stability and flexibility are two additional benefits of using lasers to trap quantum degenerate gases. Stability is provided by the extremely low pointing and power noise of lasers; in addition, possible fluctuations in pointing or power can be compensated for by active stabilisation with a large bandwidth. The stability of laser traps is such that some experiments now start evaporation in magnetic traps (to take benefit of their large volume) and finish evaporation in more stable optical traps [173]. Using lasers to create traps also brings flexibility: typically, quantum degenerate gases are produced at the intersection of two focused laser beams [174], and the trap geometry can be controlled in real time by the ratio of power in each of the two beams. One can also use the periodic potential made by the interference of two or more coherent laser beams to trap atoms into optical lattices (as described in Section 2 of this paper). Recently, holographic techniques were used to build traps of complex shape [175,176], and dark hollow traps based on Laguerre–Gauss profiles were demonstrated [177].

5.2. What are dipole traps good for?

Optical traps [21] rely on the AC stark shift, and therefore mostly depend on the electronic structure of the atom of interest. One can thus trap atoms with no magnetic moment (as is the case for Yb [171]) with interesting metrologic perspectives; another application is to trap atoms in their absolute ground state, in which, interestingly, two-body inelastic collisions at low temperature are energetically forbidden, but which, unfortunately, cannot be magnetically trapped.

When the laser frequency is very detuned compared to the resonant lines of the atom, the optical traps are almost independent of the Zeeman or hyperfine internal sub-state [21]. This has considerable impacts on the physics that one can explore with quantum degenerate gases: one can trap mixtures of atoms in different internal states with exactly the same trap, and explore new quantum phases involving the internal (spin) degrees of freedom. Collisions between non-polarised atoms are described by various scattering lengths, which provides spin-dependent contact interactions. This leads to spin dynamics (at constant magnetisation, since contact interactions are isotropic), and new quantum phases. For example, in the case of spin 1 bosons, the sign of spin exchange interaction determines which spin configuration is lowest in energy, and the ground state is either ferromagnetic or polar [39,40]. The spinor phases have been investigated for $F = 1$ and $F = 2$ atoms, using Rb and Na, by studying miscibility [178] and spin dynamics [179–182]. Interestingly, an interplay between the linear and the quadratic Zeeman effect can also be used to study quantum phase transitions between different multi-component BEC phases [183]. Finally, at very low magnetic fields and for mesoscopic samples, spinor gases should reach non-classical spin states [184] or lead to fragmented BECs [185].

At moderate detunings, the AC stark shift may also depend on the Zeeman sub-state (vectorial or even tensorial light shift) [21]. This has been used to control and address individual lattice sites in an array of double-wells using radio-frequency techniques [186], with interesting application to quantum computing [187].

A last important interesting feature of optical dipole traps is that trapping is independent of the magnetic field. This is of utmost importance for the study of magnetically tunable Feshbach resonances [41]. In the case of mixtures of ultra-cold fermions, magnetically tunable Feshbach resonances in optical traps have led to the study of strongly interacting fermions, briefly described in the last paragraph of this section.

5.3. Dipolar quantum gases

Bose–Einstein condensates are quantum fluids, whose properties greatly depend on the interactions between particles. While most of the experiments performed up to now were in a regime where interactions are dominated by the short-range and isotropic van der Waals interactions, the production of Bose–Einstein condensates with highly magnetic Cr atoms [188–190] allowed for the study of quantum gases where dipole–dipole interactions cannot be neglected. In contrast to the van der Waals interaction, dipole–dipole interactions are long-range and anisotropic, which introduces qualitatively new physics in the field of quantum degenerate gases [191].

Once Cr BECs are produced, as optical traps are insensitive to magnetic fields, one can use a magnetically tunable Feshbach resonance to decrease the scattering length of Cr atoms, hence increasing the relative strength of dipole–dipole interactions. It is then possible to produce an almost pure dipolar gas [192], which spontaneously collapses due to the attractive part of dipole–dipole interactions [193]. During this collapse, the BEC loses its parabolic shape and reveals the symmetry of the dipolar interactions. The collapse dynamics depend on the trapping geometry [194], a direct consequence of the anisotropic character of dipole–dipole interactions. Dipolar interactions can also be revealed by studying collective excitations, which depend on the orientation of the dipoles relative to the trap axis. A departure from the usual behaviour of collective excitations of trapped Bose–Einstein condensates has recently been observed [195].

Dipolar interactions also open new perspectives in the field of spinor condensates, as they allow magnetisation changing collisions. For example, one expects that for some given experimental parameters, spin relaxation spontaneously induces vortices in Cr BECs, equivalently to the Einstein–de Haas effect [196–198]. It has been shown that magnetisation dynamics is modified in optical lattices, when the trapping frequency in each lattice site is on the order of the Larmor frequency [199, 200], a consequence of an interplay between spin dynamics and physical rotation. Very recently, magnetisation dynamics due to dipole–dipole interactions was studied at extremely low magnetic fields, such that spin-dependent interactions dominate the linear Zeeman effect [201].

The experimental activity on species with relatively important dipole–dipole interactions has been recently extended to Er and Dy atoms (up to now far from the quantum regime) [202,203]. Heteronuclear molecules can also possess a large induced electric dipole moment, leading to even stronger dipole–dipole interactions, with interesting possible prospects for quantum computation, or the study of novel quantum phases (for example checkerboard or supersolid) [204]. Progress towards this goal is impressive [205], but the experimental task remains challenging.

5.4. Strongly interacting fermions

The understanding of fermionic many-body systems is one of the most challenging problems in modern quantum physics: indeed, in addition to interactions, the antisymmetrisation of the wave-function imposed by Pauli Exclusion Principle implies the existence of non-trivial quantum correlations making the resolution of the problem highly non-trivial.

Combined to Feshbach resonances, the realisation of ultra-cold Fermi gases in dipole traps has paved the way to a new era in the experimental study of the quantum many-body system by providing highly controllable systems corresponding to parameter ranges beyond the reach of usual condensed matter devices. The most striking example is the exploration of the connexion between Bardeen, Cooper and Schrieffer's theory (BCS) of superconductivity and Bose–Einstein condensation through the *BEC-BCS crossover* model. This theory, developed in the early eighties by Leggett [206], Nozières and Schmitt-Rink [207], addresses the properties of an attractive Fermi gas and shows that the BCS state describes the weakly attractive regime of large size Cooper pairs, while the strongly attractive regime is associated with the Bose–Einstein condensation of tightly bound dimers. Interest for this problem was revived in the 1990's with the advent of high critical temperature superconductors: in these systems the size of the Cooper pairs is small compared to usual metallic superconductors, suggesting that they may operate in the transition region of the BEC-BCS crossover. Using the ability to tune interactions using Feshbach resonances, cold atoms provided in 2003 the first experimental confirmation of the crossover scenario [208–211]. The wide range of experimental investigation probes available in atomic physics has made possible an accurate quantitative description of the physical properties of the system, from the characterisation of superfluidity by the observation of quantised vortices [212], the study of low-lying excitation modes [213,214] or the measurement of the thermodynamic equation of state [215,216].

In more recent years, the physics of ultra-cold Fermi gases has evolved towards even more exciting new directions. It was first possible to explore the properties of spin-polarised fermionic systems [217–219]. These experiments have confirmed the Clogston–Chandrasekhar scenario of resistance of fermionic superfluidity against spin imbalance due to the presence of the gap characterising the superfluid state [220,221]. Theoretical [222,223] and experimental investigations have revealed a very rich phase diagram (see [224,225] for a review): In the BCS regime and near unitarity – where the scattering length a diverges – the properties of the spin-polarised system can be obtained from the properties of an impurity immersed in a Fermi sea, the so-called Fermi polaron [226–229]. The single particle properties of the polaron have been characterised experimentally by radio-frequency spectroscopy [230] and the study of its eigenmodes [219]. The theoretical [226,231] and experimental [216] study of the collective behaviour of this quasi-particle has shown that the gas of polarons could be described in the framework of Landau's Fermi liquid theory. Up to now, only the normal polaron gas has been investigated experimentally but, based on a general argument by Kohn and Luttinger, it is expected that at low temperature, the gas of polarons can form a p-wave superfluid [232]. In the BEC limit $k_F a \lesssim 1$ (here k_F is the Fermi wave vector), the impurity turns

from a fermionic to a bosonic behaviour. The system is then described as a mixture of bosonic point-like dimers immersed in the Fermi sea of excess atoms as predicted in [227,233–236] and reported experimentally in [237].

Magnetism in fermionic systems is another very active field of research, that may shed new light on long standing issues in solid-state physics: recent experiments at MIT have raised the question of the existence of ferromagnetism in itinerant fermionic systems [238] (the Stoner instability [239]); in optical lattices, the groups of Zurich and Munich have investigated the Mott superfluid-insulator transition of repulsive fermions [240,241]. These breakthroughs open the way to the study of more exotic phases, such as antiferromagnetic order due to superexchange between neighbouring sites of the lattice, a phase that may be important in the understanding of high critical temperature superconductors.

Finally, mixtures of Fermi gases can provide a new and original test-ground for many-body theories. Experiments have focused on ^{6}Li/^{40}K mixtures for which several Feshbach resonances have been discovered and will allow for the exploration of strongly correlated regimes [242–245]. The possibility of tailoring different optical potentials for the two atomic species broadens the range of phenomena accessible to experimental exploration. These novel systems can for instance be used to probe the Wigner crystallisation of dimers [246], Anderson localisation by atomic scatterers [247] or even systems of mixed dimensionality where lithium atoms are free to move in three dimensions while potassium is confined in two dimensions, a system akin to brane physics in string theory [248].

6. Toward laser cooling of molecules

6.1. Introduction and state of the art

Laser techniques such as precision spectroscopy or femtosecond control of chemical reactions have improved considerably our knowledge on molecular physics. One of the greatest challenges of modern physical chemistry is to now push forward the techniques to probe and manipulate molecules in order to explore molecular physics at low temperature. A first "cold regime" is reached (for $T < 1$ K) when the de Broglie wavelengths become comparable to the size of molecules; then resonances or tunnelling effects dominate the chemistry. A second "ultra-cold regime" is reached (for $T < 1$ mK), when s-wave scattering dominates, and fascinating collective effects eventually arise when the de Broglie wavelengths become comparable to the separation between molecules.

Unfortunately, the standard technique used for atoms to reach such low temperatures, namely laser cooling is generally not available for molecules because of the modification of the internal state occurring after the spontaneous emission step, which is the fundamental dissipative process in laser cooling. Here, by *cooling of molecules* [249] we mean the reduction of the translational temperature $T = T_{\text{trans}}$ whereas the control of the rotational and the vibrational excitations (T_{rot} and T_{vib} temperatures being understood as best fitting parameters for a hypothetic Boltzmann distribution), is called (*optical*) *pumping of molecules*.

Hence, the sub-Kelvin temperature "cold molecule" domain has been reached only in 1998 by associating cold atoms into molecules. Since then, many other techniques have been developed either by starting from cold atoms or by manipulating already formed molecules as reviewed in [250]. In brief, the techniques starting with cold atoms associate them into molecular states by engineering a free-bound transition with a laser, a magnetic field, or by using collisional (three-body) processes. These methods have created ultra-cold molecules in the micro- or nano-Kelvin temperature range and the quantum degenerate regime of a molecular Bose–Einstein condensate has been reached [251–253]. With few exceptions [254–256], the molecules are usually in high vibrational states. On the other hand, the techniques starting with molecules, such as cryogenics [257], energy redistribution in supersonic beams [258] or velocity filtering of effusive molecular beams [259] are able to create molecules in low vibrational states but unfortunately with translational temperatures not colder than a few millikelvins. These techniques involve light forces, mechanical forces, as well as the Stark or the Zeeman effects and apply to a large family of molecules.

Thus, the cold molecule community has to face two major challenges. The first is to control the internal degree of freedom of molecules formed by atom-association. Impressive advances in lowering the internal state energy have been recently achieved either by transferring population of a single level [260–263], with laser stimulated transitions or by a reduction of T_{vib} through optical pumping of molecules using a spectrally shaped broadband laser as illustrated by Fig. 2 [264,265]. The second challenge is to lower the translational temperature of molecules, in analogy to atom cooling. A major breakthrough was obtained very recently by directly laser cooling a well suited molecule (SrF) with a quasi-closed-level system [44].

6.2. Cooling schemes for molecules

The amount of possible cooling schemes for molecules, using optical, magnetic or electric forces combined with laser (or radio-frequency) transition of any kind is very large. Almost all the proposed ideas have been suggested and often demonstrated for atoms. Here, we briefly describe a few of these schemes:

(i) Collisional cooling.
A first possibility is to use collisions with colder species such as trapped laser cooled atoms or ions in a so-called sympathetic cooling scheme. This technique has been demonstrated with molecular ions [266], but up to now reactive

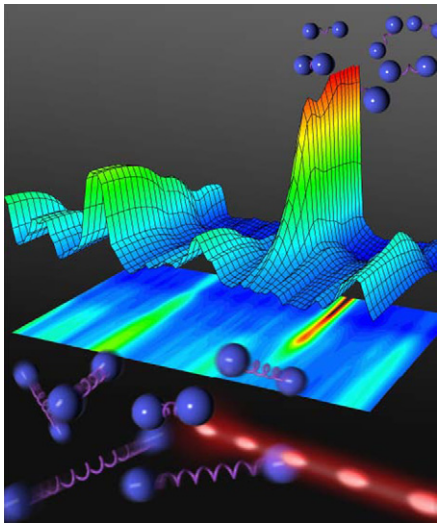

Fig. 2. Illustration of the optical pumping of molecules using train of shaped laser pulses. As time goes on (from bottom-left to up-right) the vibration of the molecules is modified by the laser pulses: all molecules end up in the same non-vibrating state. The experimental signal, adapted from Ref. [264], shows the temporal evolution of the populations in the different vibrational levels of the ground state. The decreasing populations correspond to vibrational states $v = 1$–10 whereas the increasing signal corresponds to the population of $v = 0$.

or inelastic collisions have ruled out the process for neutral species [267]. As for other techniques such cooling methods may be improved by acquiring extra information on the sample, as in feedback or in stochastic cooling [268].

(ii) Laser cooling.
Deflection of molecules, first observed in 1972 using electric field [269], has been observed using laser radiation pressure as early as in 1979 [270]. One could then expect that this would have opened the way to laser cooling. Only very recently this type of laser cooling of molecules has been observed with SrF [44]. Unfortunately, laser cooling relies on several absorption-spontaneous emission cycles to remove kinetic energy, and closed-level schemes cannot generally be found for molecules.
However, it is probably possible to close the cycle for other molecules by using optical pumping as demonstrated in [264,265], or by using an external cavity [271]. These techniques may enable laser cooling for a larger variety of molecules.
Finally, as pioneered by Alfred Kaslter in 1950 [272], another laser cooling process is possible in very dense gas, liquid or solid phases [273], taking benefit of collisions inducing thermal equilibrium between T_{trans}, T_{vib} and T_{rot}. Indeed, such laser cooling of molecules has been realised in 1981 by removing vibrational energy of CO_2 molecules using a CO_2 laser [249]. Unfortunately, the translational temperature reduction obtained was below the percent level. A more recent realisation on atoms shows a much higher efficiency [274].

(iii) 'Potential climbing' cooling.
The last, and maybe the most promising and general idea is to remove kinetic energy by transferring it into potential energy using external forces, and using (absorption-)spontaneous emission to make the process irreversible [275–278]. Such one-way cooling can even be repeated, in a Sisyphus-like process [279,280], for instance by bringing back the particles to their original state [276,281,282].

A widespread method to realise a large sample of molecules at very low temperatures has still to be demonstrated. Laser techniques combined with external potentials will probably play a key role in this quest. The challenge is nevertheless appealing because molecules at low temperatures are expected to lead to significant advances in laser molecular spectroscopy, optical molecular clocks, fundamental tests in physics, controlled laser-chemistry studies and quantum computation thought control of quantum phenomena [250].

7. Conclusion

In this review, we have discussed some of the recent advances on the physics of ultra-cold atoms and molecules allowed by the advent of lasers. It was not possible in the limited length of this paper to comment on all the aspects of this fast developing research area. In particular, the great progress in the applications of laser cooling and laser control to ions for metrology or quantum information [283] was not discussed here.

The first field which benefited directly from the progress in laser cooling and trapping is atom interferometry and especially time and frequency metrology. Cold caesium fountain clocks have become the regular way of building a primary frequency standard. Recent progress in optical clocks confirms the importance of laser manipulation of atoms in the de-

velopment of new frequency standards. This allows both dramatic improvements in inertial sensors and time metrology, and opens the way to new tests of fundamental physics – variation of the fundamental constants or test of general relativity [284,285].

After 15 years of Bose–Einstein condensation in dilute gases, the field has become mature and looks for applications in metrology [33,286] and condensed matter. Experiments where cold atoms mimic difficult condensed matter problems are now within reach. Both periodic systems confined in optical lattices and low-dimensional systems have shown properties specific to strongly correlated systems [32]. When considering the internal (spin) degree of freedom, the nature of the ground state depends on the relative interactions. Both ferromagnetic and polar behaviours have been evidenced, as well as quantum phases transitions [183], and spin textures. The amazing control over important parameters such as the atomic density, the interactions or the temperature opens the way to the metrology of many-body bosonic or fermionic systems, as well as the study of few-body physics [287].

Whereas dramatic achievements have been accomplished, important challenges remain. First, only one fourth of the stable atomic species, and a few tens of molecules, are available at low temperatures. Cooling different atomic species is technologically involved due to the complex internal atomic or molecular structure. The recent laser cooling of SrF [44] is promising in this direction, which may eventually lead to cold (quantum) chemistry. Second, the coupling of degenerate gases with external devices like high finesse cavities [288], superconductors [289,290] or nano-objects [291] has just started. Third, a better control on the temperature will be necessary for the implementation of a quantum simulator for condensed matter problem, for example to determine relevant phase diagrams near zero temperature. Finally, the control of entanglement in a many-body system is a key feature both for the study of many-body physics itself and for quantum computation. Recently, entanglement found an application as a new diagnostic tool in metrology: quantum logic spectroscopy, based on the entanglement between two ions in a common trap, recently allowed unprecedented accuracy in Al^+ clocks [54].

Acknowledgements

We thank Michèle Leduc for giving us the opportunity to write this review in the name of IFRAF. All the authors are members of the Institut francilien de recherche sur les atomes froids (IFRAF).

References

[1] P. Lebedev, Ann. Phys. (Leipzig) 6 (1901) 433;
E.F. Nichols, G.F. Hull, Phys. Rev. 13 (1901) 307.
[2] R. Frisch, Z. Phys. 86 (1933) 42.
[3] A. Ashkin, Phys. Rev. Lett. 25 (1970) 1321.
[4] J.-L. Picqué, J.-L. Vialle, Opt. Commun. 5 (1972) 402;
R. Schieder, H. Walther, L. Wöste, Opt. Commun. 5 (1972) 337.
[5] C. Cohen-Tannoudji, in: J. Dalibard, J.-M. Raimond, J. Zinn-Justin (Eds.), Fundamental Systems in Quantum Optics, Les Houches session LIII, July 1990, Elsevier, 1992, pp. 1–164.
[6] T. Hänsch, A. Schawlow, Opt. Commun. 13 (1975) 393.
[7] D. Wineland, H. Dehmelt, Bull. Am. Phys. Soc. 20 (1975) 637.
[8] D.J. Wineland, R.E. Drullinger, F.L. Walls, Phys. Rev. Lett. 40 (1978) 1639.
[9] J. Prodan, et al., Phys. Rev. Lett. 54 (1985) 992.
[10] S. Chu, et al., Phys. Rev. Lett. 55 (1985) 48.
[11] E. Raab, et al., Phys. Rev. Lett. 59 (1987) 2631.
[12] C. Monroe, et al., Phys. Rev. Lett. 65 (1990) 1571.
[13] C. Townsend, et al., Phys. Rev. A 52 (1995) 1423.
[14] P. Lett, et al., Phys. Rev. Lett. 61 (1988) 169.
[15] J. Dalibard, C. Cohen-Tannoudji, J. Opt. Soc. Am. B 6 (1989) 2023.
[16] S. Chu, Rev. Mod. Phys. 70 (1998) 685;
C. Cohen-Tannoudji, Rev. Mod. Phys. 70 (1998) 707;
W.D. Phillips, Rev. Mod. Phys. 70 (1998) 721.
[17] R. Cook, R. Hill, Opt. Commun. 43 (1982) 258.
[18] V. Balykin, et al., JETP Lett. 45 (1987) 353.
[19] A. Ashkin, Phys. Rev. Lett. 40 (1978) 729.
[20] S. Chu, et al., Phys. Rev. Lett. 57 (1986) 314.
[21] R. Grimm, M. Weidemüller, Y. Ovchinnikov, Adv. At. Mol. Opt. Phys. 42 (2000) 95.
[22] G. Grynberg, C. Robilliard, Phys. Rep. 355 (2001) 335.
[23] R. Feynman, Int. J. Theor. Phys. 21 (1982) 467.
[24] I. Bloch, Science 319 (2008) 1202.
[25] J. Simon, et al., Nature 472 (2011) 307.
[26] M.A. Kasevich, et al., Phys. Rev. Lett. 63 (1989) 612.
[27] J.L. Hall, Rev. Mod. Phys. 78 (2006) 1279;
T.W. Hänsch, Rev. Mod. Phys. 78 (2006) 1297.
[28] A.D. Cronin, J. Schmiedmayer, D.E. Pritchard, Rev. Mod. Phys. 81 (2009) 1051.
[29] E.A. Cornell, C.E. Wieman, Rev. Mod. Phys. 74 (2002) 875;
W. Ketterle, Rev. Mod. Phys. 74 (2002) 1131.
[30] M. Anderson, et al., Science 269 (1995) 198.
[31] M. Andrews, et al., Phys. Rev. Lett. 275 (1997) 637.
[32] I. Bloch, J. Dalibard, W. Zwerger, Rev. Mod. Phys. 80 (2008) 885.

[33] C. Gross, et al., Nature 464 (2010) 1165.
[34] K.W. Madison, et al., Phys. Rev. Lett. 84 (2000) 806.
[35] M. Greiner, et al., Nature 415 (2002) 39.
[36] J. Billy, et al., Nature 453 (2008) 891.
[37] G. Roati, et al., Nature 453 (2008) 895.
[38] M.D. Barrett, J.A. Sauer, M.S. Chapman, Phys. Rev. Lett. 87 (2001) 010404.
[39] T.-L. Ho, Phys. Rev. Lett. 81 (1998) 742.
[40] T. Ohmi, K. Machida, J. Phys. Soc. Jpn. 67 (1998) 1822.
[41] S. Inouye, et al., Nature 392 (1998) 151.
[42] J. Herbig, et al., Science 301 (2003) 1510.
[43] M. Viteau, et al., Science 321 (2008) 232.
[44] E.S. Shuman, J.F. Barry, D. DeMille, Nature 467 (2010) 820.
[45] P.F. Staanum, et al., Nat. Phys. 6 (2010) 271.
[46] T. Schneider, et al., Nat. Phys. 6 (2010) 275.
[47] A. Clairon, et al., Europhys. Lett. 16 (1991) 165.
[48] S. Bize, et al., J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. 38 (2005) S449.
[49] A. Bauch, et al., Metrologia 43 (2006) 109.
[50] L. Hollberg, et al., J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. 38 (2005) S469.
[51] S.A. Diddams, et al., Phys. Rev. Lett. 84 (2000) 5102.
[52] R.H. Dicke, Phys. Rev. 89 (1953) 472.
[53] J. Vanier, C. Audoin, The Quantum Physics of Atomic Frequency Standards, Adam Hilger, Bristol and Philadelphia, 1989.
[54] C.W. Chou, et al., Phys. Rev. Lett. 104 (2010) 070802.
[55] P. Lemonde, P. Wolf, Phys. Rev. A 72 (2005) 033409.
[56] H. Katori, in: P. Gill (Ed.), Proceedings of the 6th Symposium on Frequency Standards and Metrology, Singapore, World Scientific, 2002, p. 323.
[57] H. Katori, et al., Phys. Rev. Lett. 91 (2003) 173005.
[58] I. Courtillot, et al., Phys. Rev. A 68 (2003) 030501.
[59] M. Takamoto, et al., Nature 435 (2005) 321.
[60] A.D. Ludlow, et al., Phys. Rev. Lett. 96 (2006) 033003.
[61] R. Le Targat, et al., Phys. Rev. Lett. 97 (2006) 130801.
[62] Z.W. Barber, et al., Phys. Rev. Lett. 96 (2006) 083002.
[63] H. Hachisu, et al., Phys. Rev. Lett. 100 (2008) 053001.
[64] M. Petersen, et al., Phys. Rev. Lett. 101 (2008) 183004.
[65] C. Lisdat, et al., Phys. Rev. Lett. 103 (2009) 090801.
[66] A. Brusch, et al., Phys. Rev. Lett. 96 (2006) 103003.
[67] M.M. Boyd, et al., Phys. Rev. A 76 (2007) 022510.
[68] Z.W. Barber, et al., Phys. Rev. Lett. 100 (2008) 103002.
[69] A.D. Ludlow, et al., Science 319 (2008) 1805.
[70] N.D. Lemke, et al., Phys. Rev. Lett. 103 (2009) 063001.
[71] S. Blatt, et al., Phys. Rev. Lett. 100 (2008) 140801.
[72] A. Quessada, et al., J. Opt. B: Quant. Semiclass. Opt. 5 (2003) S150.
[73] P. Westergaard, J. Lodewyck, P. Lemonde, IEEE Trans. Ultr. Ferr. Freq. Contr. 57 (2010) 623.
[74] D. Meiser, et al., Phys. Rev. Lett. 102 (2009) 163601.
[75] J. Lodewyck, et al., New J. Phys. 12 (2010) 065026.
[76] T. Udem, R. Holzwarth, T. Hänsch, Eur. Phys. J. Special Topics 172 (2009) 69.
[77] K. Gibble, Phys. Rev. Lett. 103 (2009) 113202.
[78] G.K. Campbell, et al., Science 324 (2009) 360.
[79] S. Blatt, et al., Phys. Rev. A 80 (2009) 052703.
[80] S. Schiller, et al., Exp. Astron. 23 (2009) 573;
Wolf, et al., Exp. Astron. 23 (2009) 651.
[81] I. Estermann, O. Stern, Z. Phys. 61 (1930) 95.
[82] O. Carnal, et al., Phys. Rev. Lett. 67 (1991) 3231.
[83] D.W. Keith, et al., Phys. Rev. Lett. 61 (1988) 1580.
[84] A. Peters, K.Y. Chung, S. Chu, Metrologia 38 (2001) 25.
[85] T. Gustafson, A. Landragin, M. Kasevich, Class. Quantum Grav. 17 (2000) 2385.
[86] M. Kasevich, S. Chu, Phys. Rev. Lett. 67 (1991) 181.
[87] S. Merlet, et al., Metrologia 47 (2010) L9.
[88] J. Le Gouët, et al., Appl. Phys. B: Lasers Opt. 92 (2008) 133.
[89] G. Genevès, et al., IEEE Trans. Instrum. Meas. 54 (2005) 850.
[90] C.J. Bordé, Phys. Lett. A 140 (1989) 10.
[91] F. Riehle, et al., Phys. Rev. Lett. 67 (1991) 177.
[92] B. Canuel, et al., Phys. Rev. Lett. 97 (2006) 010402.
[93] E.M. Rasel, et al., Phys. Rev. Lett. 75 (1995) 2633.
[94] D.M. Giltner, R.W. McGowan, S.A. Lee, Phys. Rev. Lett. 75 (1995) 2638.
[95] S.B. Cahn, et al., Phys. Rev. Lett. 79 (1997) 784.
[96] T. Lévèque, et al., Phys. Rev. Lett. 103 (2009) 080405.
[97] P. Cladé, et al., Phys. Rev. Lett. 102 (2009) 240402.
[98] H. Müller, et al., Phys. Rev. Lett. 102 (2009) 240403.
[99] M. Weitz, B.C. Young, S. Chu, Phys. Rev. Lett. 73 (1994) 2563.
[100] H. Müller, et al., Phys. Rev. Lett. 100 (2008) 180405.
[101] J. Grond, et al., New J. Phys. 12 (2010) 065036.
[102] Y. Shin, et al., Phys. Rev. Lett. 92 (2004) 050405.
[103] Y.-J. Wang, et al., Phys. Rev. Lett. 94 (2005) 090405.
[104] O. Garcia, et al., Phys. Rev. A 74 (2006) 031601.
[105] T. Schumm, et al., Nat. Phys. 1 (2005) 57.

[106] M. Albiez, et al., Phys. Rev. Lett. 95 (2005) 010402.
[107] E.J. Su, S. Wu, M.G. Prentiss, Phys. Rev. A 81 (2010) 043631.
[108] R. Bouchendira, et al., Phys. Rev. Lett. 106 (2011) 080801.
[109] J.B. Fixler, et al., Science 315 (2007) 74.
[110] G. Lamporesi, et al., Phys. Rev. Lett. 100 (2008) 050801.
[111] C.R. Ekstrom, et al., Phys. Rev. A 51 (1995) 3883.
[112] C. Jentsch, et al., Gen. Relativity Gravitation 36 (2004) 2197.
[113] P. Wolf, et al., Phys. Rev. A 75 (2007) 063608.
[114] P. Wolf, et al., Exp. Astron. 23 (2009) 651.
[115] S. Dimopoulos, et al., Phys. Rev. Lett. 98 (2007) 111102.
[116] G. Varoquaux, et al., New J. Phys. 11 (2009) 113010.
[117] N. Gaaloul, et al., Acta Astronautica 67 (2010) 1059.
[118] S. Dimopoulos, et al., Phys. Rev. D 78 (2008) 122002.
[119] A. Arvanitaki, et al., Phys. Rev. Lett. 100 (2008) 120407.
[120] M.-O. Mewes, et al., Phys. Rev. Lett. 78 (1997) 582.
[121] I. Bloch, T.W. Hänsch, T. Esslinger, Phys. Rev. Lett. 82 (1999) 3008.
[122] B.P. Anderson, M.A. Kasevich, Science 282 (1998) 1686.
[123] E.W. Hagley, et al., Science 283 (1999) 1706.
[124] G. Cennini, et al., Phys. Rev. Lett. 91 (2003) 240408.
[125] K. Bongs, et al., Phys. Rev. Lett. 83 (1999) 3577.
[126] G. Kleine Büning, et al., Appl. Phys. B: Lasers Opt. 100 (2010) 117.
[127] W. Guerin, et al., Phys. Rev. Lett. 97 (2006) 200402.
[128] A. Couvert, et al., Europhys. Lett. 83 (2008) 50001;
A. Couvert, et al., Europhys. Lett. 85 (2009) 19901, Erratum.
[129] R.G. Dall, et al., Phys. Rev. A 81 (2010) 011602.
[130] G.L. Gattobigio, et al., Phys. Rev. A 80 (2009) 041605.
[131] O. Houde, D. Kadio, L. Pruvost, Phys. Rev. Lett. 85 (2000) 5543.
[132] E. Torrontegui, et al., Phys. Rev. A 82 (2010) 043420.
[133] A. Negretti, C. Henkel, J. Phys. B: At., Mol. Opt. Phys. 37 (2004) L385.
[134] A. Louchet-Chauvet, et al., New J. Phys. 12 (2010) 065032.
[135] M. Köhl, T.W. Hänsch, T. Esslinger, Phys. Rev. Lett. 87 (2001) 160404.
[136] A. Öttl, et al., Phys. Rev. Lett. 95 (2005) 090404.
[137] F. Gerbier, P. Bouyer, A. Aspect, Phys. Rev. Lett. 86 (2001) 4729;
F. Gerbier, P. Bouyer, A. Aspect, Phys. Rev. Lett. 93 (2004) 059905(E), Erratum.
[138] M.W. Jack, et al., Phys. Rev. A 59 (1999) 2962.
[139] G.M. Moy, J.J. Hope, C.M. Savage, Phys. Rev. A 59 (1999) 667.
[140] N. Robins, et al., Phys. Rev. A 72 (2005) 031606.
[141] N.P. Robins, et al., Phys. Rev. Lett. 96 (2006) 140403.
[142] J.E. Debs, et al., Phys. Rev. A 81 (2010) 013618.
[143] T. Busch, et al., Phys. Rev. A 65 (2002) 043615;
T. Busch, et al., Phys. Rev. A 65 (2002) 069902(E), Erratum.
[144] M. Köhl, et al., Phys. Rev. A 72 (2005) 063618.
[145] A.E. Siegman, IEEE J. Quantum Electron. 27 (1991) 1146.
[146] J.-F. Riou, et al., Phys. Rev. Lett. 96 (2006) 070404.
[147] M. Jeppesen, et al., Phys. Rev. A 77 (2008) 063618.
[148] L. Sanchez-Palencia, M. Lewenstein, Nat. Phys. 6 (2010) 87.
[149] P.W. Anderson, Phys. Rev. 109 (1958) 1492.
[150] J. Dugué, et al., Phys. Rev. A 77 (2008) 031603.
[151] R.G. Dall, et al., Phys. Rev. A 79 (2009) 011601.
[152] V. Giovannetti, S. Lloyd, L. Maccone, Science 306 (2004) 1330.
[153] M.T. Johnsson, S.A. Haine, Phys. Rev. Lett. 99 (2007) 010401.
[154] T. Paul, et al., Phys. Rev. A 76 (2007) 063605.
[155] A. Aspect, M. Inguscio, Phys. Today 62 (2009) 30.
[156] M. Robert-de Saint-Vincent, et al., Phys. Rev. Lett. 104 (2010) 220602.
[157] B. Deissler, et al., Nat. Phys. 6 (2010) 354.
[158] D. Dries, et al., Phys. Rev. A 82 (2010) 033603.
[159] M. Pasienski, et al., Nat. Phys. 6 (2010) 677.
[160] J. Chabé, et al., Phys. Rev. Lett. 101 (2008) 255702.
[161] T. van Zoest, et al., Science 328 (2010) 1540.
[162] G. Stern, et al., Eur. Phys. J. D 53 (2009) 353.
[163] A.P. Chikkatur, et al., Science 296 (2002) 2193.
[164] N.P. Robins, et al., Nat. Phys. 4 (2008) 731.
[165] T. Lahaye, et al., Phys. Rev. A 74 (2006) 033622.
[166] S.E. Olson, R.R. Mhaskar, G. Raithel, Phys. Rev. A 73 (2006) 033622.
[167] A. Aghajani-Talesh, et al., J. Phys. B: At., Mol. Opt. Phys. 42 (2009) 245302.
[168] S.R. Granade, et al., Phys. Rev. Lett. 88 (2002) 120405.
[169] T. Weber, et al., Science 299 (2003) 232.
[170] T. Kinoshita, T. Wenger, D.S. Weiss, Phys. Rev. A 71 (2005) 011602.
[171] Y. Takasu, et al., Phys. Rev. Lett. 91 (2003) 040404.
[172] J.-F. Clément, et al., Phys. Rev. A 79 (2009) 061406.
[173] Y.-J. Lin, et al., Phys. Rev. A 79 (2009) 063631.
[174] A. Kuhn, et al., in: K. Burnett (Ed.), OSA TOPS on Ultracold Atoms and BEC 1996, vol. 7, 1997, p. 58.
[175] R. Newell, J. Sebby, T.G. Walker, Opt. Lett. 28 (2003) 1266.
[176] S. Bergamini, et al., J. Opt. Soc. Am. B 21 (2004) 1889.

[177] S.E. Olson, et al., Phys. Rev. A 76 (2007) 061404.
[178] J. Stenger, et al., Nature 396 (1998) 345.
[179] M.-S. Chang, et al., Phys. Rev. Lett. 92 (2004) 140403.
[180] H. Schmaljohann, et al., Phys. Rev. Lett. 92 (2004) 040402.
[181] J. Kronjäger, et al., Phys. Rev. Lett. 97 (2006) 110404.
[182] A.T. Black, et al., Phys. Rev. Lett. 99 (2007) 070403.
[183] L.E. Sadler, et al., Nature 443 (2006) 312.
[184] C.K. Law, H. Pu, N.P. Bigelow, Phys. Rev. Lett. 81 (1998) 5257.
[185] T.-L. Ho, S.K. Yip, Phys. Rev. Lett. 84 (2000) 4031.
[186] P.J. Lee, et al., Phys. Rev. Lett. 99 (2007) 020402.
[187] M. Anderlini, et al., Nature 448 (2007) 452.
[188] A. Griesmaier, et al., Phys. Rev. Lett. 94 (2005) 160401.
[189] A. Griesmaier, J. Stuhler, T. Pfau, Appl. Phys. B: Lasers Opt. 82 (2006) 211.
[190] Q. Beaufils, et al., Phys. Rev. A 77 (2008) 061601.
[191] T. Lahaye, et al., Rep. Prog. Phys. 72 (2009) 126401.
[192] T. Lahaye, et al., Nature 448 (2007) 672.
[193] T. Lahaye, et al., Phys. Rev. Lett. 101 (2008) 080401.
[194] T. Koch, et al., Nat. Phys. 4 (2008) 218.
[195] G. Bismut, et al., Phys. Rev. Lett. 105 (2010) 040404.
[196] Y. Kawaguchi, H. Saito, M. Ueda, Phys. Rev. Lett. 96 (2006) 080405.
[197] L. Santos, T. Pfau, Phys. Rev. Lett. 96 (2006) 190404.
[198] K. Gawryluk, et al., Phys. Rev. Lett. 99 (2007) 130401.
[199] B. Pasquiou, et al., Phys. Rev. A 81 (2010) 042716.
[200] B. Pasquiou, et al., Phys. Rev. Lett. 106 (2011) 015301.
[201] B. Pasquiou, et al., Arxiv preprint arXiv:1103.4819, 2011.
[202] A.J. Berglund, J.L. Hanssen, J.J. McClelland, Phys. Rev. Lett. 100 (2008) 113002.
[203] M. Lu, S.H. Youn, B.L. Lev, Phys. Rev. Lett. 104 (2010) 063001.
[204] K. Góral, L. Santos, M. Lewenstein, Phys. Rev. Lett. 88 (2002) 170406.
[205] K.-K. Ni, et al., Science 322 (2008) 231.
[206] A.J. Leggett, J. Phys. Colloques 41 (1980) 19.
[207] P. Nozières, S. Schmitt-Rink, J. Low Temp. Phys. 59 (1985) 195.
[208] M. Greiner, C. Regal, D. Jin, Nature 426 (2003) 537.
[209] S. Jochim, et al., Science 302 (2003) 2101.
[210] M. Zwierlein, et al., Phys. Rev. Lett. 91 (2003) 250401.
[211] T. Bourdel, et al., Phys. Rev. Lett. 93 (2004) 050401.
[212] M. Zwierlein, et al., Nature 435 (2005) 1047.
[213] M. Bartenstein, et al., Phys. Rev. Lett. 92 (2004) 203201.
[214] A. Altmeyer, et al., Phys. Rev. Lett. 98 (2007) 040401.
[215] S. Nascimbène, et al., Nature 463 (2010) 1057.
[216] N. Navon, et al., Science 328 (2010) 729.
[217] M. Zwierlein, et al., Science 311 (2006) 492.
[218] G. Partridge, et al., Science 311 (2006) 503.
[219] S. Nascimbène, et al., Phys. Rev. Lett. 103 (2009) 170402.
[220] A. Clogston, Phys. Rev. Lett. 9 (1962) 266.
[221] B. Chandrasekhar, App. Phys. Lett. 1 (1962) 7.
[222] S. Pilati, S. Giorgini, Phys. Rev. Lett. 100 (2008) 030401.
[223] M.M. Parish, et al., Nat. Phys. 3 (2007) 124.
[224] L. Radzihovsky, D. Sheehy, Rep. Prog. Phys. 73 (2010) 076501.
[225] F. Chevy, C. Mora, Rep. Prog. Phys. 73 (2010) 112401.
[226] C. Lobo, et al., Phys. Rev. Lett. 97 (2006) 200403.
[227] N. Prokof'ev, B. Svistunov, Phys. Rev. B 77 (2008) 020408.
[228] F. Chevy, Phys. Rev. A 74 (2006) 063628.
[229] R. Combescot, et al., Phys. Rev. Lett. 98 (2007) 180402.
[230] A. Schirotzek, et al., Phys. Rev. Lett. 102 (2009) 230402.
[231] C. Mora, F. Chevy, Phys. Rev. Lett. 104 (2010) 230402.
[232] A. Bulgac, M. Forbes, A. Schwenk, Phys. Rev. Lett. 97 (2006) 020402.
[233] C. Mora, F. Chevy, Phys. Rev. A 80 (2009) 033607.
[234] M. Punk, P. Dumitrescu, W. Zwerger, Phys. Rev. A 80 (2009) 053605.
[235] R. Combescot, S. Giraud, X. Leyronas, Europhys. Lett. 88 (2009) 60007.
[236] F. Alzetto, X. Leyronas, Phys. Rev. A 81 (2010) 043604.
[237] Y. Shin, et al., Phys. Rev. Lett. 101 (2008) 070404.
[238] G. Jo, et al., Science 325 (2009) 1521.
[239] E.C. Stoner, Philos. Mag. 15 (1933) 1018.
[240] R. Jördens, et al., Nature 455 (2008) 204.
[241] U. Schneider, et al., Science 322 (2008) 1520.
[242] E. Wille, et al., Phys. Rev. Lett. 100 (2008) 053201.
[243] M. Taglieber, et al., Phys. Rev. Lett. 100 (2008) 010401.
[244] C. Wu, et al., Arxiv preprint arXiv:1103.4630, 2011.
[245] A. Ridinger, et al., Arxiv preprint arXiv:1103.0637, 2011.
[246] D.S. Petrov, et al., Phys. Rev. Lett. 99 (2007) 130407.
[247] U. Gavish, Y. Castin, Phys. Rev. Lett. 95 (2005) 20401.
[248] Y. Nishida, S. Tan, Phys. Rev. Lett. 101 (2008) 170401.
[249] N. Djeu, W.T. Whitney, Phys. Rev. Lett. 46 (1981) 236.
[250] R.V. Krems, W.C. Stwalley, B. Friedrich (Eds.), Cold Molecules: Theory, Experiment, Applications, CRC Press, Boca Raton, Florida, 2009.

[251] A. Fioretti, et al., Phys. Rev. Lett. 80 (1998) 4402.
[252] S. Jochim, et al., Science 302 (2003) 2101.
[253] M. Greiner, C.A. Regal, D.S. Jin, Nature 426 (2003) 537.
[254] A.N. Nikolov, et al., Phys. Rev. Lett. 82 (1999) 703.
[255] J. Deiglmayr, et al., Phys. Rev. Lett. 101 (2008) 133004.
[256] M. Viteau, et al., Phys. Rev. A 79 (2009) 021402.
[257] J.D. Weinstein, et al., Nature 395 (1998) 148.
[258] H.L. Bethlem, G. Berden, G. Meijer, Phys. Rev. Lett. 83 (1999) 1558.
[259] S.A. Rangwala, et al., Phys. Rev. A 67 (2003) 043406.
[260] J.M. Sage, et al., Phys. Rev. Lett. 94 (2005) 203001.
[261] F. Lang, et al., Phys. Rev. Lett. 101 (2008) 133005.
[262] S. Ospelkaus, et al., Phys. Rev. Lett. 104 (2010) 030402.
[263] J. Danzl, et al., Nat. Phys. 6 (2010) 265.
[264] M. Viteau, et al., Science 321 (2008) 232.
[265] D. Sofikitis, et al., Phys. Rev. A 80 (2009) 051401.
[266] K. Mølhave, M. Drewsen, Phys. Rev. A 62 (2000) 011401.
[267] P. Soldán, P.S. Uchowski, J.M. Hutson, Faraday Discuss. 142 (2009) 191.
[268] V.I. Balykin, V.S. Letokhov, Phys. Rev. A 64 (2001) 063410.
[269] P.J. Dagdigian, L. Wharton, J. Chem. Phys. 57 (1972) 1487.
[270] A. Herrmann, et al., Chem. Phys. Lett. 62 (1979) 444.
[271] B.L. Lev, et al., Phys. Rev. A 77 (2008) 023402.
[272] A. Kastler, J. Phys. Radium 11 (1950) 255.
[273] M. Sheik-Bahae, R.I. Epstein, Laser Photon. Rev. 3 (2009) 67.
[274] U. Vogl, M. Weitz, Nature 461 (2009) 70.
[275] Y. Ovchinnikov, I. Manek, R. Grimm, Phys. Rev. Lett. 79 (1997) 2225.
[276] E. Narevicius, S.T. Bannerman, M.G. Raizen, New J. Phys. 11 (2009) 055046.
[277] J.J. Thorn, et al., Phys. Rev. Lett. 100 (2008) 240407.
[278] M. Falkenau, et al., Phys. Rev. Lett. 106 (2011) 163002.
[279] J. Dalibard, C. Cohen-Tannoudji, J. Opt. Soc. Am. B: Opt. Phys. 2 (1985) 1707.
[280] B. Hoeling, R.J. Knize, Opt. Commun. 106 (1994) 202.
[281] M. Zeppenfeld, et al., Phys. Rev. A 80 (2009) 041401.
[282] F. Robicheaux, J. Phys. B: At., Mol. Opt. Phys. 42 (2009) 195301.
[283] D.J. Wineland, D. Leibfried, Laser Phys. Lett. 8 (2011) 175.
[284] C.W. Chou, et al., Science 329 (2010) 1630.
[285] V.V. Flambaum, Int. J. Mod. Phys. A 22 (2007) 4937.
[286] K.J. Hughes, J.H.T. Burke, C.A. Sackett, Phys. Rev. Lett. 102 (2009) 150403.
[287] T. Kraemer, et al., Nature 440 (2006) 315.
[288] F. Brennecke, et al., Science 322 (2008) 235.
[289] C. Roux, et al., Europhys. Lett. 81 (2008) 56004.
[290] C. Hufnagel, T. Mukai, F. Shimizu, Phys. Rev. A 79 (2009) 053641.
[291] E. Vetsch, et al., Phys. Rev. Lett. 104 (2010) 203603.

Annexe B

Articles liés à l'étude des phénomènes de localisation avec des atomes froids

LETTERS

Direct observation of Anderson localization of matter waves in a controlled disorder

Juliette Billy[1], Vincent Josse[1], Zhanchun Zuo[1], Alain Bernard[1], Ben Hambrecht[1], Pierre Lugan[1], David Clément[1], Laurent Sanchez-Palencia[1], Philippe Bouyer[1] & Alain Aspect[1]

In 1958, Anderson predicted the localization[1] of electronic wavefunctions in disordered crystals and the resulting absence of diffusion. It is now recognized that Anderson localization is ubiquitous in wave physics[2] because it originates from the interference between multiple scattering paths. Experimentally, localization has been reported for light waves[3–7], microwaves[8,9], sound waves[10] and electron gases[11]. However, there has been no direct observation of exponential spatial localization of matter waves of any type. Here we observe exponential localization of a Bose–Einstein condensate released into a one-dimensional waveguide in the presence of a controlled disorder created by laser speckle[12]. We operate in a regime of pure Anderson localization, that is, with weak disorder—such that localization results from many quantum reflections of low amplitude—and an atomic density low enough to render interactions negligible. We directly image the atomic density profiles as a function of time, and find that weak disorder can stop the expansion and lead to the formation of a stationary, exponentially localized wavefunction—a direct signature of Anderson localization. We extract the localization length by fitting the exponential wings of the profiles, and compare it to theoretical calculations. The power spectrum of the one-dimensional speckle potentials has a high spatial frequency cutoff, causing exponential localization to occur only when the de Broglie wavelengths of the atoms in the expanding condensate are greater than an effective mobility edge corresponding to that cutoff. In the opposite case, we find that the density profiles decay algebraically, as predicted in ref. 13. The method presented here can be extended to localization of atomic quantum gases in higher dimensions, and with controlled interactions.

The transport of quantum particles in non-ideal material media (for example the conduction of electrons in an imperfect crystal) is strongly affected by scattering from the impurities in the medium. Even for weak disorder, semiclassical theories, such as those based on the Boltzmann equation for matter waves scattering from the impurities, often fail to describe transport properties[2], and fully quantum approaches are necessary. For example, Anderson localization[1], which predicts metal–insulator transitions, is based on interference between multiple scattering paths, leading to localized wavefunctions with exponentially decaying profiles. While Anderson's theory applies to non-interacting particles in static (quenched) disordered potentials[1], both thermal phonons and repulsive interparticle interactions significantly affect Anderson localization[14,15]. To our knowledge, no direct observation of exponentially localized wavefunctions in space has been reported in condensed matter.

Degenerate atomic quantum gases can be used to study a number of basic models in condensed matter theory experimentally, with unprecedented control and measurement possibilities (see refs 16, 17 and references therein). In investigating the behaviour of matter waves in disordered potentials[18], key advantages of atomic quantum gases are the possibility to implement systems in any dimension; the control of the interatomic interactions, either by density control or by Feshbach resonances; the possibility to design perfectly controlled and phonon-free disordered potentials; and the opportunity to measure *in situ* atomic density profiles via direct imaging. The quest for evidence of Anderson localization of Bose–Einstein condensates (BECs) in optical disordered potentials has thus attracted considerable attention in recent years[19–22]. Experiments using ultracold atoms have shown evidence of dynamical localization associated with a kicked rotor[23,24], which can be considered as a mapping onto momentum space of the Anderson localization phenomenon. Suppression of one-dimensional transport of BECs has been observed[19,20], but this occurred in a regime of strong disorder and strong interactions where localization is due to classical reflections from large peaks of the disordered potential. Here we report direct observation in real space of one-dimensional localization of a BEC in the regime of Anderson localization, that is, with weak disorder and negligible interatomic interactions.

Our experiment (sketched in Fig. 1a, b), starts with a small, elongated BEC (1.7×10^4 atoms of rubidium-87, with transverse and longitudinal radii of 3 μm and 35 μm, respectively, corresponding to the trapping frequencies given below, and a chemical potential of $\mu_{in}/h = 219$ Hz, where h is Planck's constant). The BEC is produced in an anisotropic opto-magnetic hybrid trap. A far-off-resonance laser beam (wavelength 1.06 μm, to be compared with the resonant wavelength of rubidium, 0.78 μm) creates an optical waveguide along the horizontal z axis[25], with a transverse harmonic confinement of frequency $\omega_\perp/2\pi = 70$ Hz. A shallow magnetic trap confines the BEC in the longitudinal direction ($\omega_z/2\pi = 5.4$ Hz).

The longitudinal confinement is switched off at $t = 0$, and the BEC starts to expand in the guide along the z direction under the effect of the initial repulsive interaction energy. A weakly anti-trapping magnetic field compensates the residual longitudinal trapping of the optical waveguide, so that the atoms can freely expand along the z direction over several millimetres. The expanding BEC can be imaged at any chosen time t after release by switching off the optical guide and irradiating the atoms with a resonant probe of duration 50 μs. An ultrasensitive electron-multiplying charge-coupled-device camera allows us to make an image of the fluorescing atoms with a resolution of 15 μm and a one-dimensional atomic density sensitivity of close to one atom per micrometre.

A disordered potential is applied to the expanding BEC using an optical speckle field produced by passing a laser beam (wavelength 0.514 μm) through a diffusing plate[22]. The detuning from the atomic frequency is great enough, and the intensity low enough, that spontaneous photon scattering on the atoms is negligible during the expansion, and we have a purely conservative disordered potential,

[1]Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique, CNRS and Univ. Paris-Sud, Campus Polytechnique, RD 128, F-91127 Palaiseau cedex, France.

©2008 Macmillan Publishers Limited. All rights reserved

which extends 4 mm along the z direction. The three-dimensional autocorrelation of the disordered potential—that is, of the light intensity—is determined by diffraction from the diffusive plate onto the atoms' location[22].

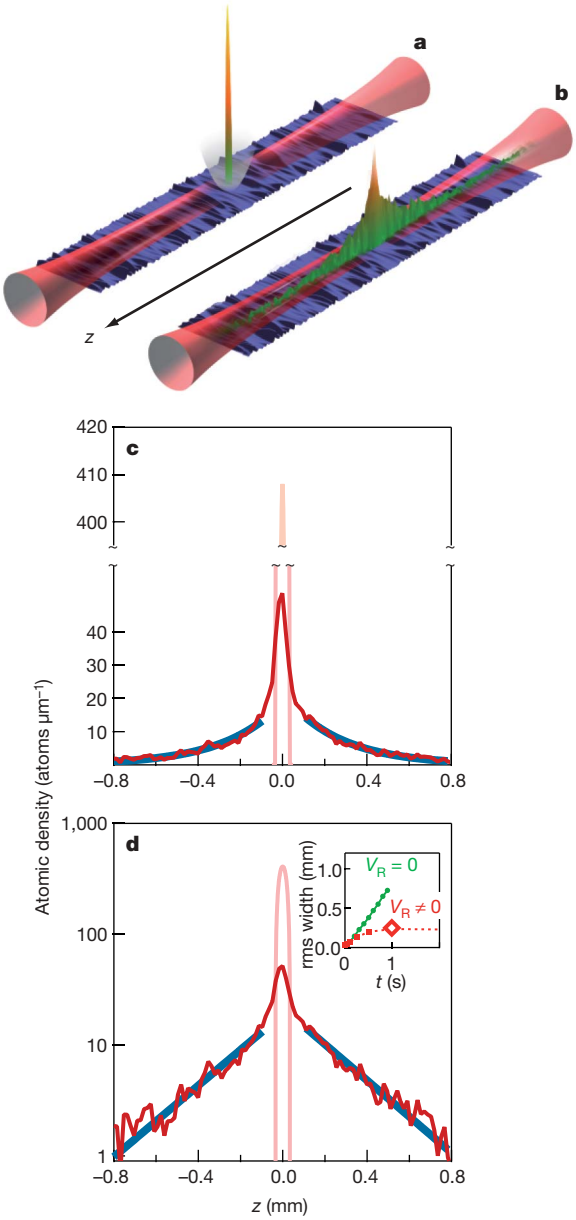

Figure 1 | Observation of exponential localization. **a**, A small BEC (1.7×10^4 atoms) is formed in a hybrid trap that is the combination of a horizontal optical waveguide, ensuring a strong transverse confinement, and a loose magnetic longitudinal trap. A weak disordered optical potential, transversely invariant over the atomic cloud, is superimposed (disorder amplitude V_R low in comparison with the chemical potential μ_{in} of the initial BEC). **b**, When the longitudinal trap is switched off, the BEC starts expanding and then localizes, as observed by direct imaging of the fluorescence of the atoms irradiated by a resonant probe. In **a** and **b**, false-colour images and sketched profiles are for illustration purposes; they are not exactly to scale. **c**, **d**, Density profiles (red) of the localized BEC one second after release, in linear (**c**) and semi-log (**d**) coordinates. In the inset in **d** we display the root-mean-square (rms) width of the profile versus time t, with ($V_R \neq 0$) and without ($V_R = 0$) disordered potential. This shows that the stationary regime is reached after 0.5 s. The diamond at $t = 1$ s corresponds to the data shown in **c** and the main panel of **d**. Blue lines in **c** are exponential fits to the wings, and correspond to the straight blue lines in **d**. The narrow central profiles (pink) represent the trapped condensate before release ($t = 0$ s).

Transversely, the correlation function (an ellipse with semi-axis lengths of 97 μm and 10 μm) is much wider than the atomic matter wave, and we can therefore consider the disorder as being one-dimensional for the BEC expanding along the z direction. Along this direction, the correlation function of the disordered potential is $V_R^2(\sin(z/\sigma_R)/(z/\sigma_R))^2$, where the correlation length $\sigma_R = 0.26 \pm 0.03$ μm (± 1 s.e.m.) is calculated knowing the numerical aperture of the optics, and V_R is the amplitude of the disorder. The corresponding speckle grain size is $\pi\sigma_R = 0.82$ μm. The power spectrum of this speckle potential is non-zero only for **k**-vectors lower in magnitude than a cutoff of $2/\sigma_R$. The amplitude of the disorder is directly proportional to the laser intensity[22]. The calibration factor is calculated knowing the geometry of the optical system and the properties of the rubidium-87 atoms.

When we switch off the longitudinal trapping in the presence of weak disorder, the BEC starts expanding, but the expansion rapidly stops, in stark contrast with the free expansion case (Fig. 1d inset, showing the evolution of the root-mean-square width of the observed profiles). Plots of the density profile in linear (Fig. 1c) and semi-log (Fig. 1d) coordinates then show clear exponential wings, a signature of Anderson localization. Our observations are made in a regime allowing Anderson localization, unlike in the experiments in refs 19 and 20. First, the disorder is weak enough ($V_R/\mu_{in} = 0.12$) that the initial interaction energy per atom is rapidly converted into a kinetic energy of the order of μ_{in} for atoms in the wings. This value is much greater than the amplitude of the disordered potential, so there is no possibility of a classical reflection from a potential barrier. Second, the atomic density in the wings is low enough (two orders of magnitude less than in the initial BEC) that the interaction energy is negligible in comparison with the atom kinetic energy. Last, we fulfil the criterion, emphasized in ref. 13, that the atomic matter wave **k**-vector distribution be bounded, with a maximum magnitude k_{max} of less than half the cutoff in the power spectrum of the speckle disordered potential used here, that is, $k_{max}\sigma_R < 1$. The value of k_{max} is measured directly by observing the free expansion of the BEC in the waveguide in the absence of disorder (see Methods). For the runs corresponding to Figs 1c, 1d, 2, and 3, we have $k_{max}\sigma_R = 0.65 \pm 0.09$ (± 2 s.e.m.).

An exponential fit to the wings of the density profiles yields the localization length L_{loc}, which we can compare to the theoretical value[13]

$$L_{loc} = \frac{2\hbar^4 k_{max}^2}{\pi m^2 V_R^2 \sigma_R (1 - k_{max}\sigma_R)} \qquad (1)$$

valid only for $k_{max}\sigma_R < 1$ (m is the atomic mass). To ensure that the comparison is meaningful, we first check that we have reached a stationary situation, in which the fitted value of L_{loc} no longer evolves, as shown in Fig. 2. In Fig. 3, we plot the variation of L_{loc} with the disorder amplitude V_R, for the same number of atoms, that is, the same k_{max}. The dash–dot line is a plot of equation (1) for the values of k_{max} and σ_R determined as explained above. It shows quite a good agreement between our measurements and the theoretical predictions: with no adjustable parameters we obtain the correct magnitude and general shape. The shaded area reflects the envelope of the dash–dot line when we take into account the uncertainties in σ_R and k_{max}. The uncertainty in the calibration of V_R does not appear in Fig. 3. We estimate it to be no greater than 30%, which does not affect the agreement between theory and experiment.

An intriguing result of ref. 13 is the prediction of density profiles with algebraic wings when $k_{max}\sigma_R > 1$, that is, when the initial interaction energy is great enough that a fraction of the atoms have a **k**-vector greater in magnitude than $1/\sigma_R$, which plays the role of an effective mobility edge. We investigate this regime by repeating the experiment with a BEC containing more atoms (1.7×10^5 atoms, $\mu_{in}/h = 519$ Hz), for $V_R/\mu_{in} = 0.15$. Figure 4a shows the observed density profile in such a situation ($k_{max}\sigma_R = 1.16 \pm 0.14$ (± 2 s.e.m.)), and a log–log plot suggests a power-law decrease in the wings, with an

©2008 Macmillan Publishers Limited. All rights reserved

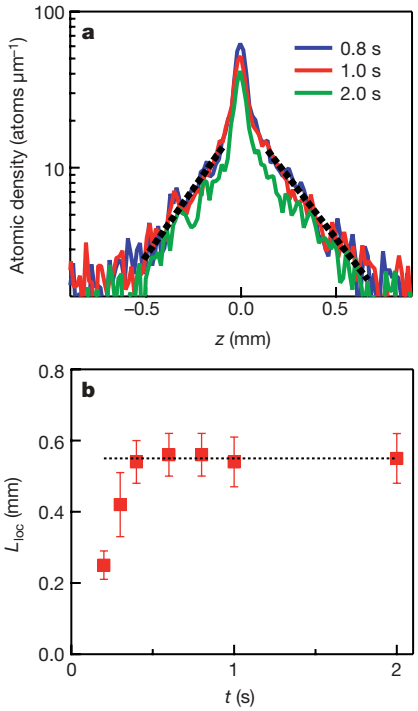

Figure 2 | Stationarity of the localized profile. **a**, Three successive density profiles, from which the localization length L_{loc} is extracted by fitting an exponential, $\exp(-2|z|/L_{loc})$ (dotted black lines), to the atomic density in the wings. **b**, Localization length L_{loc} versus expansion time t. Error bars, 95% confidence intervals for the fitted values (± 2 s.e.m.).

exponent of 1.95 ± 0.10 (± 2 s.e.m.), in agreement with the theoretical prediction that density decreases like $1/z^2$ in the wings. The semi-log plot (inset) confirms that an exponential would not work as well. For comparison, we present in Fig. 4b a log–log plot and a semi-log plot (inset) for the case with $k_{max}\sigma_R = 0.65$ and $V_R/\mu_{in} = 0.15$, where we conclude in favour of exponential rather than algebraic tails. These data support the existence of a crossover from an exponential to an algebraic regime in our speckle potential.

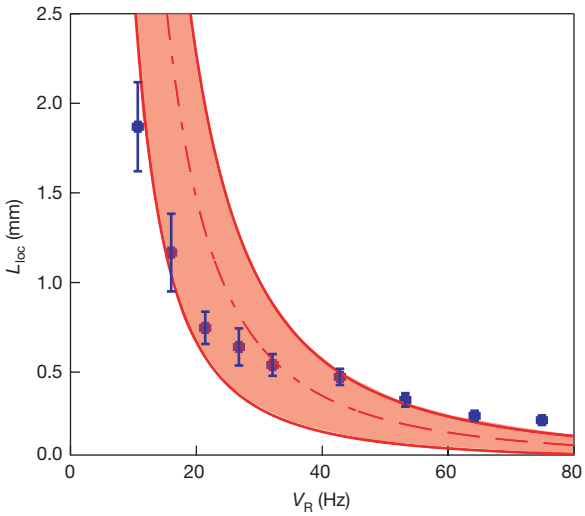

Figure 3 | Localization length versus amplitude of the disordered potential. L_{loc} is obtained by an exponential fit to the wings of the stationary localized density profiles, as shown in Fig. 2. Error bars, 95% confidence intervals for the fitted values (± 2 s.e.m.); 1.7×10^4 atoms ; $\mu_{in} = 219$ Hz. The dash–dot line is plotted using equation (1), where k_{max} is determined from the observed free expansion of the condensate (see Methods). The shaded area represents uncertainty associated with the evaluations of k_{max} and σ_R. We note that the limited extension of the disordered potential (4 mm) allows us to measure values of L_{loc} up to about 2 mm.

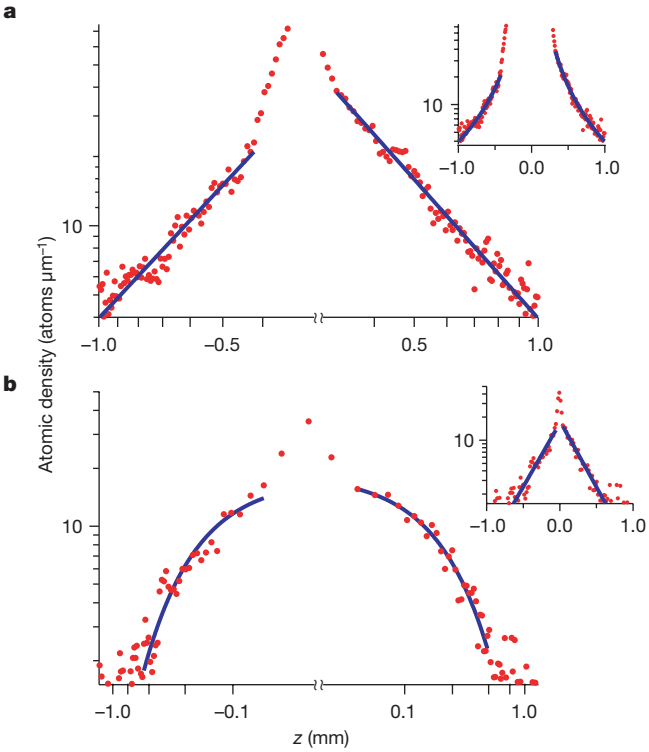

Figure 4 | Algebraic and exponential regimes in a one-dimensional speckle potential. Log–log and semi-log plots of the stationary atomic density profiles, showing the difference between the algebraic ($k_{max}\sigma_R > 1$) and exponential ($k_{max}\sigma_R < 1$) regimes. **a**, Density profile for $V_R/\mu_{in} = 0.15$ and $k_{max}\sigma_R = 1.16 \pm 0.14$ (± 2 s.e.m.). The momentum distribution of the released BEC has components beyond the effective mobility edge $1/\sigma_R$. The fit to the wings with a power-law decay $1/|z|^{\beta}$ yields $\beta = 1.92 \pm 0.06$ (± 2 s.e.m.) for the left-hand wing and $\beta = 2.01 \pm 0.03$ (± 2 s.e.m.) for the right-hand wing. The inset shows the same data in a semi-log plot, and confirms the non-exponential decay. **b**, For comparison, a similar set of plots (log–log and semi-log) in the exponential regime for the same $V_R/\mu_{in} = 0.15$ and $k_{max}\sigma_R = 0.65 \pm 0.09$ (± 2 s.e.m.).

Direct imaging of atomic quantum gases in controlled, optical disordered potentials is a promising technique to investigate a variety of open questions on disordered quantum systems. First, as in other problems of condensed matter simulated using ultracold atoms, direct imaging of atomic matter waves offers unprecedented possibilities to measure important properties, such as localization lengths. Second, our experiment can be extended to quantum gases with controlled interactions where localization of quasi-particles[26,27], Bose glass[14,15,28] and Lifshits glass[29] are expected, as well as to Fermi gases and to Bose–Fermi mixtures where rich phase diagrams have been predicted[30]. The reasonable quantitative agreement between our measurements and the theory of one-dimensional Anderson localization in a speckle potential demonstrates the high degree of control in our set-up. We thus anticipate that it can be used as a quantum simulator for investigating Anderson localization in higher dimensions[31,32], first to look for the mobility edge of the Anderson transition, and then to measure important features at the Anderson transition that are still under theoretical investigation, such as critical exponents. It will also become possible to investigate the effect of controlled interactions on Anderson localization.

METHODS SUMMARY

Momentum distribution of the expanding BEC. To compare measured localization lengths with those calculated from equation (1), we need to know k_{max}, the maximum amplitude of the **k**-vector distribution of the atoms, at the beginning of the expansion in the disordered potential. We measure k_{max} by releasing a BEC with the same number of atoms in the waveguide without disorder, and observing the density profiles at various times t. Density profiles are readily

©2008 Macmillan Publishers Limited. All rights reserved

converted into **k**-vector distributions ($|\mathbf{k}| = \hbar^{-1} m \mathrm{d}z/\mathrm{d}t$). The key step in obtaining k_{max} is accurately determining the position z_{max} of the front edge of the profile. To do this, we fit the whole profile to an inverted parabola, which is the expected shape for the one-dimensional expansion of a BEC in the fundamental transverse mode of the waveguide. Actually, the BEC has an initial transverse profile that is slightly enlarged owing to interactions between atoms, but its density rapidly decreases during the expansion, and a numerical calculation using our experimental parameters shows that for expansion times greater than $t = 0.2$ s, an inverted parabola correctly approximates the atomic density profile and allows accurate determination of the front edge position. Using this procedure, we measure z_{max} every 0.1 s from $t = 0$ to $t = 1$ s, and find it to be proportional to t for $t > 0.2$ s. We estimate the uncertainty in k_{max} to about 6% and 9% for 1.7×10^5 atoms and 1.7×10^4 atoms, respectively.

Received 14 March; accepted 9 April 2008.

1. Anderson, P. W. Absence of diffusion in certain random lattices. *Phys. Rev.* **109,** 1492–1505 (1958).
2. Van Tiggelen, B. in *Wave Diffusion in Complex Media 1998* (ed. Fouque, J. P.) 1–60 (Kluwer, Dordrecht, 1999).
3. Wiersma, D. S., Bartolini, P., Lagendijk, A. & Righini, R. Localization of light in a disordered medium. *Nature* **390,** 671–673 (1997).
4. Scheffold, F., Lenke, R., Tweer, R. & Maret, G. Localization or classical diffusion of light? *Nature* **398,** 206–270 (1999).
5. Störzer, M., Gross, P., Aegerter, C. M. & Maret, G. Observation of the critical regime near Anderson localization of light. *Phys. Rev. Lett.* **96,** 063904 (2006).
6. Schwartz, T., Bartal, G., Fishman, S. & Segev, M. Transport and Anderson localization in disordered two-dimensional photonic lattices. *Nature* **446,** 52–55 (2007).
7. Lahini, Y. *et al.* Anderson localization and nonlinearity in one-dimensional disordered photonic lattices. *Phys. Rev. Lett.* **100,** 013906 (2008).
8. Dalichaouch, R., Armstrong, J. P., Schultz, S., Platzman, P. M. & McCall, S. L. Microwave localization by two-dimensional random scattering. *Nature* **354,** 53–55 (1991).
9. Chabanov, A. A., Stoytchev, M. & Genack, A. Z. Statistical signatures of photon localization. *Nature* **404,** 850–853 (2000).
10. Weaver, R. L. Anderson localization of ultrasound. *Wave Motion* **12,** 129–142 (1990).
11. Akkermans, E. & Montambaux, G. *Mesoscopic Physics of Electrons and Photons* (Cambridge Univ. Press, Cambridge, UK, 2006).
12. Goodman, J. W. *Speckle Phenomena in Optic*s (Roberts, Greenwood Village, Colorado, 2007).
13. Sanchez-Palencia, L. *et al.* Anderson localization of expanding Bose-Einstein condensates in random potentials. *Phys. Rev. Lett.* **98,** 210401 (2007).
14. Giamarchi, T. & Schulz, H. J. Anderson localization and interactions in one-dimensional metals. *Phys. Rev. B* **37,** 325–340 (1988).
15. Fisher, M. P. A., Weichman, P. B., Grinstein, G. & Fisher, D. S. Boson localization and the superfluid-insulator transition. *Phys. Rev. B* **40,** 546–570 (1989).
16. Bloch, I., Dalibard, J. & Zwerger, W. Many-body physics with ultracold atoms. *Rev. Mod. Phys.* (in the press); preprint at ⟨http://arxiv.org/abs/0704.3011⟩ (2007).
17. Lewenstein, M. *et al.* Ultracold atomic gases in optical lattices: mimicking condensed matter physics and beyond. *Adv. Phys.* **56,** 243–379 (2007).
18. Damski, B., Zakrzewski, J., Santos, L., Zoller, P. & Lewenstein, M. Atomic Bose and Anderson glasses in optical lattices. *Phys. Rev. Lett.* **91,** 080403 (2003).
19. Clément, D. *et al.* Suppression of transport of an interacting elongated Bose–Einstein condensate in a random potential. *Phys. Rev. Lett.* **95,** 170409 (2005).
20. Fort, C. *et al.* Effect of optical disorder and single defects on the expansion of a Bose–Einstein condensate in a one-dimensional waveguide. *Phys. Rev. Lett.* **95,** 170410 (2005).
21. Schulte, T. *et al.* Routes towards Anderson-like localization of Bose–Einstein condensates in disordered optical lattices. *Phys. Rev. Lett.* **95,** 170411 (2005).
22. Clément, D. *et al.* Experimental study of the transport of coherent interacting matter-waves in a 1D random potential induced by laser speckle. *N. J. Phys.* **8,** 165, doi:10.1088/1367-2630/8/8/165 (2006).
23. Moore, J. L., Robinson, J. C., Bharucha, C., Williams, P. E. & Raizen, M. G. Observation of dynamical localization in atomic momentum transfer: A new testing ground for quantum chaos. *Phys. Rev. Lett.* **73,** 2974–2977 (1994).
24. Chabé, J. *et al.* Experimental observation of the Anderson transition with atomic matter waves. Preprint available at ⟨http://arxiv.org/abs/0709.4320⟩ (2007).
25. Guerin, W. *et al.* Guided quasicontinuous atom laser. *Phys. Rev. Lett.* **97,** 200402 (2006).
26. Bilas, N. & Pavloff, N. Anderson localization of elementary excitations in a one-dimensional Bose–Einstein condensate. *Eur. Phys. J. D* **40,** 387–397 (2006).
27. Lugan, P., Clément, D., Bouyer, P., Aspect, A. & Sanchez-Palencia, L. Anderson localization of Bogolyubov quasiparticles in interacting Bose–Einstein condensates. *Phys. Rev. Lett.* **99,** 180402 (2007).
28. Fallani, L., Lye, J. E., Guarrera, V., Fort, C. & Inguscio, M. Ultracold atoms in a disordered crystal of light: towards a Bose glass. *Phys. Rev. Lett.* **98,** 130404 (2007).
29. Lugan, P. *et al.* Ultracold Bose gases in 1D-disorder: from Lifshits glass to Bose–Einstein condensate. *Phys. Rev. Lett.* **98,** 170403 (2007).
30. Sanpera, A., Kantian, A., Sanchez-Palencia, L., Zakrzewski, J. & Lewenstein, M. Atomic Fermi–Bose mixtures in inhomogeneous and random optical lattices: from Fermi glass to quantum spin glass and quantum percolation. *Phys. Rev. Lett.* **93,** 040401 (2004).
31. Kuhn, R. C., Miniatura, C., Delande, D., Sigwarth, O. & Müller, C. A. Localization of matter waves in two-dimensional disordered optical potentials. *Phys. Rev. Lett.* **95,** 250403 (2005).
32. Skipetrov, S. E., Minguzzi, A., van Tiggelen, B. A. & Shapiro, B. Anderson localization of a Bose-Einstein condensate in a 3D random potential. *Phys. Rev. Lett.* **100,** 165301 (2008).

Acknowledgements: The authors are indebted to P. Chavel, T. Giamarchi, M. Lewenstein and G. Shlyapnikov for many discussions, to P. Georges and G. Roger for assistance with the laser, and to F. Moron, A. Villing and G. Colas for technical assistance on the experimental apparatus. This research was supported by the Centre National de la Recherche Scientifique (CNRS), the Délégation Générale de l'Armement (DGA), the Ministère de l'Education Nationale, de la Recherche et de la Technologie (MENRT), the Agence Nationale de la Recherche (ANR), the Institut Francilien de Recherche sur les Atomes Froids (IFRAF) and IXSEA; by the STREP programme FINAQS of the European Union; and by the programme QUDEDIS of the European Science Foundation (ESF).

Author Information Reprints and permissions information is available at www.nature.com/reprints. Correspondence and requests for materials should be addressed to P.B. (philippe.bouyer@institutoptique.fr).

©2008 Macmillan Publishers Limited. All rights reserved

nature physics

ARTICLES

PUBLISHED ONLINE: 4 MARCH 2012 | DOI: 10.1038/NPHYS2256

Three-dimensional localization of ultracold atoms in an optical disordered potential

F. Jendrzejewski[1], A. Bernard[1], K. Müller[1], P. Cheinet[1], V. Josse[1]*, M. Piraud[1], L. Pezzé[1], L. Sanchez-Palencia[1], A. Aspect[1] and P. Bouyer[1,2]

In disordered media, quantum interference effects are expected to induce complete suppression of electron conduction. The phenomenon, known as Anderson localization, has a counterpart with classical waves that has been observed in acoustics, electromagnetism and optics, but a direct observation for particles remains elusive. Here, we report the observation of the three-dimensional localization of ultracold atoms in a disordered potential created by a speckle laser field. A phenomenological analysis of our data distinguishes a localized component of the resulting density profile from a diffusive component. The observed localization cannot be interpreted as the classical trapping of particles with energy below the classical percolation threshold in the disorder, nor can it be understood as quantum trapping in local potential minima. Instead, our data are compatible with the self-consistent theory of Anderson localization tailored to our system, involving a heuristic energy shift that offers scope for future interpretation.

Anderson localization (AL) was proposed more than 50 years ago[1] to understand how disorder can lead to the total cancellation of electron conduction in certain materials. It is a purely quantum, one-particle effect, which can be interpreted as due to interference between the various amplitudes associated with the scattering paths of a matter wave propagating among impurities[2]. According to the celebrated scaling theory[3], AL depends on the dimension, and in the three-dimensional (3D) case a mobility edge is predicted. It is an energy threshold separating localized states, which decay to zero at infinity and correspond to insulators, from extended states, which correspond to conductors. However, determining the precise value of the mobility edge, and the corresponding critical behaviour around it, remains a challenge for microscopic theory, numerical simulations, and experiments[2]. The quest for AL has been pursued not only in condensed matter physics[4], but also in wave physics[5], and experiments have been carried out with light waves[6–9], microwaves[10,11] and acoustic waves[12]. Following theoretical proposals[13–18], recent experiments have shown that ultracold atoms in optical disorder constitute a remarkable system to study 1D localization[19,20] or 2D diffusion[21,22] of matter waves in real space (see refs 23,24 for recent reviews). Cold atoms in a 'kicked rotor' situation have also been used to demonstrate 1D dynamical localization[25], that is, localization in p-space, and to study a mapping of 3D AL in that space[26]. Here, we report the observation of 3D localization of ultracold atoms of a Bose–Einstein condensate (BEC), suspended against gravity, and released in a 3D optical disordered potential with short correlation lengths in all directions. Fluorescence imaging of the expanding cloud yields density profiles composed of a steady localized part and a diffusive part. A phenomenological analysis allows us to determine the localized fraction and the diffusion coefficients of the diffusing part. The localization we observe cannot be interpreted as classical trapping of particles with energy below the classical percolation threshold in the disorder, which is well below the average energy of the atoms. Similarly, quantum trapping in local potential minima is excluded, because the local potential wells are too tight to support stationary states with energy less than the potential well depth. In contrast, our observations are compatible with the self-consistent theory of AL (ref. 27), taking into account the specific features of the experiment, in particular the broad energy distribution of the atoms placed in the disordered potential, provided we introduce a heuristic energy shift whose interpretation remains to be elucidated.

Experimental scheme

Our scheme (Fig. 1a), described in more detail in the Methods section, is a generalization of the one that allowed us to demonstrate AL in 1D (refs 15,19). It starts with a dilute BEC with several 10^4 atoms of ^{87}Rb, initially in a shallow quasi-isotropic optical trap. It is in thermal equilibrium, with about the same number of uncondensed atoms. When the trap is switched off, the atoms are kept suspended against gravity by a magnetic field gradient. Monitoring the free expansion of the suspended atomic cloud, we obtain the values of the initial chemical potential $\mu_{\rm in}$ ($\mu_{\rm in}/h \simeq 40$ Hz, where h is the Planck constant) and the temperature ($T \sim 1$ nK).

To study localization, an optical disorder is switched on, in less than 100 μs, at time $t_{\rm i} = 50$ ms after release. At that time, the atom–atom interaction energy $E_{\rm int}$, estimated from the observed atomic density, has become negligible ($E_{\rm int}/h \sim 1$ Hz) compared with the disorder amplitude (see below). The disordered potential $V(\mathbf{r})$ is created by the coherent addition of two crossed speckle laser fields[28,29] with the same polarization. It is repulsive with an exponential probability distribution $\mathcal{P}(V) = V_{\rm R}^{-1}\exp(-V/V_{\rm R})$. The potential amplitude, $V_{\rm R}$, is equal both to the average value of the potential and its standard deviation. It can be varied from 0 up to $V_{\rm R}/h = 1.1$ kHz. Figure 1b shows an example of a specific realization

[1]Laboratoire Charles Fabry Unité Mixte de Recherche 8501, Institut d'Optique, Centre National de la Recherche Scientifique, Université Paris-Sud 11, 2 Avenue Augustin Fresnel, 91127 Palaiseau cedex, France, [2]Laboratoire Photonique, Numérique et Nanosciences Unité Mixte de Recherche 5298, Université Bordeaux 1, Institut d'Optique and Centre National de la Recherche Scientifique, 351 cours de la Libération, 33405 Talence, France.
*e-mail: vincent.josse@institutoptique.fr.

© 2012 Macmillan Publishers Limited. All rights reserved.

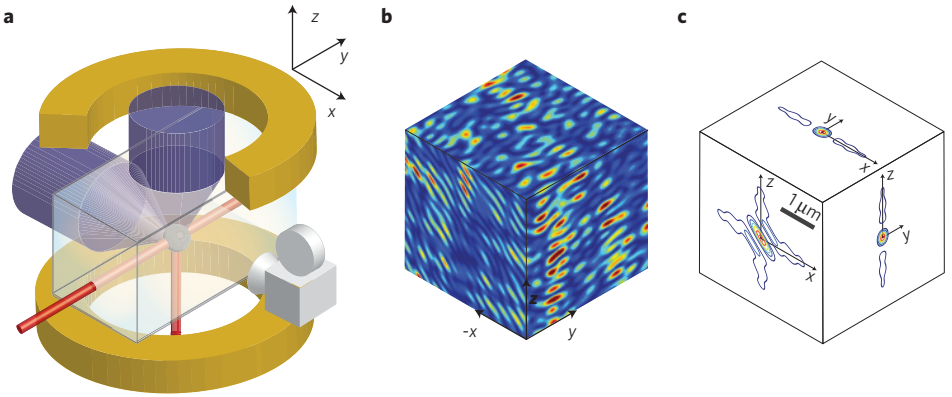

Figure 1 | Experiment. a, A dilute BEC of ultracold ^{87}Rb atoms, initially trapped by the red-detuned crossed laser beams, is released and subjected to a repulsive disordered potential. This potential is realized by the optical speckle field produced by two crossed, blue-detuned, coherent laser beams passed through diffusive plates and focused on the atoms. The (paramagnetic) atoms are suspended against gravity by a magnetic field gradient (produced by the yellow coils), and the expansion of the atomic cloud can be observed for times as long as 6 s. The EMCCD camera images the fluorescence produced by a resonant probe, and yields the atomic column density integrated along the x axis. **b**, False colour representation of a realization of the disordered potential in the $x=0$, $y=0$ and $z=0$ planes. **c**, Plots of the 3D autocorrelation function of the disordered potential in the $x=0$, $y=0$ and $z=0$ planes (the equal level lines represent levels separated by 14% of the maximum value).

of the speckle potential. The random spatial distribution has an anisotropic autocorrelation function (Fig. 1c). A 3D Gaussian fit of the central peak of the autocorrelation function yields standard radii of 0.11 μm, 0.27 μm and 0.08 μm, along the main axes (axis y and the two bisecting lines of x–z). For such a disordered potential, the classical percolation threshold is less than $10^{-2}V_R$, eliminating the possibility of classical trapping of the atoms, which have a typical energy of the order of V_R (see Methods). Moreover, the correlation energy[17] $E_R=\hbar^2/m\sigma_R^2$ (where $\sigma_R\simeq 0.13$ μm is the geometric average of the standard radii of the autocorrelation function, m the atom mass and $\hbar=h/2\pi$ the reduced Planck constant) is larger than the disorder amplitudes V_R used in the experiment ($E_R/h=6.5$ kHz). Then, the local minima of the disordered potential do not support bound states, eliminating the possibility of quantum trapping in individual local minima.

We observe the atomic cloud, at a given time t, by direct *in situ* fluorescence imaging along the x axis (see Methods). This yields the column density $\tilde{n}(y,z,t)=\int \mathrm{d}x\, n(x,y,z,t)$ (where $n(x,y,z,t)$ is the 3D atomic density). The obtained profiles have small residual spatial fluctuations (Fig. 2a), which do not depend on the particular realization of the laser speckle disorder. This can be traced to the averaging arising from the finite spatial resolution (15 μm, FWHM) of the imaging system, and it is consistent with the fact that each profile is a sum of many profiles associated with different atom energy components that probe different, uncorrelated, k-components of the disordered potential. One can then consider that the observed profiles represent, within the experimental accuracy, an ensemble average over different realizations of the disorder.

We have studied how the expansion of the released atomic cloud is affected when we apply the laser speckle potential. Figure 2a shows the evolution of the observed column density profiles for two different values of the disorder amplitude V_R. For the smaller value ($V_R/h=135$ Hz), we observe a diffusive expansion (Fig. 2b). After 1.2 s, the density at the centre has decreased so much that the atomic cloud is no longer measurable. In contrast, for the larger value of the disorder amplitude ($V_R/h=680$ Hz), the diffusive expansion is slower (Fig. 2b), and an almost steady peak survives at the centre for observation times as long as 6 s (Fig. 2c).

Phenomenological analysis of the data

To analyse these observations, we use a phenomenological model, assuming that the observed profiles are the sum of two contributions: (1) a steady localized part that is the replica of the initial profile $\tilde{n}_i(y,z)$, that is, the BEC and its thermal wings at $t=t_i$; (2) a diffusive expanding part $\tilde{n}_D(y,z,t)$, whose contribution at the centre decays towards zero. More precisely, we assume that we can decompose the observed column density as

$$\tilde{n}(y,z,t)=f_{loc}\times\tilde{n}_i(y,z)+\tilde{n}_D(y,z,t) \qquad (1)$$

This decomposition is supported by the observation (Fig. 2b) that the measured rms sizes Δu, along the $u\in\{y,z\}$ axes, of the column density profiles, vary as $\Delta u(t)^2=\Delta u(t_i)^2+2\langle D^u\rangle(t-t_i)$. Linear fits allow us to measure the diffusion coefficients $\langle D^y\rangle$ and $\langle D^z\rangle$. The brackets indicate an average over the energy distribution of the atoms. Figure 2c shows that the column density at the centre tends asymptotically towards a finite value, which is determined by a fit to the function $\tilde{n}(0,0,t)/\tilde{n}_i(0,0)=A+B(t-t_i)^{-1}$, where A refers to the localized part. The $(t-t_i)^{-1}$ evolution is expected for a diffusive behaviour of the column density at the centre when the size of the initial profile is negligible. It results from the integration over one dimension of the $(t-t_i)^{-3/2}$ evolution expected for the 3D density at the origin. Finally, as we will see below, theory predicts that the localization lengths are smaller than the resolution of the images, so that the profile of the localized part is a replica of the initial profile, hence the form chosen for the first term in equation (1). The constant A of the fit is then interpreted as the localized fraction of atoms, f_{loc}. It is found to be equal to 21% for $V_R/h=680$ Hz, and 1% for $V_R/h=135$ Hz. In the absence of disorder ($V_R=0$), we fit the central density by $A+B(t-t_i)^{-2}$, as expected for a ballistic expansion, and find $A=0$, that is, a null localized fraction.

The phenomenological analysis of the experimental data described above has been carried out for different values of V_R. Figure 3 shows that the localized fraction, which is vanishingly small at very weak disorder, increases rapidly with V_R above $V_R/h\sim 135$ Hz, and reaches a nearly saturated value slightly larger than 20% at $V_R/h\sim 500$ Hz. Note that inhomogeneous atom losses (see Methods) entail an overestimation of the condensed fraction for $V_R/h<400$ Hz, so that correcting for it would result in an even steeper increase of the observed condensed fraction. Similarly, Fig. 4 shows that the measured average diffusion coefficients, $\langle D^u\rangle$, exhibit a steep decrease with the disorder amplitude V_R around the value at which a localized fraction appears, and reach almost constant values at $V_R/h\sim 500$ Hz. These values of a few $\hbar/3m$ are of the order of what is expected just above the mobility edge[17].

© 2012 Macmillan Publishers Limited. All rights reserved.

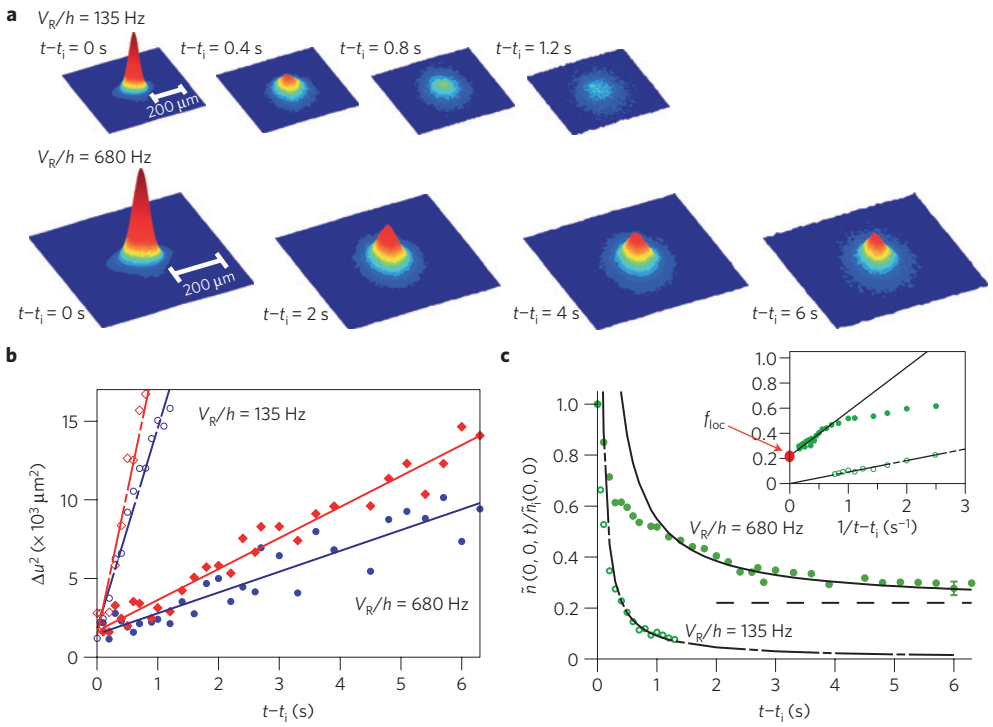

Figure 2 | Evolution of the atomic cloud for two different amplitudes of the disorder. a, Plots of the column density in the *y*–*z* plane, as observed by fluorescence imaging along the *x* axis (Fig. 1a) at various delays $t-t_i$ after application of the disorder. For a weak disorder ($V_R/h = 135$ Hz), we observe an expansion leading to the disappearance of any observable atomic density for times larger than 1.2 s. For a strong disorder ($V_R/h = 680$ Hz), the atomic cloud is still clearly visible after 6 s, and the profile shows a steady peak around the origin, superposed on a slowly expanding component. As shown in Fig. 2b, the expanding parts have a diffusive behaviour in both cases. **b**, Time evolution of the mean squared widths along *y* (blue circles) and *z* (red diamonds) of the column density profiles, and their fits by straight lines, yielding the diffusion coefficients along *y* and *z*. The anisotropy of the disorder, visible on Fig. 1b, is reflected on the diffusion coefficients. **c**, Time evolution of the column density at the centre (green circles). The black line is a fit by the function $A+B/(t-t_i)$, where the asympotic value *A* is interpreted as the localized fraction f_{loc} (see text). The inset shows the same data plotted as a function of $1/(t-t_i)$, fitted by the black straight line whose intercept on the left axis yields f_{loc}.

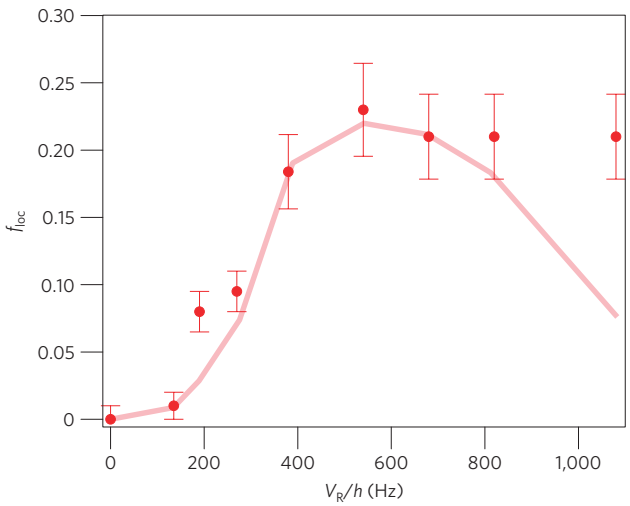

Figure 3 | Localized fraction versus disorder amplitude. The points give the localized fraction f_{loc} determined from the decay of the central density (Fig. 2c). The error bars reflect the uncertainty on each individual fit and the fluctuations from shot to shot. The solid line shows the results of the theoretical calculation, including the heuristic relative energy shift explained in the text.

Theoretical description

We now compare the results of the phenomenological analysis of the experimental data with the theory of quantum transport and AL specifically applied to our situation, that is, taking into account: (1) the spatial extension of the atomic gas at the initial time t_i; (2) its energy distribution induced by the sudden application of the disordered potential at time t_i; (3) the anisotropy of the 3D speckle potential. We write the spatial density of the atomic gas as[15,16,18]

$$n(\mathbf{r},t) = \int \mathrm{d}\mathbf{r}_i \int \mathrm{d}E\, \mathcal{D}_i(\mathbf{r}_i,E) P(\mathbf{r}-\mathbf{r}_i, t-t_i|E) \qquad (2)$$

where $\mathcal{D}_i(\mathbf{r},E)$ represents the semi-classical joint position–energy density just after the time t_i when the speckle potential is switched on, and $P(\mathbf{r}-\mathbf{r}_i, t-t_i|E)$ is the (anisotropic) probability of quantum transport, that is, the probability distribution that a particle of energy E, placed at point $\mathbf{r}_i$ at time t_i, is found at point $\mathbf{r}$ at time t.

The function $P(\mathbf{r},t|E)$, whose character changes from localized to extended when the energy passes the mobility edge E_c, plays the central role in AL. We calculate it self-consistently within the on-shell Born approximation[27,30], using the same method as in ref. 31, except that here we do not include the real part of the self-energy (see Methods). It provides the mobility edge E_c and the expressions of the probability of quantum transport[30,31]. Within the above approximation, we find $E_c - V_R \simeq 1.6V_R^2/E_R$ for our experimental parameters (for example, $[E_c - V_R]/h = 4.5$ Hz and 108 Hz for $V_R/h = 135$ Hz and 680 Hz respectively). In the AL regime ($E < E_c$), $P(\mathbf{r}|E)$ is a static, anisotropic, exponentially localized function, characterized by the localization tensor $\mathbf{L}_{loc}(E)$. In the diffusive regime ($E > E_c$), $P(\mathbf{r}|E)$ is a time-dependent, anisotropic, Gaussian function, characterized by the self-consistent diffusion tensor $\mathbf{D}_*(E)$. In the case where the range of atomic energies extends

© 2012 Macmillan Publishers Limited. All rights reserved.

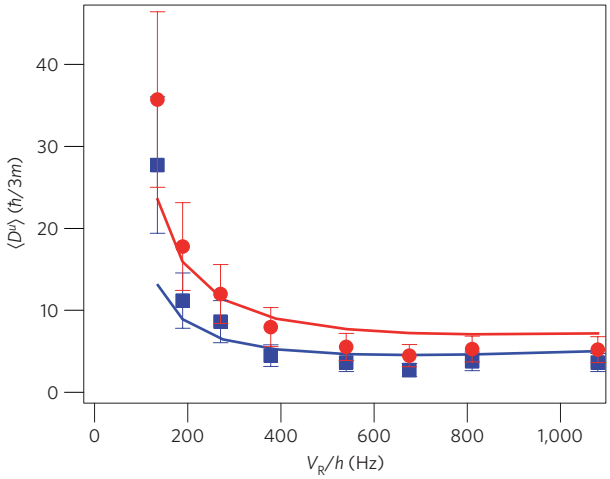

Figure 4 | Diffusion coefficient versus disorder amplitude. The blue squares and red circles give the diffusion coefficients, $\langle D^u \rangle$, in units of $\hbar/3m$, along the $u = y, z$ axes, respectively. These coefficients are derived from the evolution of the mean squared widths of the atomic cloud (Fig. 2b). The error bars reflect the effect of background noise on the mean squared widths. The solid blue (y) and red (z) lines show the results of the theoretical calculation of these coefficients, using the same heuristic energy shift as in Fig. 3.

below and above the mobility edge, both expressions of $P(\mathbf{r}, t|E)$ (equations (3) and (4) in Methods) play a role in the integral of equation (2), leading respectively to a localized component and a diffusing component.

To calculate $\mathcal{D}_i(\mathbf{r}, E)$, we use the fact that the sudden application of the disorder (in ~100 μs in the experiment) at time t_i hardly affects the density profile, $n_i(\mathbf{r})$, but significantly modifies the energy distribution because the disorder is strong (for example, $V_R^2/E_R \simeq \mu_{in}$ for $V_R/h \simeq 500$ Hz). We thus assume, for simplicity, separation of the position and energy variables, so that $\mathcal{D}_i(\mathbf{r}, E) = n_i(\mathrm{r}) \times f_i(E)$. The initial density profile $n_i(\mathbf{r})$ is determined from fits to the measured density profile at time t_i (upper panels in Fig. 5). On the other hand, we have no simple experimental method for determining precisely the energy distribution $f_i(E)$ of the atoms in the disorder, and we calculate it numerically (see Methods). We find that $f_i(E)$ is peaked around V_R (the average value of the disordered potential) with a width ΔE_{f_i} ranging from $\Delta E_{f_i}/h \sim 20$ Hz (for $V_R/h = 135$ Hz) to $\Delta E_{f_i}/h \sim 140$ Hz (for $V_R/h = 680$ Hz).

As expected, the calculation of the localized functions shows that the localization lengths (the components of $\mathbf{L}_{loc}(E)$) increase with the energy and diverge at the mobility edge E_c. Except in a narrow window ΔE below E_c (for example, $\Delta E/h \sim 20$ Hz for $V_R/h = 680$ Hz), however, they remain smaller than the imaging resolution (15 μm), and much smaller than the size of the atomic cloud when the disorder is switched on (Fig. 5). As most of the energy components are outside that window, we make $P(\mathbf{r}|E) \simeq \delta(\mathbf{r})$ for $E < E_c$. This yields a localized profile, which is simply a replica of the initial profile $\tilde{n}_i(y, z)$, supporting the form chosen for the first term in equation (1) used for the phenomenological analysis.

The calculated localized fraction is given by $f_{loc} = \int_{-\infty}^{E_c} \mathrm{d}E\, f_i(E)$. When we perform this calculation, we find numerical results significantly larger than the measured values. Actually, simple inspection shows that the numerical value found for f_{loc} is extremely sensitive to the numerical accuracy in the determination of $f_i(E)$ as well as to any approximation in the theoretical calculations of E_c. It is also very sensitive to uncertainties in experimental parameters, in particular the amplitude V_R and the details of the disordered potential. Considering all these uncertainties, we tried to

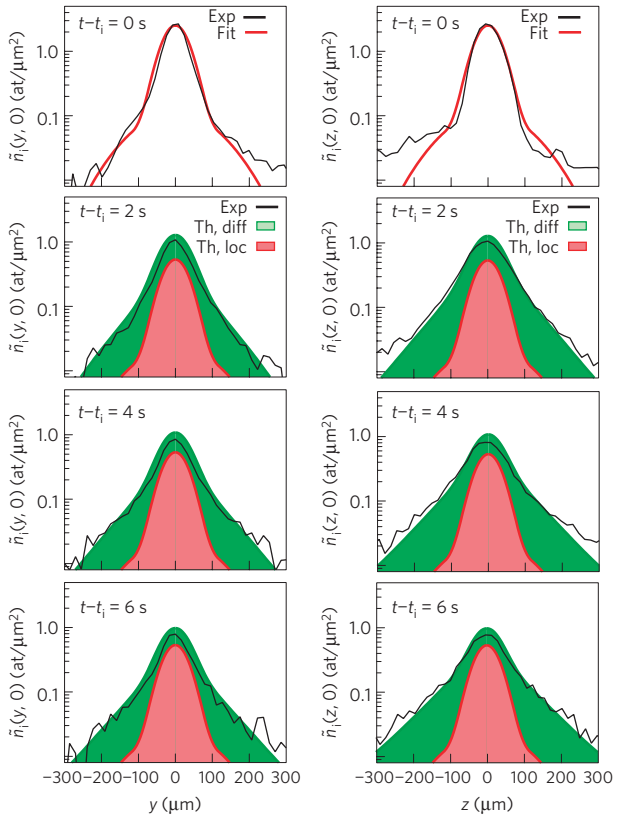

Figure 5 | Evolution of the density profiles in a strong disorder ($V_R/h = 680$ Hz): experiment versus theory. The figure shows cuts of the column density profiles along y ($\tilde{n}(y, 0, t)$, left column) and z ($\tilde{n}(0, z, t)$, right column), at various delays after application of the disorder. The solid black lines are the experimental data. In the top panels (corresponding to the initial time $t = t_i$ when the disorder is switched on), the solid red lines are fits to the data. In all other panels (corresponding to $t > t_i$), the solid red lines are these fitted initial profiles multiplied by the localized fraction $f_{loc} = 0.21$, hence describing the localized part. Adding the theoretically determined diffusive parts at various delays, we obtain the green profiles, which reproduce well the experimental profiles.

introduce into the calculation of f_{loc} a heuristic energy shift ΔE_{heur} between the energy functionals $f_i(E)$ and $P(\mathbf{r}|E)$, and we found that a relative shift of the form $\Delta E_{heur} = 3.35 V_R^2/E_R$ (for example, $\Delta E_{heur}/h \sim 225$ Hz for $V_R/h = 680$ Hz) leads to a fair agreement with the experimental results (Fig. 3). Note that ΔE_{heur} is approximately twice as large as $E_c - V_R$ and the width of the energy distribution ΔE_{f_i}. It thus strongly affects the value of f_{loc}.

The calculation of the diffusion coefficients involves the energy components with $E > E_c$. For consistency, we use the same energy shift as introduced in the calculation of the localized fraction, that is, we write $\langle D_*^u \rangle = \int_{E_c}^{+\infty} \mathrm{d}E\, f_i(E - \Delta E_{heur})\, \hat{\mathbf{u}} \cdot \mathbf{D}_*(E) \cdot \hat{\mathbf{u}}$, where $\hat{\mathbf{u}}$ is the unit vector pointing along the $u \in \{y, z\}$ axis. As shown in Fig. 4, we then find a fair agreement between the results of this calculation and the experimental data. In particular, the anisotropy of the diffusion tensor is reproduced well. Note that the theoretical calculations do not involve any free parameter, apart from the heuristic energy shift discussed above.

Figure 5 shows the comparison between the theoretical and experimental profiles, at various delays, in the case $V_R/h = 680$ Hz. The theoretical profiles represent equation (2), where $\mathcal{D}_i(\mathbf{r}, E)$ and $P(\mathbf{r}, t|E)$ are calculated as explained above. These theoretical profiles are composed of a localized part (replica of the initial profile multiplied by the calculated localized fraction; red line), plus an evolving diffusive part (the green line is the sum of the two parts).

© 2012 Macmillan Publishers Limited. All rights reserved.

The fair agreement with experimental profiles at various delays shows the consistency of our theoretical analysis (including the heuristic energy shift) with the experimental observations.

This theoretical description of our experimental situation allows us to interpret the behaviour of $f_{\rm loc}$ (Fig. 3) and $\langle D^u \rangle$ (Fig. 4) as resulting from the competition of two effects when $V_{\rm R}$ increases. On the one hand, for each energy component, the incoherent (Boltzmann) mean free path $l_{\rm B}(E)$, and thus the diffusion coefficient $D^u_*(E)$, decrease. According to the (on-shell) Ioffe–Regel criterion for localization[32], $k_E l_{\rm B}(E) \lesssim 1$ (where $k_E = \sqrt{2mE}/\hbar$ is the typical particle wave vector at energy E), the mobility edge $E_{\rm c}$ then increases, so that $f_{\rm loc}$ increases if the atom energy distribution is unchanged. This effect dominates for weak disorder ($V_{\rm R} \lesssim 400$ Hz). On the other hand, the atom energy distribution width and the heuristic shift increase with $V_{\rm R}$, so as to populate increasingly the diffusive component. The two effects counterbalance each other and the localized fraction reaches a maximum, while the average diffusion coefficients reach almost constant values.

Discussion and outlook

It is natural to ask whether our observation of a localized component can be interpreted as 3D AL, and whether the separation between the localized and diffusive components corresponds to the mobility edge. Recall that our observations are incompatible with classical trapping, owing to the very low value of the percolation threshold, or with quantum trapping, because our disorder does not support bound states. Therefore, we know of no other explanation than AL for our observations. Moreover, the self-consistent theory of AL applied to the exact experimental situation yields good quantitative agreement with the experimental results, provided we use the energy distribution of the atoms, which is strongly modified by the sudden application of the disorder, and displace it by a heuristic shift. The comparison is, however, too sensitive to uncertainties in the experimental parameters and to approximations in the theory to be considered fully quantitative. Such a definitive comparison would be of utmost interest, the experiment then being a test-bed for theories of AL, and several future advances towards that goal can be envisaged.

On the theoretical side, it will be important to clarify the status of the heuristic energy shift. On one hand, its simple form ($\propto V_{\rm R}^2$) suggests that it may be partially due to some disregarded term at Born first order, for instance the shift of energy states that is not taken into account in the on-shell approximation of the self-consistent theory of AL, but which might be significant[31,33]. On the other hand, the above form of the shift may be too simple, as suggested by the discrepancy with experimental data obtained at the highest values of $V_{\rm R}$ in Fig. 3. The search for a more elaborate form may lead to a better understanding of the localization phenomenon we have observed.

On the experimental side, it would be interesting to be able to release, in the disordered potential, a sample of atoms with a narrow energy distribution, controlled at will. It would then be possible to explore the localization transition, in particular to measure the exact value of the mobility edge $E_{\rm c}$, and to study the critical behaviour, permitting a comparison with existing theoretical treatments and hopefully suggesting routes for theoretical improvements. Beyond such developments on AL of non-interacting atoms, future experiments will include the addition of controlled interactions between atoms, because the effect of interactions on AL is an open problem of great interest, in particular in 3D (refs 4,24).

Note added in proof. During the preparation of this manuscript, we were made aware of a related work, reporting localization of fermions in a speckle potential[34].

Methods

BEC and magnetic levitation. The initial BEC contains several 10^4 atoms of ^{87}Rb in the $|F=2, m_F=-2\rangle$ ground state, in thermal equilibrium with about the same number of uncondensed atoms. It is created in a shallow quasi-isotropic Gaussian optical trap of trapping frequencies $\omega/2\pi \sim 5$ Hz. The initial chemical potential $\mu_{\rm in}$ and temperature are determined by monitoring the free expansion of the atomic cloud in the presence of the suspending potential (realized by the magnetic field gradient). The maximum velocity $v_{\rm max} \sim 0.5$ mm s^{-1} in the expanding BEC corresponds to an initial chemical potential of $\mu_{\rm in} = 3mv_{\rm max}^2/4 \simeq 40\,{\rm Hz} \times h$. The velocity distribution of the thermal component has a rms width of ~ 0.3 mm s^{-1}, that is, corresponding to a temperature of $T \sim 1$ nK ($k_{\rm B}T/h \sim 20$ Hz, where $k_{\rm B}$ is the Boltzmann constant).

The suspending potential has a repulsive and isotropic component of the form $-m\omega^2\mathbf{r}^2/2$, with $\omega \simeq 1.8$ s^{-1}. The weak expelling force resulting from this potential is responsible for spatially inhomogeneous losses that play a role only when the expansion is large (weak or null disorder). When the expansion is small enough (strong disorder, corresponding to the points at $V_{\rm R}/h \geq 400$ Hz in Figs 2–5), the inhomogeneous losses are negligible compared with the observed homogeneous losses, characterized by an inverse decay time constant of ~ 0.14 s^{-1}. In the quantitative analysis, we compensate the losses by rescaling our data to a fixed total number of atoms.

Observation of the atomic profiles. We use a high-sensitivity Electron Multiplying Charge Coupled Device (EMCCD) camera to image, along the x axis, the fluorescence obtained when applying, for 50 μs, a saturating resonant probe on the atomic cloud, at a chosen time t. The overall transverse resolution is 15 μm (full-width at half-maximum) in the y–z plane, resulting from both the finite resolution of the imaging system and a numerical sliding average. The obtained column density profile is averaged over three to five recordings to increase the signal-to-noise ratio.

3D speckle disorder and classical percolation threshold. To create a homogeneous 3D disorder with small correlation lengths along all directions of space, we cross two coherent orthogonal speckle fields with a width of 2.4 mm (at $1/e^2$), large compared with the extension of the atomic cloud. The laser is significantly blue-detuned (wavelength of 532 nm as compared to the ^{87}Rb resonance wavelength of 780 nm), so that the disordered potential is repulsive, and spontaneous emission is negligible. The two crossed speckle fields have the same polarization (along the y axis), yielding a Gaussian random amplitude distribution[28,29], hence the exponential distribution quoted in the text for the disordered potential.

We have numerically evaluated the percolation threshold $E_{\rm p}$ of our 3D speckle potential, that is, the energy such that all classical particles with energy $E < E_{\rm p}$ are trapped in finite-size allowed regions. Using various values of the grid step, the numerical calculations provide an upper bound for the percolation threshold, $E_{\rm p} \leq 4(1) \times 10^{-3} V_{\rm R}$. Above $E_{\rm p}$, the fraction of classical trapping regions is found to vanish for $E \geq 8(1) \times 10^{-3}\ V_{\rm R}$. Using the energy distribution $f_{\rm i}(E)$ calculated numerically, with or without the heuristic energy shift, we find that the fraction of classically trapped particles is negligible ($\ll 1\%$). This is a major advantage of using two coherent crossed speckles, rather than two speckles with orthogonal polarizations, or two incoherent speckles, for which the field amplitude distribution would not be Gaussian. In the case of perpendicularly polarized speckles, the numerical calculation indeed yields a much larger percolation threshold $E_{\rm p} \simeq 0.18(1) V_{\rm R}$.

Probability of quantum transport. The function $P(\mathbf{r}, t|E)$ is calculated using the on-shell self-consistent theory[27,30]. The incoherent (Boltzmann) diffusion tensor is first calculated using microscopic quantum transport theory applied to our 3D anisotropic speckle potential. The quantum interference terms are then incorporated in the form of the Cooperon and Hikami contributions. This provides an equation for the dynamic, quantum-corrected diffusion tensor, $\mathbf{D}_*(E, \Omega)$. Solving the latter self-consistently in the long time limit (that is, the low frequency limit $\Omega \to 0$) with an appropriate short-distance cut-off[17,27,31], we obtain the mobility edge $E_{\rm c}$ and explicit expressions for $P(\mathbf{r}, t|E)$. In the AL regime ($E < E_{\rm c}$),

$$P(\mathbf{r}|E) = \frac{\exp\left(-\sqrt{\mathbf{r}\cdot\mathbf{L}_{\rm loc}^{-2}(E)\cdot\mathbf{r}}\right)}{4\pi \det\{\mathbf{L}_{\rm loc}(E)\}\sqrt{\mathbf{r}\cdot\mathbf{L}_{\rm loc}^{-2}(E)\cdot\mathbf{r}}} \tag{3}$$

is a static, anisotropic, exponentially localized function, characterized by the localization tensor $\mathbf{L}_{\rm loc}(E)$. In the diffusive regime ($E > E_{\rm c}$),

$$P(\mathbf{r}, t|E) = \frac{\exp\left(-\mathbf{r}\cdot\mathbf{D}_*^{-1}(E)\cdot\mathbf{r}/4t\right)}{\sqrt{(4\pi t)^3 \det\{\mathbf{D}_*(E)\}}} \tag{4}$$

is a time-dependent, anisotropic, Gaussian function, characterized by the self-consistent diffusion tensor $\mathbf{D}_*(E)$.

Energy distribution. When the initial chemical potential of the BEC ($\mu_{\rm in}$) and the thermal energy ($k_{\rm B}T$) are smaller than the disorder parameters, the energy distribution can be approximated by $f_{\rm i}(E) \simeq A(\mathbf{k}=0, E)$, where $A(\mathbf{k}, E) = \langle \mathbf{k}|\delta(E-H)|\mathbf{k}\rangle$ is the spectral function of the disordered medium, with $H = -\hbar^2\nabla^2/2m + V(\mathbf{r})$ the non-interacting Hamiltonian associated with a realization of the disordered potential $V(\mathbf{r})$. To calculate $A(\mathbf{k}=0, E)$, we decompose the operator $\delta(E-H)$ onto the energy eigenbasis, as obtained by direct numerical

© 2012 Macmillan Publishers Limited. All rights reserved.

diagonalization of the Hamiltonian H. The numerical results are obtained in a box of linear length $\sim 15\lambda$ and of grid step $\sim 0.2\lambda$ ($\lambda = 532$ nm is the laser wavelength). The disorder average is performed over 100 realizations of $V(\mathbf{r})$ using the parameters of the 3D speckle potential used in the experiments.

Received 29 July 2011; accepted 7 February 2012; published online 4 March 2012

References

1. Anderson, P. W. Absence of diffusion in certain random lattices. *Phys. Rev.* **109,** 1492–1505 (1958).
2. Lagendijk, A., Van Tiggelen, B. A. & Wiersma, D. Fifty years of Anderson localization. *Phys. Today* **62,** 24–29 (August 2009).
3. Abrahams, E., Anderson, P. W., Licciardello, D. C. & Ramakrishnan, T. V. Scaling theory of localization: Absence of quantum diffusion in two dimensions. *Phys. Rev. Lett.* **42,** 673–676 (1979).
4. Lee, P. A. & Ramakrishnan, T. V. Disordered electronic systems. *Rev. Mod. Phys.* **57,** 287–337 (1985).
5. Van Tiggelen, B. A. in *Mathematical and Physical Sciences* Vol. 531 (ed. Fouque, J.) 1–60 (Nato Advanced Science Institutes Series, Series C, Addison Wesley, 1999).
6. Wiersma, D. S., Bartolini, P., Lagendijk, A. & Righini, R. Localization of light in a disordered medium. *Nature* **390,** 671–673 (1997).
7. Störzer, M., Gross, P., Aegerter, C. M. & Maret, G. Observation of the critical regime near Anderson localization of light. *Phys. Rev. Lett.* **96,** 063904 (2006).
8. Schwartz, T., Bartal, G., Fishman, S. & Segev, M. Transport and Anderson localization in disordered two-dimensional photonic lattices. *Nature* **446,** 52–55 (2007).
9. Lahini, Y. *et al.* Anderson localization and nonlinearity in one-dimensional disordered photonic lattices. *Phys. Rev. Lett.* **100,** 013906 (2008).
10. Dalichaouch, R., Armstrong, J. P., Schultz, S., Platzman, P. M. & McCall, S. L. Microwave localization by 2-dimensional random scattering. *Nature* **354,** 53–55 (1991).
11. Chabanov, A. A., Stoytchev, M. & Genack, A. Z. Statistical signatures of photon localization. *Nature* **404,** 850–853 (2000).
12. Hu, H., Strybulevych, A., Page, J. H., Skipetrov, S. E. & Van Tiggelen, B. A. Localization of ultrasound in a three-dimensional elastic network. *Nature Phys.* **4,** 845–848 (2008).
13. Damski, B., Zakrzewski, J., Santos, L., Zoller, P. & Lewenstein, M. Atomic Bose and Anderson glasses in optical lattices. *Phys. Rev. Lett.* **91,** 080403 (2003).
14. Roth, R. & Burnett, K. Phase diagram of bosonic atoms in two-color superlattices. *Phys. Rev. A* **68,** 023604 (2003).
15. Sanchez-Palencia, L. *et al.* Anderson localization of expanding Bose–Einstein condensates in random potentials. *Phys. Rev. Lett.* **98,** 210401 (2007).
16. Piraud, M., Lugan, P., Bouyer, P., Aspect, A. & Sanchez-Palencia, L. Localization of a matter wave packet in a disordered potential. *Phys. Rev. A* **83,** 031603 (2011).
17. Kuhn, R. C., Sigwarth, O., Miniatura, C., Delande, D. & Müller, C. A. Coherent matter wave transport in speckle potentials. *New J. Phys.* **9,** 161 (2007).
18. Skipetrov, S. E., Minguzzi, A., Van Tiggelen, B. A. & Shapiro, B. Anderson localization of a Bose–Einstein condensate in a 3D random potential. *Phys. Rev. Lett.* **100,** 165301 (2008).
19. Billy, J. *et al.* Direct observation of Anderson localization of matter waves in a controlled disorder. *Nature* **453,** 891–894 (2008).
20. Roati, G. *et al.* Anderson localization of a non-interacting Bose–Einstein condensate. *Nature* **453,** 895–898 (2008).
21. Robert-de-Saint-Vincent, M. *et al.* Anisotropic 2D diffusive expansion of ultracold atoms in a disordered potential. *Phys. Rev. Lett.* **104,** 220602 (2010).
22. Pezzé, L. *et al.* Regimes of classical transport of cold gases in a two-dimensional anisotropic disorder. *New J. Phys.* **13,** 095015 (2011).
23. Aspect, A. & Inguscio, M. Anderson localization of ultracold atoms. *Phys. Today* **62,** 30–35 (August 2009).
24. Sanchez-Palencia, L. & Lewenstein, M. Disordered quantum gases under control. *Nature Phys.* **6,** 87–95 (2010).
25. Moore, F. L., Robinson, J. C., Bharucha, C., Williams, P. E. & Raizen, M. G. Observation of dynamical localization in atomic momentum transfer: A new testing ground for quantum chaos. *Phys. Rev. Lett.* **73,** 2974–2977 (1994).
26. Chabé, J. *et al.* Experimental observation of the Anderson metal–insulator transition with atomic matter waves. *Phys. Rev. Lett.* **101,** 255702 (2008).
27. Vollhardt, D. & Wölfle, P. in *Electronic Phase Transitions* (eds Hanke, W. & Kopalev, Y.) 1 (Elsevier, 1992).
28. Clément, D. *et al.* Experimental study of the transport of coherent interacting matter-waves in a 1D random potential induced by laser speckle. *New J. Phys.* **8,** 165 (2006).
29. Goodman, J. W. *Speckle Phenomena in Optics: Theory and Applications* (Roberts, 2007).
30. Wölfle, P. & Bhatt, R. N. Electron localization in anisotropic systems. *Phys. Rev. B* **30,** 3542–3544 (1984).
31. Piraud, M., Pezzé, L. & Sanchez-Palencia, L. Matter wave transport and Anderson localization in anisotropic 3D disorder. Preprint at http://arxiv.org/abs/1112.2859v1 (2011).
32. Ioffe, A. F. & Regel, A. R. Non crystalline, amorphous, and liquid electronic semiconductors. *Prog. Semicond.* **4,** 237–291 (1960).
33. Yedjour, A. & Van Tiggelen, B. A. Diffusion and localization of cold atoms in 3D optical speckle. *Eur. Phys. J. D* **59,** 249–255 (2010).
34. Kondov, S. S., McGehee, W. R., Zirbel, J. J. & DeMarco, B. Three-dimensional Anderson localization of ultracold fermionic matter. *Science* **333,** 66–68 (2011).

Acknowledgements

We thank S. Seidel and V. Volchkov for experimental contributions, M. Besbes for assistance on numerical calculations, M. Lecrivain for helping design and realize the suspending coils, A. Villing and F. Moron for assistance with the electronics, and T. Giamarchi and B. van Tiggelen for fruitful discussions. This research was supported by the European Research Council (Starting grant 'ALoGlaDis', FP7/2007-2013 Grant Agreement No. 256294, and Advanced grant 'Quantatop'), the Agence Nationale de la Recherche (ANR-08-blan-0016-01), the Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche, the Délégation Générale de l'Armement, the Triangle de la Physique and the Institut Francilien de Recherche sur les Atomes Froids. We acknowledge the use of the computing facility cluster Grappe massivement parallèle de calcul scientifique of the LUmiere MATière research federation (Fédération de Recherche LUmiere MATière 2764).

Author contributions

All authors have contributed equally.

Additional information

The authors declare no competing financial interests. Reprints and permissions information is available online at www.nature.com/reprints. Correspondence and requests for materials should be addressed to V.J.

© 2012 Macmillan Publishers Limited. All rights reserved.

Coherent Backscattering of Ultracold Atoms

F. Jendrzejewski,[1] K. Müller,[1] J. Richard,[1] A. Date,[1] T. Plisson,[1] P. Bouyer,[2] A. Aspect,[1] and V. Josse[1,*]

[1]*Laboratoire Charles Fabry UMR 8501, Institut d'Optique, CNRS, Univ Paris Sud 11, 2 Avenue Augustin Fresnel, 91127 Palaiseau cedex, France*

[2]*LP2N UMR 5298, Univ Bordeaux 1, Institut d'Optique and CNRS, 351 cours de la Libération, 33405 Talence, France*

(Received 19 July 2012; published 5 November 2012)

We report on the direct observation of coherent backscattering (CBS) of ultracold atoms in a quasi-two-dimensional configuration. Launching atoms with a well-defined momentum in a laser speckle disordered potential, we follow the progressive build up of the momentum scattering pattern, consisting of a ring associated with multiple elastic scattering, and the CBS peak in the backward direction. Monitoring the depletion of the initial momentum component and the formation of the angular ring profile allows us to determine microscopic transport quantities. We also study the time evolution of the CBS peak and find it in fair agreement with predictions, at long times as well as at short times. The observation of CBS can be considered a direct signature of coherence in quantum transport of particles in disordered media. It is responsible for the so called weak localization phenomenon, which is the precursor of Anderson localization.

DOI: 10.1103/PhysRevLett.109.195302 PACS numbers: 67.85.−d, 05.60.Gg, 42.25.Dd, 72.15.Rn

Quantum transport differs from classical transport by the crucial role of coherence effects. In the case of transport in a disordered medium, it can lead to the complete cancelling of transport when the disorder is strong enough: this is the celebrated Anderson localization (AL) [1]. For weak disorder, a first order manifestation of coherence is the phenomenon of coherent backscattering (CBS), i.e., the enhancement of the scattering probability in the backward direction, due to a quantum interference of amplitudes associated with two opposite multiple scattering paths [2–4] (see inset of Fig. 1). Direct observation of such a peak is a smoking gun of the role of quantum coherence in quantum transport in disordered media.

CBS has been observed with classical waves in optics [5–8], acoustics [9,10], and even seismology [11]. In condensed matter physics, CBS is the basis of the weak localization phenomenon (see, e.g., Ref. [12]), which is responsible for the anomalous resistance of thin metallic films and its variation with an applied magnetic field [13,14]. In recent years, it has been possible to directly observe Anderson localization with ultracold atoms in one dimension [15,16] and three dimensions [17,18]. Convincing as they are, none of these experiments includes a direct evidence of the role of coherence.

In this Letter, we report on the direct observation of CBS with ultracold atoms, in a quasi-two-dimensional (2D) configuration [19]. Our scheme is based on the proposal of Ref. [21] that suggested observing CBS in the momentum space. A cloud of noninteracting ultracold atoms is launched with a narrow velocity distribution in a laser speckle disordered potential (Fig. 1). Time of flight imaging, after propagation time t in the disorder, directly yields the momentum distribution, as shown in Fig. 2. As expected for elastic scattering of particles, we observe a ring that corresponds to a redistribution of the momentum directions over 2π while the momentum magnitude remains almost constant. The evolution of the initial momentum peak and of the angular ring profile yields the elastic scattering time and the transport time. But the most remarkable feature is the large visibility peak, which builds up in the backward direction. The height and width of that

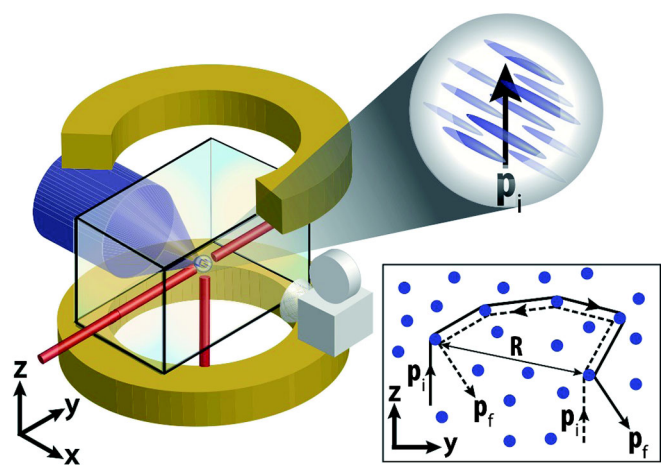

FIG. 1 (color online). Experimental setup. A cloud of noninteracting ultracold atoms, released from an optical trap (beams along y and z axis, red) and suspended against gravity by magnetic levitation (horizontal coils, yellow), is launched with a well-defined momentum $\mathbf{p}_i$ along the z axis. It is submitted to an anisotropic laser speckle disordered potential (blue beam), propagating along the x axis and elongated along that direction, leading to a quasi-2D diffusive motion in the y-z plane (see text). The atomic momentum distribution in this plane is monitored by fluorescence imaging after a time of flight of 150 ms. Inset: physical origin of CBS. The coherent enhancement of scattering in the backward direction originates from the interference between each multiple scattering path (solid line) and its reversed counterpart (dashed line).

 © 2012 American Physical Society

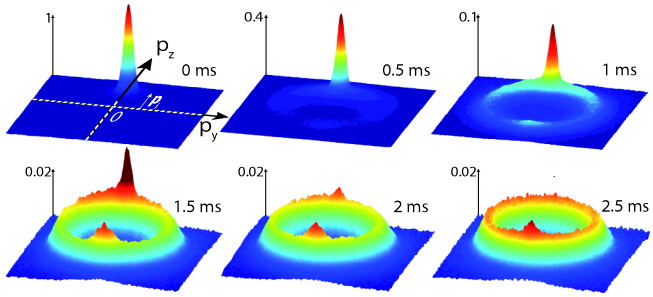

FIG. 2 (color online). Observed momentum distributions after different propagation times t in the disorder. The images correspond to an averaging over 20 experimental runs. Note that the vertical scale is different in the three first images ($t = 0$, 0.5, and 1 ms), whereas it is the same in the three last images ($t = 1.5$, 2, and 2.5 ms).

peak, and their evolution with time, are an indisputable signature of CBS, intimately linked to the role of coherence.

To understand the origin of that CBS peak, let us consider an input plane matter wave with initial momentum $\mathbf{p}_i$ that experiences multiple scattering towards a final momentum $\mathbf{p}_f$ (inset of Fig. 1). For each multiple scattering path, we can consider the reversed path with the same input $\mathbf{p}_i$ and output $\mathbf{p}_f$. Since the initial and final atomic states are the same, we must add the two corresponding complex quantum amplitudes, whose phase difference is $\delta\phi = (\mathbf{p}_i + \mathbf{p}_f) \cdot \mathbf{R}/\hbar$ ($\mathbf{R}$ is the spatial separation between the initial and final scattering events and $\hbar = h/2\pi$ the reduced Planck constant). For the *exact* backward momentum $\mathbf{p}_f = -\mathbf{p}_i$, the interference is always perfectly constructive, whatever the considered multiple scattering path. This coherent effect survives the ensemble averaging over the disorder, so that the total scattering probability is twice as large as it would be in the incoherent case. For an increasing difference between $\mathbf{p}_f$ and $-\mathbf{p}_i$, the interference pattern is progressively washed out as we sum over all interference patterns associated with all multiple scattering paths. It results in a CBS peak of width inversely proportional to the spread $\Delta\mathbf{R}$ in the separations [22]. For diffusive scattering paths, the distribution of $\mathbf{R}$ is a Gaussian whose widths increase with time as $t^{1/2}$, and the CBS widths decrease according to $\Delta p_{\mathrm{CBS},\alpha} = \hbar/\sqrt{2D_\alpha t}$ for each direction of space ($\alpha = y, z$), D_α being the diffusion constant along that direction. This time resolved dynamics of the CBS peak has been observed in acoustics [9,10] and optics [23,24].

The crux of the experiment is a sample of noninteracting paramagnetic atoms, suspended against gravity by a magnetic gradient (as in Ref. [18]), and launched along the z axis with a very well-defined initial momentum $\mathbf{p}_i$ (see Fig. 1). This is realized in four steps. First, evaporative cooling of an atomic cloud of ^{87}Rb atoms in a quasi-isotropic optical dipole trap (trapping frequency $\simeq 5$ Hz) yields a Bose-Einstein condensate of 9×10^4 atoms in the $F = 2$, $m_F = -2$ ground sublevel. Second, we suppress the interatomic interactions by releasing the atomic cloud and letting it expand during 50 ms. At this stage, the atomic cloud has a size (standard half-width along each direction) of $\Delta r_\alpha = 30\ \mu$m, and the residual interaction energy ($E_{\mathrm{int}}/h \sim 1$ Hz) is negligible compared to all relevant energies of the problem. Since the atomic cloud is expanding radially with velocities proportional to the distance from the origin, we can use the "delta-kick cooling" technique [26], by switching on a harmonic potential for a well chosen amount of time. This almost freezes the motion of the atoms, and the resulting velocity spread $\Delta v_\alpha = 0.12 \pm 0.03$ mm/s is just one magnitude above the Heisenberg limit ($\Delta r_\alpha m \Delta v_\alpha \sim 5\hbar$, with m the atom mass). Last, we give the atoms a finite momentum $\mathbf{p}_i$ along the z direction, without changing the momentum spread, by applying an additional magnetic gradient during 12 ms. The first image of Fig. 2 shows the resulting 2D momentum distribution. The average velocity is $v_i = 3.3 \pm 0.2$ mm/s ($k_i = p_i/\hbar \simeq 4.5\ \mu\mathrm{m}^{-1}$), corresponding to a kinetic energy $E_K = p_i^2/2m$ ($E_K/h \simeq 1190$ Hz). This momentum distribution is obtained with a standard time of flight technique that converts the velocity distribution into a position distribution. Because of the magnetic levitation, we can let the atomic cloud expand ballistically for as long as 150 ms before performing fluorescence imaging along the x axis. The overall velocity resolution of our experiment that takes into account the initial momentum spread, which writes $\Delta v_{\mathrm{res}} = [\Delta v_\alpha^2 + (\Delta r_\alpha/t_{\mathrm{tof}})^2]^{1/2} = 0.23$ mm/s, is nevertheless mainly limited by the size Δr_α of the atomic cloud.

To study CBS, we suddenly switch on an optical disordered potential in less than 0.1 ms, let the atoms scatter for a time t, then switch off the disorder and monitor the momentum distribution at time t. The disordered potential is the dipole potential associated with a laser speckle field [27,28], obtained by passing a laser beam through a rough plate, and focusing it on the atoms (Fig. 1). It has an average value V_R (the disorder "amplitude") equal to its standard deviation. Its autocorrelation function is anisotropic, with a transverse shape well represented by a Gaussian of standard half-widths $\sigma_y = \sigma_z = \sigma_\perp \simeq 0.2\ \mu$m, and a longitudinal Lorentzian profile of half-width $\sigma_x \simeq 1\ \mu$m (HWHM) [29]. The laser (wavelength 532 nm) is detuned far off-resonance (wavelength 780 nm), yielding a purely conservative and repulsive potential. The disorder amplitude V_R is homogenous to better than 1% over the atom cloud (profile of half-widths 1.2 mm along y, z, 1 mm along x).

The anisotropy of the speckle autocorrelation function (elongated along x) allows us to operate in a quasi-two-dimensional configuration by launching the atoms perpendicularly to the x axis (along the z axis). In the y-z plane, the atoms are scattered by a potential with a correlation length shorter than the reduced atomic de Broglie wavelength ($k_i\sigma_\perp \simeq 0.9$), so that the scattering probability is quasi-isotropic, and we will replace the subscript $\alpha = y, z$ by $\perp$ in the rest of this Letter. The dynamics within this

plane develops on the typical time scale of a single scattering event, that is, the elastic scattering time τ_s. In contrast, the correlation length along the x axis is larger than the reduced atomic de Broglie wavelength ($k_i\sigma_x \simeq 4.5$), so that each scattering event produces but a small deviation out of the y-z plane [30]. The diffusive dynamics along x is then slower than in the y-z plane, and for short times the dynamics is quasi 2D.

Figure 2 shows the time evolution of the momentum distribution for a disorder amplitude $V_R/h = 975 \pm 80$ Hz. In order to analyze these data quantitatively, we perform a radial integration of the 2D momentum distribution on a thin stripe between $p_i - \Delta p_{\rm res}$ and $p_i + \Delta p_{\rm res}$ (inset of Fig. 3) ($\Delta p_{\rm res} = m\Delta v_{\rm res}$ is the momentum resolution). This yields the angular profile $n(\theta, t)$, displayed in Fig. 3 for increasing diffusion times.

We first extract the elastic scattering time τ_s from the exponential decay of the initial peak $n(\theta = 0, t) \propto e^{-t/\tau_s}$ [31]. We find $\tau_s = 0.33 \pm 0.02$ ms (mean free path $l_s = v_i\tau_s = 1.1\ \mu$m). Note that this quantity also plays a role in the radial width of the ring (inset of Fig. 3), which is associated to a Lorentzian energy spread $\Delta E_{\rm dis} = \hbar/\tau_s$ (HWHM) acquired by the atoms when the disorder is suddenly switched on. Combining the corresponding momentum spread with the resolution of our measurement, we find a width in agreement with the observed ring width. The measured value of τ_s is in accordance with numerical simulations adapted to our configuration, but is about 2 times the value predicted by a perturbative calculation [29]. This is consistent with the fact that we are not fully in the weak disorder regime defined by $\Delta E_{\rm dis}/E_K = 2/k_i l_s \ll 1$. Here we have $\Delta E_{\rm dis}/E_K \sim 0.4$ ($k_i l_s \sim 5$) [32].

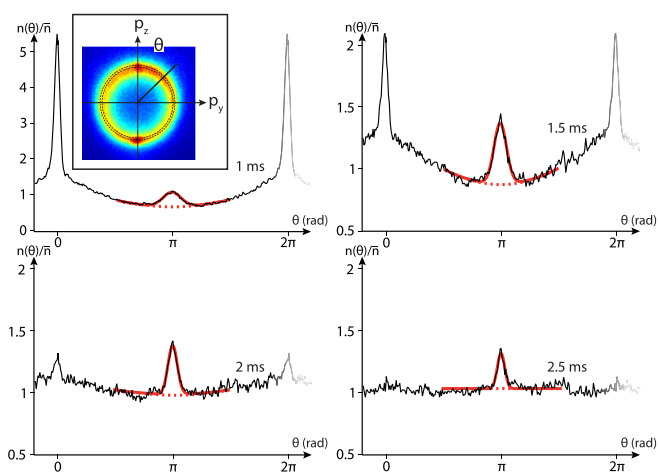

FIG. 3 (color online). Normalized angular profiles $n(\theta, t)/\bar{n}$ corresponding to the distributions shown in Fig. 2. The thick solid lines (red) correspond to the double structure fit around the backscattering direction [a parabola for the incoherent background (dashed line) and a Gaussian for the CBS peak, see text]. Inset: false color representation of the momentum distribution ($t = 2$ ms). The angle θ refers to the scattering direction with respect to the initial direction ($\mathbf{p}_i$).

Monitoring the isotropization of the momentum distribution, we obtain another important quantity: the transport time $\tau^\star$, after which, in the absence of coherence, the information about the initial direction would be lost. It is determined from the exponential decay $e^{-t/\tau^\star}$ of the first component of the Fourier series expansion of $n(\theta, t)$ [21,34]. We find $\tau^\star = 0.4 \pm 0.05$ ms, also in agreement with numerics. Note that $\tau^\star$ takes into account the CBS phenomenon and its calculation must include weak localization corrections. It is only slightly larger than τ_s, as expected for a nearly isotropic scattering probability ($k_i\sigma_\perp = 0.9$). The transport time sets the time scale of the onset of the diffusive dynamics, which is well established only after several $\tau^\star$. In the experiment, we observe that the momentum distribution has become fully isotropic after $t \sim 2.5$ ms (i.e., $\sim 6\tau^\star$), with a steady and flat angular profile of mean value $n(\theta, t) = \bar{n}$, except around $\theta = \pi$ where the CBS peak is still present.

To analyze the evolution of the CBS signal, we fit (see Fig. 3) the angular profiles by the function $n_{\rm incoh}(\theta, t) + n_{\rm coh}(t)\exp[-(\theta - \pi)^2/2\Delta\theta(t)^2]$. In this formula, $n_{\rm incoh}$ is (within higher order terms) the multiple scattering background that would be obtained in the absence of coherence [35] and we assume that $n_{\rm incoh}(\theta, t)$ has a parabola shape around $\theta = \pi$. The fit allows us to measure the contrast $\mathcal{C}(t) = n_{\rm coh}(t)/n_{\rm incoh}(\pi, t)$ and the width $\Delta\theta(t)$ of the CBS peak, and to compare them to the results of theoretical predictions. Their evolutions are shown in Fig. 4. A CBS peak appears as soon as scattering in the backward direction is significant, but the contrast starts decreasing before reaching the ideal value of 1. For the width, we observe the predicted monotonic decrease, but it tends asymptotically towards a non-null value rather than zero.

To compare these observations with theoretical predictions, we must take into account our finite resolution. The black line in Fig. 4(b) represents the calculated CBS width that results from the convolution of our resolution $\Delta\theta_{\rm res} = \Delta p_{\rm res}/p_i = 0.07$ with the expected CBS width $\Delta\theta_{\rm CBS} = \Delta p_{{\rm CBS},\perp}/p_i = \hbar/p_i\sqrt{2D_\perp t}$ in the diffusive regime (the widths are added quadratically). The diffusion constant is evaluated using the standard relation $D_\perp = v_i^2\tau^\star/2$, so that the solid line does not involve any adjustable parameter. We see that the agreement with the data is good when we enter the multiple scattering regime [for $t \gtrsim 1.5$ ms in Fig. 4(b)], but not at short times.

The broadening of the CBS peak by the finite resolution is also responsible for a decrease of the contrast, as represented in Fig. 4(a). Here also, we observe that the prediction (which again involves no adjustable parameter) is very different from the observed values at short times, but is in reasonable agreement with the measurements around $t \sim 1.5$ ms. On the other hand, the measured contrast is definitely smaller than the theoretical prediction when t increases yet more. We relate this observation at long times to the onset of the dynamics in the third direction x. Using a second imaging system yielding the momentum distribu-

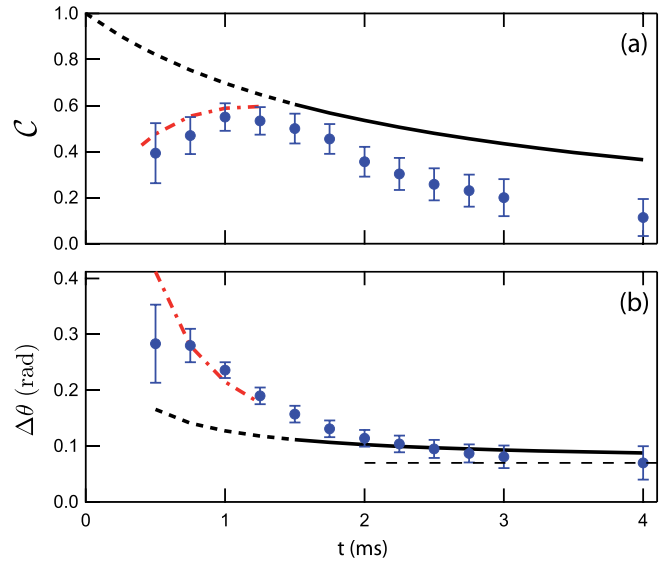

FIG. 4 (color online). Time resolved dynamics of the CBS peak: evolution of the contrast $\mathcal{C}$ (a) and the width $\Delta\theta$ (b) versus the scattering time t. The blue points are experimental data and the error bars correspond to the 95% confidence intervals for the fitted values ($\pm$ 2 standard deviations). The theoretical predictions for the multiple scattering regime are represented by the solid black lines at long times ($t \gtrsim 4\tau^\star$; $\tau^\star =$ 0.4 ms), and by dotted black lines at short times. The dashed-dotted red lines correspond to the calculation of [36] at short times (i.e., for $t \sim \tau_s$; $\tau_s = 0.33$ ms), where single scattering events cannot be neglected.

tion in the x-y plane, we estimate a typical time of 4 ms for this out-of-plane dynamics to become significant, and render the 2D approach wanting.

Deviations at short times were to be expected. Indeed, CBS demands multiple scattering, or at least double scattering, to happen (see inset of Fig. 1), whereas single scattering events do not participate to the CBS peak. At short times ($t \sim \tau_s$), the contribution of single scattering to backscattering is not negligible compared to multiple scattering. This entails a reduction of the contrast (see, e.g., Ref. [3]), and a modification of the shape (no longer Gaussian), whose width decreases at this stage as $1/t$ (ballistic motion between the first two scatterers). In the case of light, a calculation for isotropic scattering [36] predicts a short time evolution of the contrast $\mathcal{C} = (2t/\pi\tau_s)/(1 + 2t/\pi\tau_s)$ and width $\Delta\theta_{\mathrm{CBS}} \sim 3/k_i l_s(\tau_s/t)$. This prediction is plotted in Fig. 4 and is found in fair agreement with the observations in this time domain. Finally, note that the width around $t \sim \tau_s$ is linked to the disorder strength quantified by $k_i l_s$. Here we find a maximum value of $\Delta\theta_{\max} \sim 0.3$ rad, that is $\Delta\theta_{\max} \sim 1.5/k_i l_s$ ($k_i l_s \sim 5$, see above).

Similar measurements and analysis have been repeated for weaker disorder ($V_R/h = 525$, 750 Hz) and smaller initial momentum p_i ($E_K/h = 160$, 220, 620 Hz), and we have found a similar agreement between data and theory. In contrast to the observed moderate changes in the maximum peak contrast ($\mathcal{C}_{\max} \sim 0.5$–0.7), the maximum peak width $\Delta\theta_{\max}$ increases significantly with the amplitude of the disorder and the inverse of p_i. The highest observed width of 1.2 rad (from which we infer $k_i l_s \sim 1.25$) suggests that we are very close to the strong disorder regime, where AL is expected to be experimentally observable in 2D systems. Such an observation, however, would demand a longer 2D evolution in the disorder, which is limited in the present experiment because of the cross over to the 3D regime. Increasing this time, as for instance in Ref. [37], will then constitute the next step towards AL, with the possibility to observe the coherent forward scattering peak predicted in Ref. [38].

In conclusion, we have demonstrated experimentally that the time resolved study of the momentum distribution of ultracold atoms in a random potential is a powerful tool to study quantum transport properties in disordered media. We have been able to extract the elastic scattering time, the transport time, and to observe and study the evolution of the CBS peak. Let us emphasize that the theoretical analysis as well as numerical simulations render an account of the observations not only in the multiple scattering regime but also at short time, during the onset of multiple scattering. Such agreement gives a strong evidence of the fundamental role of coherence in that phenomenon. Further evidences of the role of coherence could be sought in the predicted suppression of the CBS peak [39] when scrambling the disorder, or when dephasing the counter-propagating multiple scattering paths using artificial gauge fields [40], in the spirit of pioneering works in condensed matter physics [14] or optics [41]. Finally, this work also opens promising prospects to study the effect of interactions on CBS (see, e.g., Refs. [42,43]).

We thank T. Bourdel, C. Müller, and B. van Tiggelen for fruitful discussions and comments. This research was supported by ERC (Advanced Grant "Quantatop"), ANR (ANR-08-blan-0016-01), MESR, DGA, RTRA Triangle de la Physique, IXBLUE, and IFRAF.

*vincent.josse@institutoptique.fr

[1] P. W. Anderson, Phys. Rev. **109**, 1492 (1958).
[2] K. M. Watson, J. Math. Phys. (N.Y.) **10**, 688 (1969); D. A. de Wolf, IEEE Trans. Antennas Propag. **19**, 254 (1971); Yu. N. Barabanenkov, Radiophys. Quantum Electron. **16**, 65 (1973).
[3] L. Tsang and A. Ishimaru, J. Opt. Soc. Am. A **1**, 836 (1984).
[4] E. Akkermans, P. E. Wolf, and R. Maynard, Phys. Rev. Lett. **56**, 1471 (1986).
[5] Y. Kuga and A. Ishimaru, J. Opt. Soc. Am. A **1**, 831 (1984).
[6] M. P. Van Albada and A. Lagendijk, Phys. Rev. Lett. **55**, 2692 (1985).
[7] P. E. Wolf and G. Maret, Phys. Rev. Lett. **55**, 2696 (1985).
[8] G. Labeyrie, F. de Tomasi, J. C. Bernard, C. A. Müller, C. Miniatura, and R. Kaiser, Phys. Rev. Lett. **83**, 5266 (1999).

[9] G. Bayer and T. Niederdränk, Phys. Rev. Lett. **70**, 3884 (1993).
[10] A. Tourin, A. Derode, P. Roux, B. A. van Tiggelen, and M. Fink, Phys. Rev. Lett. **79**, 3637 (1997).
[11] E. Larose, L. Margerin, B. A. van Tiggelen, and M. Campillo, Phys. Rev. Lett. **93**, 048501 (2004).
[12] B. L. Altshuler, A. G. Aronov, D. E. Khmelnitskii, and A. I. Larkin, *Quantum Theory of Solids* (Mir, Moscow, 1982), p. 130.
[13] B. L. Altshuler, D. Khmelnitzkii, A. I. Larkin, and P. A. Lee, Phys. Rev. B **22**, 5142 (1980).
[14] G. Bergmann, Phys. Rep. **107**, 1 (1984).
[15] J. Billy, V. Josse, Z. Zuo, A. Bernard, B. Hambrecht, P. Lugan, D. Clément, L. Sanchez-Palencia, P. Bouyer, and A. Aspect, Nature (London) **453**, 891 (2008).
[16] G. Roati, C. D'Errico, L. Fallani, M. Fattori, C. Fort, M. Zaccanti, G. Modugno, M. Modugno, and M. Inguscio, Nature (London) **453**, 895 (2008).
[17] S. S. Kondov, W. R. McGehee, J. J. Zirbel, and B. DeMarco, Science **334**, 66 (2011).
[18] F. Jendrzejewski, A. Bernard, K. Müller, P. Cheinet, V. Josse, M. Piraud, L. Pezzé, L. Sanchez-Palencia, A. Aspect, and P. Bouyer, Nature Phys. **8**, 398 (2012).
[19] During the preparation of this manuscript we have been made aware of an independent similar observation [20]. The incoherent backscattering echo phenomenon reported in that paper, which may hamper the observation of CBS, does not play a role in our case, since the delta kick cooling method that we use suppresses the position-momentum correlation in the atomic sample. Moreover, the large amplitude of our suddenly applied disorder would wash out any residual correlation.
[20] G. Labeyrie, T. Karpiuk, B. Grémaud, C. Minitatura, and D. Delande, arXiv:1206.0845.
[21] N. Cherroret, T. Karpiuk, C. A. Müller, B. Grémaud, and C. Miniatura, Phys. Rev. A **85**, 011604(R) (2012).
[22] More precisely, the peak at time t is the Fourier transform of the 2D distribution of the separations $\mathbf{R}$ at time t.
[23] R. Vreeker, M. P. van Albada, R. Sprik, and A. Lagendijk, Phys. Lett. A **132**, 51 (1988).
[24] In the stationary regime, the CBS peak results from the sum of all the contributions for all possible diffusion times and has the celebrated cusp shape predicted in Ref. [4], and observed in optics for instance in Refs. [8,25].
[25] D. S. Wiersma, M. P. van Albada, B. A. van Tiggelen, and A. Lagendijk, Phys. Rev. Lett. **74**, 4193 (1995).
[26] H. Ammann and N. Christensen, Phys. Rev. Lett. **78**, 2088 (1997).
[27] D. Clément, A. F. Varon, J. A. Retter, L. Sanchez-Palencia, A. Aspect, and P. Bouyer, New J. Phys. **8**, 165 (2006).
[28] J. W. Goodman, *Speckle Phenomena in Optics: Theory and Applications* (Roberts and Co, Englewood, 2007).
[29] M. Piraud, L. Pezzé, L. Sanchez-Palencia, Europhys. Lett. **99**, 50 003 (2012).
[30] R. C. Kuhn, O. Sigwarth, C. Miniatura, D. Delande, and C. A. Müller, New J. Phys. **9**, 161 (2007).
[31] E. Akkermans and G. Montambaux, *Mesoscopic Physics of Electrons and Photons* (Cambridge University Press, Cambridge, England, 2007).
[32] The shape of the energy distribution (which is intimately linked to the so-called *spectral function*) departs from a Lorentzian when approaching the strong disorder regime [33].
[33] A. Yedjour and B. A. van Tiggelen, Eur. Phys. J. D **59**, 249 (2010).
[34] T. Plisson, T. Bourdel, and C. A. Müller, arXiv:1209.1477.
[35] E. Akkermans and G. Montambaux, *Mesoscopic Physics of Electrons and Photons* (Cambridge University Press, Cambridge, England, 2007), Chap. 8, Sec. 8.3.1.
[36] E. E. Gorodnichev and D. B. Rogozkin, Waves Random Media **4**, 51 (1994).
[37] M. Robert-de-Saint-Vincent, J.-P. Brantut, B. Allard, T. Plisson, L. Pezzé, L. Sanchez-Palencia, A. Aspect, T. Bourdel, and P. Bouyer, Phys. Rev. Lett. **104**, 220602 (2010).
[38] T. Karpiuk, N. Cherroret, K. L. Lee, B. Grémaud, C. A. Müller, and C. Miniatura, arXiv:1204.3451 [Phys. Rev. Lett. (to be published)].
[39] A. A. Golubentsev, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **86**, 47 (1984) [Sov. Phys. JETP **59**, 26 (1984)].
[40] Y.-J. Lin, R. L. Compton, K. Jiménez-García, J. V. Porto, and I. B. Spielman, Nature (London) **462**, 628 (2009).
[41] R. Lenke and G. Maret, Eur. Phys. J. B **17**, 171 (2000).
[42] V. M. Agranovich and V. E. Kravtsov, Phys. Rev. B **43**, 13691 (1991).
[43] M. Hartung, T. Wellens, C. A. Müller, K. Richter, and P. Schlagheck, Phys. Rev. Lett. **101**, 020603 (2008).

arXiv:1411.1671v1 [cond-mat.quant-gas] 6 Nov 2014

Suppression and Revival of Weak Localization through Control of Time-Reversal Symmetry

K. Müller,[1] J. Richard,[1] V. V. Volchkov,[1] V. Denechaud,[1] P. Bouyer,[2] A. Aspect,[1] and V. Josse[1,*]

[1] *Laboratoire Charles Fabry UMR 8501, Institut d'Optique, CNRS, Univ Paris Sud 11, 2 Avenue Augustin Fresnel, 91127 Palaiseau cedex, France*

[2] *LP2N UMR 5298, Univ Bordeaux 1, Institut d'Optique and CNRS, 351 cours de la Libération, 33405 Talence, France.*

(Dated: November 7, 2014)

We report on the observation of suppression and revival of coherent backscattering of ultra-cold atoms launched in an optical disorder and submitted to a short dephasing pulse, as proposed in a recent paper of T. Micklitz *et al.* [arXiv:1406.6915]. This observation, in a quasi-2D geometry, demonstrates a novel and general method to study weak localization by manipulating time reversal symmetry in disordered systems. In future experiments, this scheme could be extended to investigate higher order localization processes at the heart of Anderson (strong) localization.

PACS numbers: 67.85.-d, 05.60.Gg, 42.25.Dd, 72.15.Rn

Weak localization (WL), a precursor of Anderson localization [1], is a fundamental paradigm in mesoscopic physics [2]. It arises from constructive interferences between *time-reversed* multiple-scattering paths. These interferences increase the probability that an electron remains around its initial position, thereby acting against propagation and resulting in an increased resistivity [3, 4]. WL (and thus the resistivity) can be modified if time reversal symmetry (TRS) is perturbed or broken in the system [5]. An elegant method is the application of an external magnetic field that introduces a controlled dephasing between the counter-propagating paths. Historically, WL was first introduced to interpret negative magnetoresistance effects in thin metallic films [6], and was unambiguously demonstrated by the seminal observation of the oscillation of the resistivity in a thin walled cylinder in the presence of an external magnetic field [7]. In the same spirit, other methods have been used to study WL in electronic systems by controlled TRS breaking, either by using magnetic impurities and spin-orbit coupling [6, 8] or by application of time dependent potentials, e.g., using high frequency RF fields [9, 10]. In the latter case, phase decoherence entails an irreversible suppression of WL, in contrast to the experiment using magnetic fields where the coherence is preserved.

In AMO physics, the equivalent of weak localization is the phenomenon of coherent back scattering (CBS), leading to an enhancement of the scattering probability in the backward direction (ideally by a factor 2) when a plane wave is launched in a disordered scattering medium (see Fig. 1**a**). It has been observed with a variety of classical waves [2], including optical, acoustic, elastic and seismic waves. It has recently been observed with ultracold atoms [11, 12], following the proposal in Ref. [13]. In direct analogy with the experiments conducted in condensed matter physics, the influence of TRS breaking on CBS has been studied, for instance using acoustic waves in a rotating medium, which simulates a magnetic field [14]. For light various mechanisms that break TRS have been considered (see, e.g., [15]). On the one hand the decay of the CBS signal due to pure dephasing processes linked to the depolarization in a Faraday medium submitted to a magnetic field [16, 17], or to internal structures in cold atomic samples [18], has been observed. On the other hand, the irreversible suppression of CBS by decoherence either due to the motion of the scatterers [19], or to an ultrafast modulation of the disordered medium [20], has been investigated.

In this Letter, we report on the demonstration of a novel and general method, proposed by T. Micklitz *et*

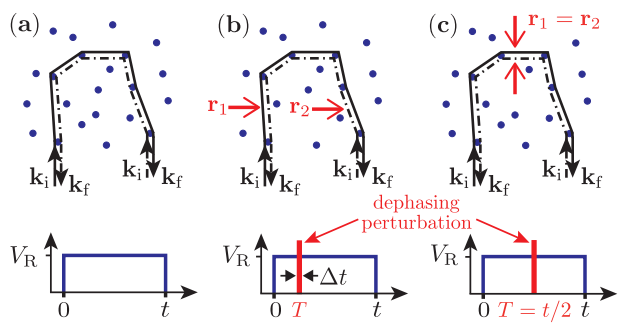

FIG. 1. **Principle of CBS suppression and revival in a 2D experiment with ultracold atoms. (a)** CBS results from the constructive interference between the scattering amplitudes of a direct (1, solid line) and reciprocal (2, dashed) multiple scattering path, for a plane matter wave launched with a wave vector $\mathbf{k}_i$ and detected in the backward direction at $\mathbf{k}_f = -\mathbf{k}_i$. The time diagram shows the switching on and off of the disordered potential V_R. **(b)** CBS suppression: A pulsed perturbation at time $T \neq t/2$ entails a phase difference $[\phi_{kick}(\mathbf{r_1}) \neq \phi_{kick}(\mathbf{r_2})]$ between the amplitudes associated with paths 1 and 2, where $\mathbf{r_1}$ and $\mathbf{r_2}$ are the positions on each path at time T. The constructive interference is destroyed. **(c)** CBS revival: For the special case $T = t/2$, one has $\mathbf{r_1} = \mathbf{r_2}$ and the constructive interference between the direct and reciprocal paths is restored.

al. [21], to study WL by TRS breaking, without destroying phase coherence. Our experimental system consists of ultracold atoms propagating in an optical disordered potential, in a quasi two-dimensional (2D) configuration, for which CBS can be observed as a peak in the momentum distribution as described in [11]. In the present experiment, TRS is broken by a short dephasing kick applied at time T. After this kick we observe the suppression of the CBS peak, followed by a brief revival at time $2T$. This revival constitutes a new and direct signature of phase coherence in disordered media. It also strikingly highlights the role of time reversal symmetry in WL [21].

The principle of the suppression and revival effect is illustrated in Fig. 1. Consider atoms with initial momentum $\hbar\mathbf{k}_\mathrm{i}$ that are launched into a disordered potential at time $t = 0$. In the absence of any perturbation the constructive interference between counter propagating multiple scattering paths leads to an enhancement of the scattering probability at $\mathbf{k}_\mathrm{f} = -\mathbf{k}_\mathrm{i}$ [Fig. 1(a)], i.e., the CBS peak. At time $t = T$ we now apply, for a short duration Δt, a magnetic field gradient that imposes a linear potential $V(\mathbf{r})$ on the atoms. This entails a momentum change $\hbar\Delta\mathbf{k} = -\nabla V(\mathbf{r})\,\Delta t$, associated with a supplementary *local* phase shift $\phi_\mathrm{kick}(\mathbf{r}) = V(\mathbf{r})\Delta t/\hbar$ that depends on the position $\mathbf{r}$ of the atom on the scattering path at time T [22]. This results in a dephasing between the counter-propagating paths,

$$\Delta\phi_\mathrm{kick} = \phi_\mathrm{kick}(\mathbf{r}_2) - \phi_\mathrm{kick}(\mathbf{r}_1) = \boldsymbol{\Delta}\mathbf{k}\cdot(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2), \qquad (1)$$

where $\mathbf{r}_{1,2}$ correspond to the respective positions on each path [Fig. 1(b)]. Hence the CBS peak is *a priori* suppressed for observation times $t > T$. If, however, the observation time is chosen at $t = 2T$, the two counter-propagating paths acquire the same extra phase [Fig. 1(c)], and the constructive interference is preserved. In other words, the TRS, and consequently the CBS peak, are restored. Altogether, we expect a suppression of the CBS for $T < t < 2T$ and $t > 2T$, with a revival at $t = 2T$.

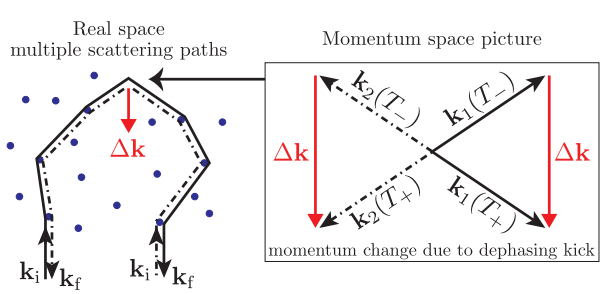

FIG. 2. **Time-reversed multiple scattering paths in the case of a strong kick.** The direct path (1, solid line), which includes the $\mathbf{k}$-vector change due to the kick at $t = T$ (shown in the inset), has a $\mathbf{k}$-vector $\mathbf{k}_\mathrm{f} = -\mathbf{k}_\mathrm{i}$ at $t = 2T$. The counter-propagating path (2, dashed line), which includes the same $\mathbf{k}$-vector change at $t = T$ (see inset), is time-reversal symmetric. Thus, the two paths interfere constructively, leading to the CBS revival at $2T$ around $\mathbf{k}_\mathrm{f} = -\mathbf{k}_\mathrm{i}$.

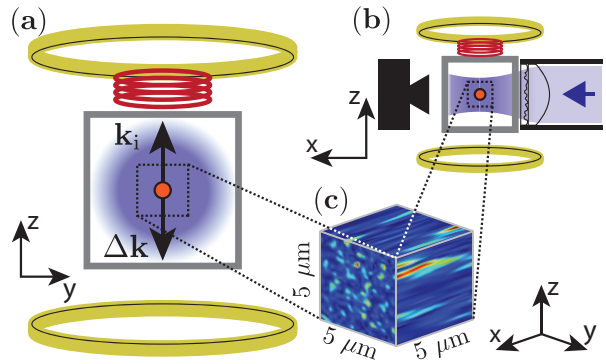

FIG. 3. **Experimental Setup. (a)** and **(b)**: A cloud of ultracold atoms (orange disk) is launched upwards, along the z axis, with an initial momentum $\hbar\mathbf{k}_\mathrm{i}$. The disordered potential is created by an anisotropic laser speckle, elongated along the x axis, obtained by passing a laser beam through a scattering plate (shaded blue). The atoms are suspended against gravity by magnetic levitation provided by the pair of large coils (yellow). The small red coil is used to create a magnetic gradient pulse resulting in a downward momentum kick $\hbar\Delta\mathbf{k}$, along the z axis, to the atoms. After a time of flight of 150 ms, fluorescence imaging recorded by an EMCCD camera along x gives the transverse momentum distribution (in the $y-z$ plane, see text). **(c)** 3D false color representation of the disordered potential.

The reasoning above is valid in the perturbative regime considered in [21], where the kick is small enough that one can neglect the subsequent modifications of the scattering paths. Actually, the argument still holds for a large kick, as is the case in the experiment. A CBS revival is indeed expected at $\mathbf{k}_\mathrm{f} = -\mathbf{k}_\mathrm{i}$, whatever the kick's strength, due to the following reason: monitoring the momentum distribution at that exact backward value *automatically selects* those scattering paths for which energy is conserved after the kick (scattering from the disordered potential is considered elastic). As illustrated in Fig. 2, these paths satisfy $|\mathbf{k}(T_+)| = |\mathbf{k}(T_-) + \Delta\mathbf{k}| = |\mathbf{k}(T_-)|$, where T_- and T_+ are the times just before and after the kick [23]. When the observation is done at $t = 2T$, each such scattering path has an exact counter-propagating one, even though they are strongly modified by the kick at time T. Here again, TRS is restored and a CBS revival is expected with a contrast ideally equal to one.

Our experimental set-up, sketched in Fig. 3, has been described in [11]. A salient feature is the ability to launch a "quasi-monochromatic" cloud of non-interacting atoms into the disorder. The cloud, containing 10^5 ^{87}Rb atoms prepared in the ground hyperfine Zeeman sub-level $|F = 2, m_F = -2\rangle$, is suspended against gravity by a vertical magnetic field gradient. It is launched along z with a mean velocity of $v_\mathrm{i} = 3.09 \pm 0.04$ mm/s ($k_\mathrm{i} = 4.24\ \mu\mathrm{m}^{-1}$,

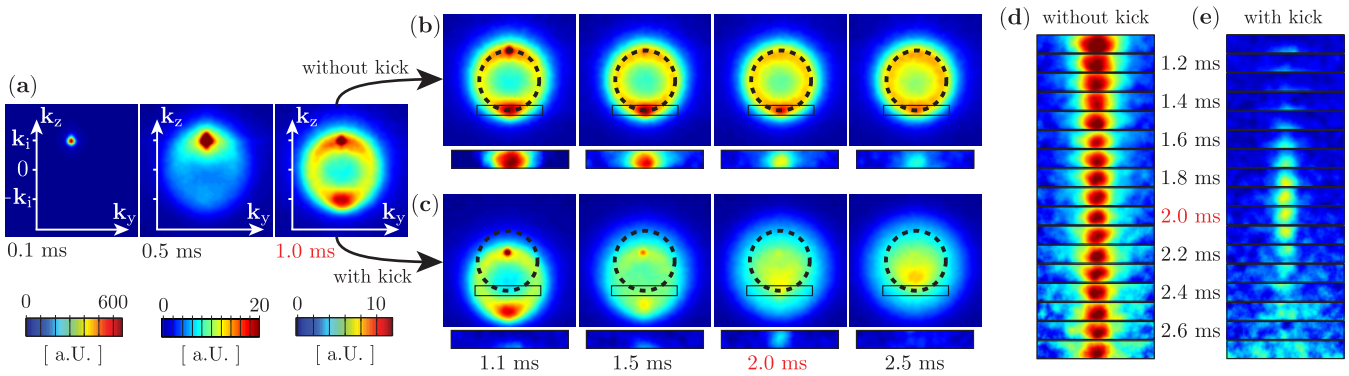

FIG. 4. **Observation of the CBS revival**. The images represent the 2D **k**-vector distribution in the $y-z$ plane, $n(\mathbf{k},t)$. Each image results from an average over 30 experimental runs and the color scale is kept unchanged, except for the first two images in **(a)**. **(a)** Initial evolution of $n(\mathbf{k},t)$ for atoms launched at $t=0$ in the disorder with momentum $\hbar\mathbf{k}_\mathrm{i}$. The initial peak at $\mathbf{k}_\mathrm{i}$ decays while the atoms **k**-vectors are redistributed on a ring of radius $|k_\mathrm{i}|$, and the CBS peak grows at $-\mathbf{k}_\mathrm{i}$. **(b)** and **(c)**: Evolution for $t>T$, without and with the dephasing kick at $T=1$ ms. The dashed circles are centered on the origin, and have a radius $|k_\mathrm{i}|$. The rectangular boxes below each image show the extracted coherent fraction $\mathcal{C}_\mathrm{coh}(\mathbf{k},t)$ around $-\mathbf{k}_\mathrm{i}$ (see text). **(d)** and **(e)** Coherent fractions around $-\mathbf{k}_\mathrm{i}$, as in **(b)** and **(c)**, but renormalized by the the reference CBS peak at the same time (see text).

where $\mathbf{k}=m\mathbf{v}/\hbar$ and m the atom mass), and a very narrow velocity spread of 0.18 ± 0.02 mm/s. At $t=0$, we switch on an anisotropic speckle field, elongated along the x axis, created by a far off resonance laser (wavelength 532 nm) [24, 25]. The disordered potential has correlation lengths much shorter in the y-z plane than in the x direction ($\sigma_y=\sigma_z=0.27$ μm and $\sigma_x=1.40$ μm HWHM), so that the situation can be considered 2D for atoms launched in the y-z plane [11]. At time t, the disorder is switched off and the 2D atomic velocity distribution [or equivalently the **k**-vector distribution $n(\mathbf{k},t)$ with **k** in the y-z plane] is recorded by fluorescence imaging, along the x axis, after a free expansion of 150 ms. Taking into account the initial size of the cloud, the overall resolution is estimated to be $\Delta k_\mathrm{res}=0.3$ $\mu\mathrm{m}^{-1}$.

The dephasing kick is realized by a pulsed magnetic field with a gradient of about 100 G/cm along the z axis (Fig. 3). We vary the pulse duration Δt to adjust the strength Δk of the kick, which is directly measured in the experiment (see below). This duration is always less than 100 μs, i.e., shorter than the mean scattering time.

Figure 4 shows the evolution of the **k**-vector distribution when atoms are subjected to the disordered potential, with or without the dephasing kick applied. The average disorder amplitude is set to $V_\mathrm{R}/h=660$ Hz [26]. Panels **(a)** and **(b)** correspond to the reference case, i.e., when no kick is applied ($\Delta\mathbf{k}=0$). In the beginning, the initial narrow distribution centered around $\mathbf{k}_i$ decays as the momenta are redistributed on a ring of mean radius $|k_\mathrm{i}|$ (elastic scattering). Monitoring that decay and the isotropization of the momentum distribution, we infer the mean scattering time $\tau_\mathrm{s}=0.22$ ms (hence $l_\mathrm{s}=v_\mathrm{i}\tau_\mathrm{s}\sim0.7$ μm) and the transport time $\tau^\star=0.6$ ms (hence $l^\star=v_\mathrm{i}\tau^\star\sim1.8$ μm) [27]. After a few scattering events the CBS peak develops around $\mathbf{k}_\mathrm{f}=-\mathbf{k}_\mathrm{i}$ and becomes clearly visible at $t=1$ ms. As explained in [11], we observe a decrease of the contrast of the CBS peak for longer times, which can be attributed to two reasons. Firstly, the CBS peak width becomes smaller than the experimental resolution. Secondly, after a few scattering events the probability for the atom to scatter out of the y-z plane becomes significant. As a consequence, the observation time of the CBS peak dynamics is limited to about 6 $\tau^\star$ (3.5 ms) in our experiment.

Panel **(c)** of Fig. 4 shows the evolution of the momentum distribution when a dephasing kick is applied along z at time $T=1$ ms (kick duration $\Delta t=35\,\mu$s FWHM). This kick entails a momentum change of $\hbar\mathbf{\Delta k}$ in all atoms: the whole **k**-vector distribution, including the CBS peak, is thus shifted downwards (first image) by $\Delta k=-3.44\pm0.3$ $\mu\mathrm{m}^{-1}$ ($\Delta k\sim-0.8\,k_\mathrm{i}$). The momenta are then redistributed by elastic scattering, and, after a few $\tau^\star$, the momentum distribution tends towards a broad, isotropic distribution. During that process, the CBS peak is rapidly suppressed. This is because of the large value of the kick amplitude Δk, chosen to ensure a rapid dephasing (to be more precise, after one scattering time $\tau_\mathrm{s}=0.22$ ms, the dephasing can be as large as $\Delta\phi_\mathrm{kick}\sim\Delta k\,l_\mathrm{s}=2.3>1$ [see Eq. (1)]).

The revival of the CBS peak is expected to appear at $t=2T=2$ ms around $\mathbf{k}_\mathrm{f}=-\mathbf{k}_\mathrm{i}$, on top of an incoherent background. In order to reveal it, we first estimate the incoherent background $n_\mathrm{incoh}(\mathbf{k},t)$ by performing a quadratic fit of the distribution outside a rectangular box centered on $-\mathbf{k}_\mathrm{i}$ and further extrapolating it into that box. The coherent fraction, defined as $\mathcal{C}_\mathrm{coh}(\mathbf{k},t)=[n(\mathbf{k},t)-n_\mathrm{incoh}(\mathbf{k},t)]/n_\mathrm{incoh}(\mathbf{k},t)$, is then extracted. Panel **(e)** shows that coherent fraction after

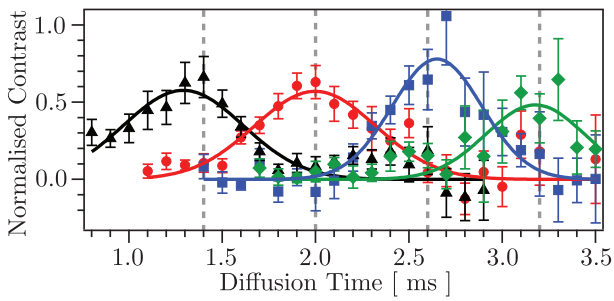

FIG. 5. **Amplitude of the CBS revivals $\gamma_{\rm rev}(t)$ for several dephasing times** T. The data points ▲● ■ ◆ correspond to $T = 0.7$, 1.0, 1.3, and 1.6 ms respectively, the kick's strength Δk being fixed (same as in Fig. 4). The dotted vertical lines indicate times $2T$ when the revivals are expected. Solid lines are Gaussian fits with zero offset. The observed revival times, determined by the fits, are respectively (in ms): 1.3 ± 0.08, 1.99 ± 0.08, 2.65± 0.05 and 3.18± 0.09. Uncertainties correspond to the 95% confidence intervals.

application of the kick, hereafter referred to as $\mathcal{C}_{\rm kick}(\mathbf{k},t)$ [for comparison the coherent fraction in the absence of the kick, $\mathcal{C}_{\rm ref}(\mathbf{k},t)$, is shown in **(d)**, and in both panels the coherent fractions are normalized by $\mathcal{C}_{\rm ref}(-\mathbf{k}_{\rm i},t)$]. A clear revival of the CBS peak is observed around $t = 2$ ms, a striking evidence of the predicted phenomenon.

Figure 5 shows the temporal evolution of the revival, whose amplitude is defined as $\gamma_{\rm rev}(t) = \mathcal{C}_{\rm kick}(-\mathbf{k}_{\rm i},t)/\mathcal{C}_{\rm ref}(-\mathbf{k}_{\rm i},t)$, for several values of the kick time T and the same kick's strength Δk. In all cases, a revival is observed around the expected time, with a contrast of about 60%. We suspect that spurious magnetic fields, due to eddy currents that are excited by the strong magnetic dephasing pulse, are responsible for the reduced contrast of the revival. The revival shape is well fitted by a Gaussian with almost the same *rms* width for all cases, about $\Delta\tau_{\rm rev} = 0.28 \pm 0.04$ ms.

In order to render an account of the shape and the width of the revival peak, we refer to the perturbative expression (1) of the phase difference between the amplitudes of counter-propagating scattering paths that contribute to the CBS signal at $\mathbf{k}_{\rm f} = -\mathbf{k}_{\rm i}$ (see Fig. 1). The amplitude of the revival is expected to vary as $\gamma(t) = \langle \exp[{\rm i}\Delta\phi_{\rm kick}(\mathbf{R})]\rangle$, where the brackets indicate a statistical average over the separation $\mathbf{R}(\mathbf{t}) = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$, for fixed T. This separation, null at $t = 2T$, is the distance corresponding to the propagation of the atoms in the disorder for a duration $|t - 2T|$.

If this propagation was a random walk, the distance $\mathbf{R}(\mathbf{t})$ would have a Gaussian distribution, with variance $\langle \mathbf{R}^2\rangle = 2D|t - 2T|$, where $D = vl^\star/2$ is the diffusion constant. The amplitude of the revival would then be

$$\gamma_{\rm dif}(t) = e^{-\Delta\mathbf{k}^2\langle \mathbf{R}(t)^2\rangle/2} = e^{-\Delta\mathbf{k}^2 D|t-2T|}. \qquad (2)$$

This formula is identical to the one derived by Micklitz *et al.* [21]. It predicts a profile with a symmetrical exponential shape, of half-width (at $1/e$) $\Delta\tau_{\rm dif} = [D\Delta\mathbf{k}^2]^{-1} \sim 0.03$ ms for our parameters. It does not correspond to our observation of a Gaussian shape (see Fig. 5), with a width one order of magnitude larger.

Actually, in our experiment, the diffusive hypothesis used in Eq. (2) is definitely not fulfilled at the short time scale characterizing the revival width, which is on the order of the mean scattering time $\tau_{\rm s}$. A similar failure of the diffusive hypothesis was already observed in [11] and we had rendered an excellent account of the observation at short times by using an effective ballistic dynamics, derived from [28], in which $\langle \mathbf{R}^2\rangle = (v_{\rm i}|t-2T|/3)^2$. Using the same ansatz here, we obtain a Gaussian expression for the CBS revival profile:

$$\gamma_{\rm bal}(t) = e^{-(t-2T)^2/2\Delta\tau_{\rm bal}^2}\ , \text{ where } \ \Delta\tau_{\rm bal} = \frac{3}{|\Delta k| v_{\rm i}}. \quad (3)$$

For our parameters, one has $\Delta\tau_{\rm bal} = 0.28$ ms, in striking agreement with the observations. Let us note that we have varied the strength of the kick Δk, and the revival widths were found in good agreement with expression (3) [29].

In conclusion, we have demonstrated experimentally a new method to break and restore TRS in a disordered medium, resulting in the suppression and revival of the CBS peak. While conceptually highlighting the profound role of TRS on CBS (and more generally WL), our observation also provides a novel indisputable signature of the role of coherence in weak localization. The method could serve to differentiate CBS from classical echoes as reported in [12]. It could be implemented differently, for instance kicking the disordered potential, or any kind of inhomogeneous external potential. It would be interesting to compare it to schemes using time dependent potentials [30], or artificial gauge fields [31]. Finally, extending the scheme to multiple kick sequences opens new prospects to study Anderson (strong) localization in a renewed perspective [21]. Depending on the chosen sequence, suppression and revivals of both the CBS and of the expected coherent forward scattering peak [32] could be observed and used to investigate higher-order mechanisms at the heart of Anderson localization. Such observations would complement ideally previous studies of Anderson localization with ultracold atoms [33, 34].

We thank T. Micklitz, C. Müller and A. Altland for communicating their proposal before publication [21]. Our research was supported by ERC (Advanced Grant "Quantatop"), ANR (DisorderTransitions), DGA, Région Ile de France (IFRAF) and Institut Universitaire de France .

* vincent.josse@institutoptique.fr

[1] P. W. Anderson, Phys. Rev. **109**, 1492 (1958).

[2] E. Akkermans and G. Montambaux, *Mesoscopic physics of electrons and photons* (Cambridge University Press, Cambridge, England, 2007).

[3] L. P. Gor'kov, A. I. Larkin, and D. E. Khmel'nitskii, JETP Lett. **30**, 228 (1979).

[4] E. Abrahams, P. W. Anderson, D. C. Licciardello, and T. V. Ramakrishnan, Phys. Rev. Lett. **42**, 673 (1979).

[5] More precisely, reciprocity in wave propagation is sufficient to ensure CBS [35]. In the experiment presented here, where energy is conserved during propagation in the disordered medium, reciprocity and time Reversal Symmetry are equivalent [36].

[6] G. Bergmann, Phys. Rep. **107**, 1 (1984).

[7] B. L. Alt'shuler, A. G. Aronov, and B. Z. Spivak, JETP Lett. **33**, 94 (1981); D. Y. Sharvin and Y. V. Sharvin, JETP Lett. **34**, 272 (1981); B. L. Al'tshuler, A. G. Aronov, B. Z. Spivak, D. Y. Sharvin, and Y. V. Sharvin, JETP Lett. **35**, 588 (1982).

[8] S. Hikami, A. I. Larkin, and Y. Nagaoka, Prog. Theor. Phys. **63**, 707 (1980).

[9] B. L. Altshuller, A. G. Aronov, and D. E. Khmelnitsky, Solid State Commun. **39**, 619 (1981).

[10] J. Wei, S. Pereverzev, and M. E. Gershenson, Phys. Rev. Lett. **96**, 086801 (2006).

[11] F. Jendrzejewski, K. Müller, J. Richard, A. Date, T. Plisson, P. Bouyer, A. Aspect, and V. Josse, Phys. Rev. Lett. **109**, 195302 (2012).

[12] G. Labeyrie, T. Karpiuk, J.-F. Schaff, B. Grémaud, C. Miniatura, and D. Delande, Europhys. Lett. **100**, 66001 (2012).

[13] N. Cherroret, T. Karpiuk, C. A. Müller, B. Grémaud, and C. Miniatura, Phys. Rev. A **85**, 011604 (2012).

[14] J. de Rosny, A. Tourin, A. Derode, P. Roux, and M. Fink, Phys. Rev. Lett. **95**, 074301 (2005).

[15] A. A. Golubentsev, Sov. Phys. JETP **59**, 26 (1984).

[16] F. A. Erbacher, R. Lenke, and G. Maret, Europhys. Lett. **21**, 551 (1993).

[17] R. Lenke and G. Maret, Eur. Phys. J. B **17**, 171 (2000).

[18] G. Labeyrie, D. Delande, C. A. Müller, C. Miniatura, and R. Kaiser, Europhys. Lett. **61**, 327 (2003).

[19] G. Labeyrie, D. Delande, R. Kaiser, and C. Miniatura, Phys. Rev. Lett. **97**, 013004 (2006).

[20] O. L. Muskens, P. Venn, T. van der Beek, and T. Wellens, Phys. Rev. Lett. **108**, 223906 (2012).

[21] T. Micklitz, C. A. Müller, and A. Altland, arXiv:1406.6915 [cond-mat.quant-gas].

[22] We use a WKB-like approximation to calculate the phase of the scattering amplitude along a scattering path.

[23] This condition is equivalent to the Bragg condition for atoms scattering from a thick grating [37].

[24] D. Clément, A. F. Varón, J. A. Retter, L. Sanchez-Palencia, A. Aspect, and P. Bouyer, New J. Phys. **8**, 1 (2006).

[25] J. W. Goodman, *Speckle phenomena in optics: theory and applications* (Roberts and Co, Englewood, 2007) p. 610.

[26] For laser speckles the average value of the disorder coincides with its standard deviation [25].

[27] T. Plisson, T. Bourdel, and C. A. Müller, Eur. Phys. J. Special Topics **217**, 79 (2013).

[28] E. E. Gorodnichev and D. B. Rogozkin, Waves in Random Media **4**, 51 (1994).

[29] To be published elsewhere.

[30] C. D'Errico, M. Moratti, E. Lucioni, L. Tanzi, B. Deissler, M. Inguscio, G. Modugno, M. B. Plenio, and F. Caruso, New J. Phys. **15**, 045007 (2013).

[31] J. Towers, S. C. Cormack, and D. A. W. Hutchinson, Phys. Rev. A **88**, 043625 (2013).

[32] T. Karpiuk, N. Cherroret, K. L. Lee, B. Grémaud, C. A. Müller, and C. Miniatura, Phys. Rev. Lett. **109**, 190601 (2012); T. Micklitz, C. A. Müller, and A. Altland, Phys. Rev. Lett. **112**, 110602 (2014); K. L. Lee, B. Grémaud, and C. Miniatura, Phys. Rev. A **90**, 043605 (2014); S. Ghosh, N. Cherroret, B. Grémaud, C. Miniatura, and D. Delande, arXiv:1410.0774 [cond-mat.quant-gas].

[33] J. Billy, V. Josse, Z. Zuo, A. Bernard, B. Hambrecht, P. Lugan, D. Clément, L. Sanchez-Palencia, P. Bouyer, and A. Aspect, Nature **453**, 891 (2008); G. Roati, C. D'Errico, L. Fallani, M. Fattori, C. Fort, M. Zaccanti, G. Modugno, M. Modugno, and M. Inguscio, Nature **453**, 895 (2008).

[34] S. S. Kondov, W. R. McGehee, J. J. Zirbel, and B. DeMarco, Science **334**, 66 (2011); F. Jendrzejewski, A. Bernard, K. Müller, P. Cheinet, V. Josse, M. Piraud, L. Pezzé, L. Sanchez-Palencia, A. Aspect, and P. Bouyer, Nat. Phys. **8**, 398 (2012); G. Semeghini, M. Landini, P. Castilho, S. Roy, G. Spagnolli, A. Trenkwalder, M. Fattori, M. Inguscio, and G. Modugno, arXiv:1404.3528 [cond-mat.dis-nn].

[35] B. A. van Tiggelen and R. Maynard, in *Wave Propagation in Complex Media* (Springer New York, 1998) pp. 247–271.

[36] R. Carminati, J. J. Sáenz, J.-J. Greffet, and M. Nieto-Vesperinas, Phys. Rev. A **62**, 012712 (2000).

[37] P. J. Martin, B. G. Oldaker, A. H. Miklich, and D. E. Pritchard, Phys. Rev. Lett. **60**, 515 (1988).

Annexe C

Articles les plus significatifs liés à la période post-doctorale

Unconditional Quantum Cloning of Coherent States with Linear Optics

Ulrik L. Andersen,* Vincent Josse, and Gerd Leuchs

Institut für Optik, Information und Photonik, Max-Planck Forschungsgruppe, Universität Erlangen-Nürnberg, Günther-Scharowsky strasse 1, 91058 Erlangen, Germany

(Received 23 December 2004; published 24 June 2005)

A scheme for optimal Gaussian cloning of optical coherent states is proposed and experimentally demonstrated. Its optical realization is based entirely on simple linear optical elements and homodyne detection. The optimality of the presented scheme is limited only by detection inefficiencies. Experimentally, we achieved a cloning fidelity of about 65%, which almost touches the optimal value of 2/3.

DOI: 10.1103/PhysRevLett.94.240503 PACS numbers: 03.67.Hk, 03.65.Ta, 42.50.Lc

According to the basic laws of quantum mechanics, an unknown nonorthogonal quantum state cannot be copied exactly [1,2]. In other words, it would be an impossible task to devise a process that produces perfect clones of an arbitrary quantum state. However, a physical realization of a quantum cloning machine with less restrictive requirements to the quality of the clones is possible. Such a quantum cloning machine was first considered in a seminal paper by Buzek and Hillery [3] where they went beyond the no-cloning theorem by considering the possibility of producing approximate clones for qubits. These considerations were later extended to the finite-dimensional regime [4] and finally to the continuous variable (CV) regime [5]. This extension is stimulated by the relative ease in preparing and manipulating quantum states in the CV regime as well as the unconditionalness: Every prepared state is used in the protocols. Governed by these motivations, many quantum protocols have been experimentally realized in this regime [6].

Studies on quantum cloning were initially motivated by the apparent implications on quantum information processing but also because they opened an avenue for a clearer understanding of the fundamental concepts of quantum mechanics and measurement theory. Recently, however, it has been shown that quantum cloning might improve the performance of some quantum computational tasks [7], and it is believed to be the optimal eavesdropping attack for a certain class of quantum key distribution protocols employing coherent states and CV detection [8]. Furthermore, quantum cloning also provides a means of partial covariant distribution of quantum information between two (or more) parties in a quantum network [9].

To date, convincing experimental realizations of quantum cloning have been restricted to the two-dimensional qubit regime where the polarization state of single photons has been conditionally cloned [10,11]. In parallel, there have been some theoretical proposals for the experimental implementations of quantum cloning of CV Gaussian states of light [12–14]. These protocols have been shown to be optimal for the Gaussian $N \to M$ cloner where M identical copies are produced from N originals [15]—a special case being the Gaussian $1 \to 2$ cloner [16]. However, all these proposals are based on at least one parametric amplifier rendering the practical realization quite difficult. In this Letter, we propose a new simple scheme of an optimal Gaussian cloning machine, which does not rely on any nonlinear interaction but is based only on simple unitary beam splitter transformations and homodyne detection. Furthermore, we implemented this idea experimentally for the $1 \to 2$ cloner.

In this Letter, we will consider coherent states of light, for which two canonical conjugate quadratures characterizing the state, e.g., the amplitude $\hat{x}$ and phase $\hat{p}$, have Gaussian statistics. The unknown coherent state to be cloned is then uniquely described by $|\alpha_{\rm in}\rangle = |\frac{1}{2}(x_{\rm in} + ip_{\rm in})\rangle$, where $x_{\rm in}$ and $p_{\rm in}$ are the expectation values of $\hat{x}_{\rm in}$ and $\hat{p}_{\rm in}$. The outputs of the cloning machine are Gaussian mixed states with the expectation values $x_{\rm clone}$ and $p_{\rm clone}$ and are characterized by the density operator $\rho_{\rm clone}$. The efficiency of the cloning machine is typically quantified by the fidelity, which gauges the similarity between an input state and an output state. It is defined by $F = \langle\alpha_{\rm in}|\rho_{\rm clone}|\alpha_{\rm in}\rangle$ [17], and for the particular case of unity cloning gains (corresponding to $x_{\rm clone} = x_{\rm in}$ and $p_{\rm clone} = p_{\rm in}$), it reads

$$F = \frac{2}{\sqrt{(1 + \Delta^2 x_{\rm clone})(1 + \Delta^2 p_{\rm clone})}}, \qquad (1)$$

where $\Delta^2 x_{\rm clone}$ and $\Delta^2 p_{\rm clone}$ denote the variances.

A straightforward way to produce approximate clones uses a measure-and-prepare strategy [18,19]. In such a "classical" scenario, the best approach to cloning an arbitrary coherent state is to measure simultaneously both quadratures $\hat{x}_{\rm in}$ and $\hat{p}_{\rm in}$ [20,21], and subsequently, based on the outcomes of this measurement, clones of the input state are constructed. However, using this procedure two additional units of quantum noise are added to the clones, partly due to the attempt to measure two noncommuting variables simultaneously and partly due to the construction of the clones. Although this method enables the production

 © 2005 The American Physical Society

of an infinite number of clones ($1 \rightarrow \infty$ cloner), the optimal fidelity is limited to $1/2$ [17–19,21].

In contrast, our quantum approach to cloning uses intrinsic correlations, and runs as follows (see Fig. 1). At the input side of the cloning machine the unknown quantum state is divided by a 50/50 beam splitter. At one output, we perform an optimal estimation of the coherent state: the state is split at another 50/50 beam splitter, and the amplitude and the phase quadratures are measured simultaneously using ideal homodyne detection [20,21]. According to the measurement outcomes, the other half of the input state is displaced with a scaling factor, λ [22]. Using the Heisenberg representation, the displaced field can be expressed as

$$\hat{a}_{\text{disp}} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{\lambda}{2}\right)\hat{a}_{\text{in}} + \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{\lambda}{2}\right)\hat{v}_1 - \frac{\lambda}{\sqrt{2}}\hat{v}_2^\dagger, \qquad (2)$$

where $\hat{v}_1$ and $\hat{v}_2$ refer to the annihilation operators associated with the uncorrelated vacuum modes entering the two beam splitters (see Fig. 1), and $\hat{a}_{\text{in}}$ and $\hat{a}_{\text{disp}}$ are the annihilation operators for the input and displaced states. In a final step the displaced state is separated in two clones by a 50/50 beam splitter:

$$\begin{aligned} \hat{a}_{\text{clone 1}} &= \hat{a}_{\text{in}} + \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{v}_3 - \hat{v}_2^\dagger), \\ \hat{a}_{\text{clone 2}} &= \hat{a}_{\text{in}} - \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{v}_3 + \hat{v}_2^\dagger), \end{aligned} \qquad (3)$$

where $\hat{v}_3$ is uncorrelated vacuum noise entering the last beam splitter and λ has been taken to be $\sqrt{2}$ to assure unity gain. The transformations in Eq. (3) are known to describe an optimal Gaussian cloning machine [13,14]. In particular, we see that it is invariant with respect to rotation and displacement in phase space as required by a phase independent or covariant cloner. Normalizing the variance of the vacuum state to unity, the variances of the clones for the amplitude and phase quadratures are $\Delta^2 x_{\text{clone}} = \Delta^2 x_{\text{in}} + 1$ and $\Delta^2 p_{\text{clone}} = \Delta^2 p_{\text{in}} + 1$, respectively. Note that using the quantum approach only one unit of quantum noise is added, in contrast to the classical approach where two units are added. Using Eq. (1) the fidelity is found to be 2/3, which corresponds to the optimal fidelity for a Gaussian cloning machine [15].

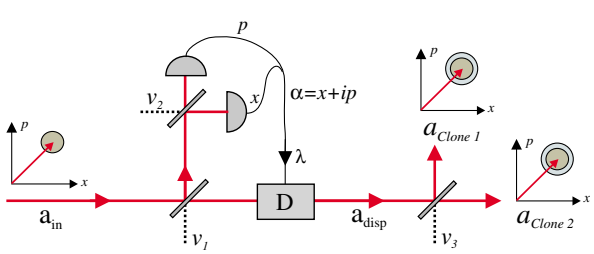

FIG. 1 (color online). Schematic drawing showing the principle of the continuous variable cloning scheme using only linear optics and homodyne detection. v_1, v_2, and v_3 are vacuum inputs; D is a displacement governed by the measurement α scaled with the gain λ.

We now proceed by discussing the experimental demonstration of the proposed scheme. First, we present the experimental setup shown in Fig. 2. The laser source for our experiment was a monolithic Nd:YAG (yttrium aluminum garnat) nonplanar ring laser at 1064 nm, delivering 500 mW of power in a single transverse mode. A small part of the power was used to create an input signal to the cloning machine, whereas the rest served as local oscillator beams and auxiliary beams. The setup comprises three parts: a preparation stage, a cloning stage, and finally a verification stage.

Preparation.—In our experiment, we define the quantum state to be frequency sidebands at ± 14.3 MHz (with a bandwidth of 100 kHz) of a bright electromagnetic field (similar to previous realizations of CV quantum protocols [17]). At this frequency the laser was found to be shot noise limited, ensuring a pure coherent input state. An arbitrary input state is then easily generated by independently controlling the modulations of the amplitude quadrature (x_{in}) and the phase quadrature (p_{in}), using two electro-optical modulators.

Cloning.—The prepared state is then directed to the cloning machine where it is divided into two halves by the first beam splitter (BS1). One of the halves was combined with an auxiliary beam (AUX1) at the second beam splitter (BS2) with a $\pi/2$ relative phase shift and balanced intensities. The two beam splitter outputs are detected by high quantum efficiency photodiodes so that the sum (difference) of the photocurrents provide a measure of the amplitude (phase) quadrature of the two beam splitter outputs. This corresponds to an optimal coherent state measurement and therefore a simpler alternative to the one shown in Fig. 1 [23]. The added and subtracted photocurrents are scaled appropriately with electronic gains λ_x and λ_p to ensure unity cloning gains, and used to modulate the amplitude and phase of an auxiliary beam (AUX2) via

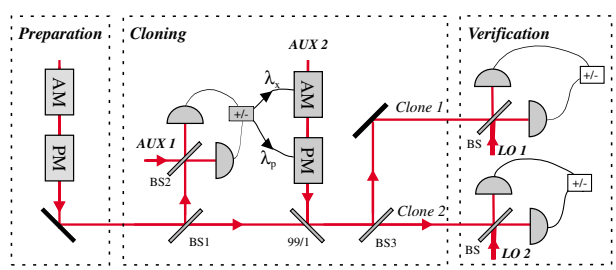

FIG. 2 (color online). Schematic of the CV cloning setup divided into three boxes defining the preparation stage (where an arbitrary input coherent state can be generated), the cloning stage (where two clones are produced), and the verification stage (where the quality of the cloning process is quantified). BS, beam splitter; λ, electronic gain; LO, local oscillator; AM, amplitude modulator; PM, phase modulator; AUX, auxiliary beam.

two independent modulators. This beam is then combined at a 99/1 beam splitter with the other half of the signal beam, hereby displacing this part according to measurement outcomes [17]. In a final step, the clones are generated at the output of the third beam splitter (BS3).

Verification.—To characterize the performance of the cloning machine, the spectral noise properties of the two clones are measured by two homodyne detectors with strong local oscillator beams (LO1 and LO2). Since the statistics of the involved light fields are Gaussian, we need only measure two conjugate quadratures to fully characterize the states. Therefore the homodyne detectors were set to measure stably— employing electronic servo feedback loops—either the amplitude or the phase quadrature. We note that the input state is also measured by the same homodyne detectors, to ensure a consistent comparison between the input state and the clones.

An example of a cloning run is reported in Fig. 3. The spectral densities of the amplitude and phase quadratures are shown here over a 1 MHz frequency span for the input state [trace (ii)] and the two clones [trace (iii)]. From these traces the coherent amplitude of the various fields, $x_{\mathrm{in,out}}$ and $p_{\mathrm{in,out}}$, are measured by the heights of the peaks at 14.3 MHz relative to the quantum noise level [trace (i)]. Using these signal powers, we estimate an average photon number of 62 per unit bandwidth per unit time [24]. As evident from the figure, the electronic gains of the feed forward loops are adjusted such that the cloning gains are close to unity (which corresponds to a 6 dB difference between the measured input signal and the output signals due to the degradation of the input signal by BS1 and BS3). In order to simplify the following analysis of the measurement data, we will assume unity gains and will later consider the consequences of small deviations from unity, which is the case for real cloning machines. From Fig. 3 it is also evident that additional noise has been added to the clones relative to the input state, which is a result of the cloning action. In order to quantify accurately the performance of the cloning machine, we estimated precisely this amount of added noise at 14.3 MHz (in a 100 kHz bandwidth). To do so, we switched off the modulations of the input beam and recorded the noise in a zero span measurement over 2 s. These results are displayed in Fig. 4 where

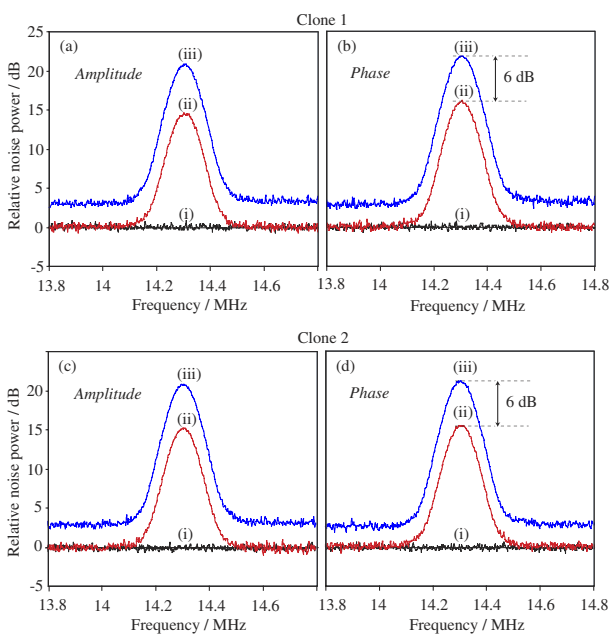

FIG. 3 (color online). Spectral densities for the input state [traces (ii)] and the output clones [traces (iii)], 1 and 2, of the Gaussian cloning machine, measured by the two homodyne detection systems in a 2 MHz span mode and a center frequency of 14.3 MHz corresponding to the location of the sidebands. The traces are normalized to the quantum noise limit [traces (i)]. Resolution bandwidth is 100 kHz and video bandwidth is 30 Hz. (a) and (b) show the spectra for the amplitude and the phase quadratures of clone 1 and similarly (c) and (d) the spectra for clone 2. Since the input signal was measured with the same homodyne detectors as the output clones, the measurement of the input signal is degraded by the two 50/50 beam splitters BS1 and BS3 and unity cloning gain is ensured by a 6 dB difference between the input signal and the clones.

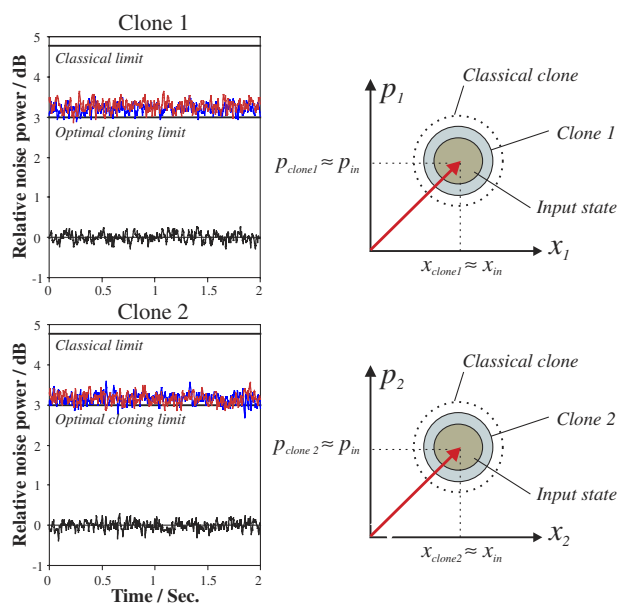

FIG. 4 (color online). Spectral noise densities of the clones relative to the quantum noise level (lower black trace) recorded by the homodyne detectors both for the amplitude quadrature [red (grey) trace] and for the phase quadrature [blue (upper dark) trace]. The added noise contributions are 3.28 ± 0.13 dB (3.16 ± 0.13 dB) and 3.20 ± 0.11 dB (3.15 ± 0.13 dB) in the amplitude quadrature and phase quadrature of clone 1 (2). The optimal cloning limit as well as the classical limit are shown by solid lines. The measurement frequency is 14.3 MHz, the sweep time 2 s, the resolution bandwidth 100 kHz, and the video bandwidth 300 Hz. On the right-hand side, we plot the associated noise contours of the Wigner functions corresponding to the input state [green (dark grey) contour], the experimentally achieved clones [light blue (light grey) contour] and the classical clones (dashed line).

the added noise in amplitude and phase are reported for both clones. To avoid an erroneously underestimation of the noise power, the traces are corrected to account for the detection efficiencies of the two homodyne stations (which amount to 78.5% and 77.5%). From these data, the fidelities of the two copies can be easily determined using Eq. (1) and are found to be $(64.3 \pm 1)\%$ (clone 1) and $(65.2 \pm 1)\%$ (clone 2), assuming unity cloning gains. These values clearly demonstrate successful operation of our cloning machine since they significantly surpass the maximum classical fidelity of 50% and approach the optimal value of $2/3 \approx 66.7\%$.

The performance of our system is limited solely by imperfections of the inline feedforward loop, which include nonunity quantum efficiency of the diodes, electronic noise of the detector circuit, and nonperfect interference contrast at the beam splitter BS2 in Fig. 2. The electronic noise was completely overcome by using newly designed ultralow noise detectors (with electronic noise 25 dB below the shot noise level) [25], and the detection efficiencies were maximized by optimizing the mode matching at the beam splitter (99%) and by using high quantum efficiency photo diodes (95%). Based on these efficiencies, we calculate an expected fidelity of 65%, which is in nice agreement with our experimental results. Note that, despite the imperfect detection system, the fidelity is still close to the optimum of $2/3$, proving the robustness of the cloning scheme.

In the discussion above we assumed unity gains. However, experimental imperfections lead to a small deviation from unity, and the gains were accurately determined to be $g_{x1} = 0.96 \pm 0.01$ and $g_{p1} = 1.00 \pm 0.01$ for clone 1 and $g_{x2} = 1.03 \pm 0.01$ and $g_{p2} = 1.03 \pm 0.01$ for clone 2 for the amplitude and phase quadratures, respectively. As a result of the deviations from unity gain, the fidelity depends on the photon number of the input coherent state and the figure of merit for cloning is an average of the "single-shot" fidelities [26]. For example, considering a Gaussian distributed set of input coherent states with a spread in photon number of 50 (which is a huge number in quantum information science), the average fidelities equal 62.7% and 63.3%, which still significantly exceed the classical cloning boundary of 50.2% for the same span of input states. Despite the fact that the gains are not exactly unity, the obtained fidelities are far above the classical limits and approach the optimal limits for a large set of input states, demonstrating the suitability of this cloning machine for realistic experimental quantum information tasks.

In conclusion, we have proposed a simple Gaussian cloning protocol based on linear optics and homodyne detection, which is optimal for coherent state inputs, and we have experimentally demonstrated the idea and obtained near optimal unconditional quantum cloning of coherent states. Finally, let us stress that it is straightforward to extend the presented scheme for $1 \rightarrow 2$ cloning (using linear optics) to a large variety of different copying functions, such as optimal $N \rightarrow M$ Gaussian cloning function, which takes N originals and produces M clones [13–15], and an asymmetric cloning function, which produces output clones of different quality [14], a procedure that is crucial in controlled partial information transfer between different parties in a network.

We thank T. C. Ralph, R. Filip, N. Treps, W. Bowen, R. Schnabel, and J. Sherson for stimulating discussions and B. Menegozzi for the construction of the photodetectors. This work has been supported by DFG (the Schwerpunkt program 1078), the network of competence QIP (A8), the EU project COVAQIAL (Project No. FP6-511004). U. L. A. acknowledges the Alexander von Humboldt Foundation.

*Electronic address: andersen@kerr.physik.uni-erlangen.de

[1] W. K. Wooters and W. H. Zurek, Nature (London) **299**, 802 (1982).
[2] D. Dieks, Phys. Lett. **92A**, 271 (1982).
[3] V. Buzek and M. Hillery, Phys. Rev. A **54**, 1844 (1996).
[4] V. Buzek and M. Hillery, Phys. Rev. Lett. **81**, 5003 (1998).
[5] N. Cerf *et al.*, Phys. Rev. Lett. **85**, 1754 (2000).
[6] S. Braunstein and P. van Loock, quant-ph/0410100 [Rev. Mod. Phys. (to be published)].
[7] E. F. Galvao and L. Hardy, Phys. Rev. A **62**, 022301 (2000).
[8] F. Grosshans and N. Cerf, Phys. Rev. Lett. **92**, 047905 (2004).
[9] S. Braunstein *et al.*, Phys. Rev. A **63**, 052313 (2001).
[10] A. Lamas-Linares *et al.*, Science **296**, 712 (2002).
[11] S. Fasel *et al.*, Phys. Rev. Lett. **89**, 107901 (2002).
[12] G. M. D'Ariano *et al.*, Phys. Rev. Lett. **86**, 914 (2001).
[13] S. L. Braunstein *et al.*, Phys. Rev. Lett. **86**, 4938 (2001).
[14] J. Fiurasek, Phys. Rev. Lett. **86**, 4942 (2001).
[15] N. Cerf and S. Iblisdir, Phys. Rev. A **62**, 040301(R) (2000).
[16] Recently it has been shown by N. J. Cerf *et al.*, quant-ph/0410058 [Phys. Rev. Lett. (to be published)] that the optimal coherent state cloner is non-Gaussian. The optimal fidelity is approximately 0.6825, which is slightly higher than the optimal fidelity of $2/3$ in the Gaussian setting.
[17] A. Furusawa *et al.*, Science **282**, 706 (1998).
[18] S. L. Braunstein *et al.*, J. Mod. Opt. **47**, 267 (2000).
[19] F. Grosshans and Ph. Grangier, Phys. Rev. A **64**, 010301(R) (2001).
[20] E. Arthur and J. L. Kelly, Bell Syst. Tech. J. **44**, 725 (1965).
[21] K. Hammerer *et al.*, Phys. Rev. Lett. **94**, 150503 (2005).
[22] P. K. Lam *et al.*, Phys. Rev. Lett. **79**, 1471 (1997).
[23] G. Leuchs *et al.*, J. Mod. Opt. **46**, 1927 (1999).
[24] The average number of photons per unit bandwidth per unit time in a sideband of the optical field is calculated using the expression $\langle n \rangle = (\Delta^2 x + \Delta^2 p - 2)/4$.
[25] B. Menegozzi *et al.* (to be published).
[26] P. T. Cochrane *et al.*, Phys. Rev. A **69**, 042313 (2004).

Universal Optical Amplification without Nonlinearity

Vincent Josse,[1,2] Metin Sabuncu,[1] Nicolas J. Cerf,[3] Gerd Leuchs,[1] and Ulrik L. Andersen[1,*]

[1]*Institut für Optik, Information und Photonik, Max-Planck Forschungsgruppe, Universität Erlangen-Nürnberg, Günther-Scharowsky Straße 1, 91058, Erlangen, Germany*

[2]*LCFIO, UMR8501 du CNRS, Bâtiment 503, Centre Universitaire, 91403 Orsay Cedex, France*

[3]*QuIC, Ecole Polytechnique, CP 165, Université Libre de Bruxelles, 1050 Bruxelles, Belgium*

(Received 3 January 2006; published 27 April 2006)

We propose and experimentally realize a new scheme for universal phase-insensitive optical amplification. The presented scheme relies only on linear optics and homodyne detection, thus circumventing the need for nonlinear interaction between a pump field and the signal field. The amplifier demonstrates near optimal quantum noise limited performance for a wide range of amplification factors.

DOI: 10.1103/PhysRevLett.96.163602 PACS numbers: 42.50.Lc, 03.67.−a, 42.65.Yj

Optical amplification is inevitably affected by fundamental quantum noise no matter whether it is phase sensitive or phase insensitive as stressed by Louisell *et al.* [1] and by Haus and Mullen [2]. The ultimate limits imposed by quantum mechanics on amplifiers was later concisely formulated by Caves [3] in fundamental theorems. This intrinsic noise, intimately linked with measurement theory and the no-cloning theorem, gives rise to many inextricable restrictions on the manipulations of quantum states. For example, microscopic quantum objects cannot be perfectly transformed, through amplification, into macroscopic objects for detailed inspection [4]: for phase-insensitive amplification nonclassical features of quantum states, such as squeezing or oscillations in phase space, will be gradually washed out, and the signal-to-noise ratio of an information carrying quantum state will be reduced during the course of amplification. Despite these limitations, the universal phase-insensitive amplifier is, however, rich of applications, in particular, in optical communication. Amplifiers operating at the quantum noise limit are of particular importance for quantum communication where information is encoded in fragile quantum states, thus extremely vulnerable to noise.

Numerous apparatuses accomplish, in principle, ideal phase-insensitive amplification as, for instance, solid state laser amplifiers [5], parametric down-converters [6], and schemes based on four wave mixing processes [7]. However, to date phase-insensitive amplification at the quantum limit has been only partially demonstrated [8,9]: a number of difficulties are indeed involved in practice, especially for low gain applications. These difficulties mainly lie in the fact that the amplified field has to be efficiently coupled, mediated by a nonlinearity, to a pump field.

Following a recent trend in quantum information science, where nonlinear media are efficiently replaced by linear optics [10], we show in this Letter that universal phase-insensitive amplification can also be achieved using only linear optics and homodyne detection. The simplicity and the robustness of this original scheme enable us to achieve near quantum noise limited amplification of coherent states, even in the low gain regime.

Let us first briefly summarize the basic formalism describing a phase-insensitive amplifier [3]. Because of the symmetry of such an amplifier, it can be described by the following input-output transformation: $\hat{a}_{\rm out} = \sqrt{G}\hat{a}_{\rm in} + \hat{N}$, where $\hat{a}_{\rm in(out)}$ represent the input (output) annihilation bosonic operators, G is the power gain, and $\hat{N}$ the operator associated with noise addition. Even for an ideal amplifier, this noise term must be added to ensure the preservation of the commutation relations $[\hat{a}_i, \hat{a}_i^\dagger] = 1$, and must satisfy $[\hat{N}, \hat{N}^\dagger] = (1 - G)$. Thus it can be divided in two parts: a fundamental quantum part given by $\hat{N}_q = \sqrt{G-1}\hat{a}_{\rm int}^\dagger$, where $\hat{a}_{\rm int}$ is associated with the unavoidable fluctuations of the internal bosonic mode, and a scalar classical part denoted $N_{\rm cl}$. Therefore, a phase-insensitive amplifier working at the quantum noise limit (i.e., $N_{\rm cl} = 0$) obeys the relation [3]:

$$\hat{a}_{\rm out} = \sqrt{G}\hat{a}_{\rm in} + \sqrt{G-1}\hat{a}_{\rm int}^\dagger. \tag{1}$$

The intrinsic quantum noise, described by $\hat{a}_{\rm int}$, can be traced back to different physical processes. For instance, spontaneous emission is unavoidably introduced in laser amplification, whereas, in parametric amplifiers and four wave mixers, vacuum fluctuations of the idler mode are added to the output signal [5–7]. In Raman amplifiers and Brillouin amplifiers zero-point fluctuations of, respectively, lattice vibrational modes (optical phonon) and acoustic phonon modes cause the noise [1].

The efficiency of a phase-insensitive amplifier is typically quantified by the noise figure [3,9], which is defined by $\mathrm{NF} \equiv \mathrm{SNR}_{\rm out}/\mathrm{SNR}_{\rm in}$. Here $\mathrm{SNR}_{\rm in(out)}$ is the signal-to-noise ratio of the input (output) field. For coherent state amplification, the noise figure then reads

$$\mathrm{NF} = \frac{G}{2G - 1 + \Delta^2 N_{\rm cl}} \tag{2}$$

which is maximized for quantum noise limit operation

 © 2006 The American Physical Society

corresponding to $\Delta^2 N_{\rm cl} = 0$. However, provided that the spurious technical noise $N_{\rm cl}$ is constant or has only a weak dependence on G, the noise figure still approaches the quantum limit of 3 dB in the high gain regime. The situation is different at low gains, as technical noise or internal losses become devastating for quantum noise limited performance [8,9]. To date, these effects have hitherto prevented the full demonstration of quantum noise limited phase-insensitive amplification in the low gain regime [11], which is the domain of interest in the context of quantum information science.

For sake of completeness we mention that another class of amplifiers characterized by phase sensitive operation allows for noiseless amplification, provided the analysis is restricted to just one quadrature [3,9]. Such an amplifier is described by the relation: $\hat{a}_{\rm out} = (1+G)/\sqrt{4G}\hat{a}_{\rm in} + (1-G)/\sqrt{4G}\hat{a}_{\rm in}^\dagger$ and the noise figure is NF = 1.

We now show that the amplifier transformation [Eq. (1)] can be realized using only linear optics, homodyne detection, and feedforward, rendering the complex coupling between a strong pump and the signal inside a nonlinear crystal superfluous. Our scheme is illustrated schematically inside the dashed box in Fig. 1, and runs as follows. The input signal, represented by $\hat{a}_{\rm in}$, is impinging on a beam splitter with transmission T and reflectivity R, and hence transformed into $\hat{a}'_{\rm in} = \sqrt{T}\hat{a}_{\rm in} - \sqrt{R}\hat{v}_1$ where the annihilation operator $\hat{v}_1$ represents the vacuum mode entering the dark port of the beam splitter. Conjugate quadrature amplitudes, e.g., the amplitude $\hat{x} = \hat{a} + \hat{a}^\dagger$ and the phase quadrature $\hat{p} = -i(\hat{a} - \hat{a}^\dagger)$, are simultaneously measured on the reflected part by dividing it on a 50/50 beam splitter and subsequently performing homodyne measurements on the two output beams. The measured quadratures are

$$\hat{x}_m = \frac{1}{\sqrt{2}}(\sqrt{R}\hat{x}_{\rm in} + \sqrt{T}\hat{x}_{v1} + \hat{x}_{v2}) \tag{3}$$

$$\hat{p}_m = \frac{1}{\sqrt{2}}(\sqrt{R}\hat{p}_{\rm in} + \sqrt{T}\hat{p}_{v1} - \hat{p}_{v2}). \tag{4}$$

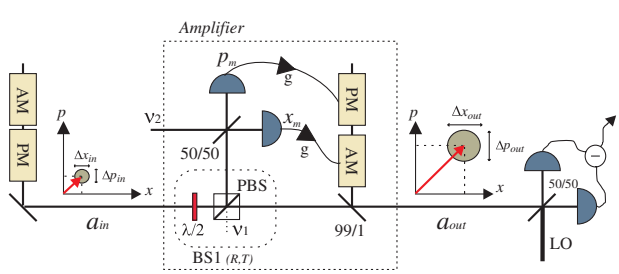

FIG. 1 (color online). Conceptual diagram of the amplifier setup. The gain is determined by the transmission of the equivalent beam splitter (BS) [realized here by a combination of a half wave plate and a polarizing beam splitter (PBS)]. AM and PM are amplitude and phase modulators, respectively. Also shown are the phase space diagrams of the input coherent state and the amplified output state.

Here $\hat{x}_{v(1,2)}$ and $\hat{p}_{v(1,2)}$ denote the quadratures of the uncorrelated vacuum modes entering at the two beam splitters. These projective measurements (with outcomes represented by their eigenstates and corresponding eigenvalues x_m and p_m) are then used to control a unitary displacement operation on the remaining system [12]. The feedforward loop can be described without any measurement by considering the unitary operator, $\hat{D} = \exp(g\hat{x}_m(\hat{a}_s - \hat{a}_s^\dagger))\exp(ig\hat{p}_m(\hat{a}_s + \hat{a}_s^\dagger))$, where g is the electronic gain and then subsequently tracing out the "measured" system. This results in the following transformation: $\hat{a}'_s \to \hat{D}^\dagger\hat{a}'_s\hat{D} = \hat{a}'_s + g(\hat{x}_m + i\hat{p}_m)/2$, and by choosing an electronic gain of $g = \sqrt{2R/T}$ we arrive at

$$\hat{a}_{\rm out} = \sqrt{\frac{1}{T}}\hat{a}_{\rm in} + \sqrt{\frac{1}{T} - 1}\hat{v}_2^\dagger. \tag{5}$$

Setting $G = \frac{1}{T}$, we exactly recover the transformation for an ideal phase-insensitive amplifier given by (1), where the amplification factor is controlled by the beam splitting ratio. Note that the noise that enters from the vacuum fluctuations on ν_1 is automatically cancelled out in the output via the feedforward. We also note that a related scheme, where noise entering a beam splitter was cancelled via feedforward, was used in Ref. [13] to build a noiseless amplifier (with NF = 1 for the amplitude quadrature). However, in contrast to our proposal, this scheme, apart from being phase sensitive, was not fully operating at the fundamental quantum limit [3]. A truly quantum noise limited phase sensitive amplifier based on the same principles was recently proposed [14], but it requires a nonclassical resource, namely, a squeezed vacuum state.

Interestingly, the fundamental amplifier noise, represented by $\hat{\nu}_2$, arises from the vacuum fluctuations that enter through the dark port of the 50/50 beam splitter used for $\hat{x}$ and $\hat{p}$ quadrature measurements. The amplifier noise is therefore directly related to the noise penalty associated with simultaneous measurement of conjugate quadratures. The close link between amplification and measurement theory [3] is thus particularly emphasized by our scheme.

The amplifier proposed in this Letter is phase insensitive, and, in principle, amplifies any input state at the quantum limit. In the following, we demonstrate experimentally the amplification of a particular quantum state, namely, the coherent state. The experimental setup is shown in Fig. 1. The laser source was a monolithic continuous wave Nd:YAG laser at 1064 nm. A small part of the laser beam was tapped off to serve as an input signal to the amplifier and the rest was used as local oscillator beams. Since the output from a laser is not a perfect coherent state due to low frequency technical noise, we define our coherent state to reside at a certain sideband frequency which we chose to be 14.3 MHz, within a bandwidth of 100 kHz. At this frequency the laser was found to be shot noise limited, and by applying modulations at 14.3 MHz (by independently controlling an ampli-

tude and a phase modulator), the sidebands are excited and thus serve as a perfect coherent state.

The coherent state is then directed to the amplifier where it is divided by a beam splitter; the reflected part is measured and the transmitted part is displaced according to the measurement outcomes. Simultaneous measurements of the amplitude and phase quadrature are performed by combining the reflected signal beam with an auxiliary beam, ν_2, with a $\pi/2$ phase shift, and balanced intensities. The sum and difference of the photocurrents generated by two high quantum efficiency photodiodes then provide the simultaneous measurement of amplitude and phase quadrature (this strategy is not shown explicitly in the figure). The outcomes are sent to electronic amplifiers with appropriate gains and then finally fed into independent modulators. The modulators are placed in an auxiliary beam which is coupled to the signal beam via an asymmetric beam splitter which transmits 99% of the signal and reflects 1% of the auxiliary beam, thus leading to a negligible small noise addition. After displacement, the amplified signal is directed into a homodyne measurement system for verification.

The performance of the system is characterized by measuring the spectral noise properties of the signal before and after amplification. Since the quadrature statistics of the involved fields are Gaussian, measurements of the first $[\langle\hat{x}(\hat{p})_{\rm out}\rangle]$ and second moments $[\Delta^2\hat{x}(\hat{p})_{\rm out}]$ of two conjugate observables, such as the amplitude and phase quadrature, suffice to fully characterize the states. Both quadratures are measured at the sideband frequency using standard homodyne detection techniques. To ensure consistent comparison between the input and output signal, these measurements are realized by the same homodyne detector.

An example of a specific amplifier run is shown in Fig. 2. Here we set the beam splitting ratio to 1:2 in order to reach an optical gain of 1.5. The spectral densities of the amplitude and phase are shown over a 100 kHz frequency span for the input signal and the amplified output signal. Considering the whole span as a part of the quantum state, the heights of the peaks correspond to the coherent mean values whereas the noise floor can be regarded as the actual noise in the state. Therefore, the amplification factor, which is roughly the difference between the input and output peaks, as well as the added noise, which is the difference between the shot noise limit and the noise floor, can be easily estimated. It is evident from the plots that additional noise has been added to the signal as a result of the amplification process.

To evaluate the noise figure, we estimated accurately the gain and the added noise at 14.3 MHz. This was realized in a zero span measurement over 2 seconds by subsequently switching on and off the modulation. Moreover, to avoid erroneously underestimation of the noise power, all the measurement have been corrected for losses occurring in the homodyne detection. The total efficiency, including

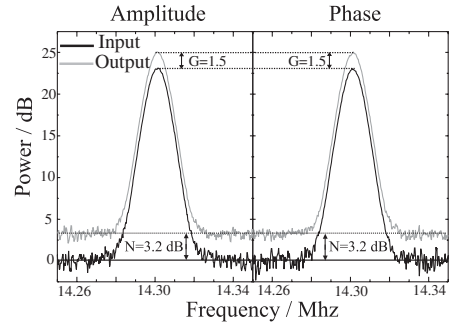

FIG. 2. Power spectra showing the operation of the amplifier for conjugate quadratures. The beam splitter was set to 1:2 enabling an optical gain of $G = 1.5(1.8$ dB). The mean value of the field is amplified by 1.8 dB and the noise is consequently increased by 3.2 dB, which is very close to the ideal noise level of 3 dB above the shot noise. The noise figure is NF = 0.7. The resolution bandwidth is 10 kHz and the video bandwidth is 30 Hz.

mode matching and photodiode quantum efficiency, has been carefully estimated to $\eta_{hd} = 0.83$.

In Fig. 3, we report the noise figure of our amplifier for a whole range of gains (corresponding to different transmission coefficients and optimized electronic gains). By comparing the experimental results with the ideal ones [calculated from Eq. (2) and indicated by the solid line], we clearly see that the amplifier operates close to the fundamental limit even for low amplification factors. The small deviation to the ideal amplifier performance is due to imperfections in the in-line homodyne detector and feedforward electronics. These limiting factors were partly overcome by paying special attention to the construction and alignment of the system. The efficiency of the homodyne detector amounted to 93% (95% photodiode efficiency and 99% mode overlap efficiency) and the electronic noise of the detectors was overcome by using

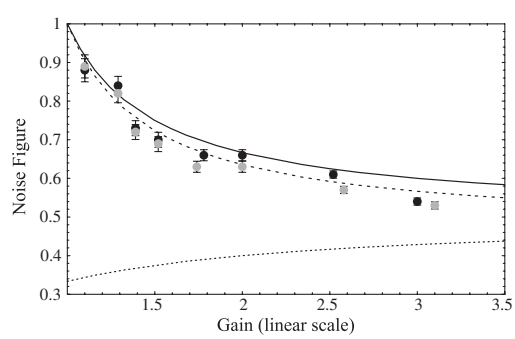

FIG. 3. The noise figure, NF, as a function of the gain, G. The black (gray) dots represent the experimental data for the amplitude (phase) quadrature. The solid line represents the quantum noise limit [given by Eq. (2)], whereas the predicted noise figure for our device with imperfect detectors is shown by the dashed line. For comparison, the dotted line corresponds to an amplifier with two vacuum units of extra technical noise. Errors mainly stem from the inaccuracy in determining the quantum efficiency of the photodiodes.

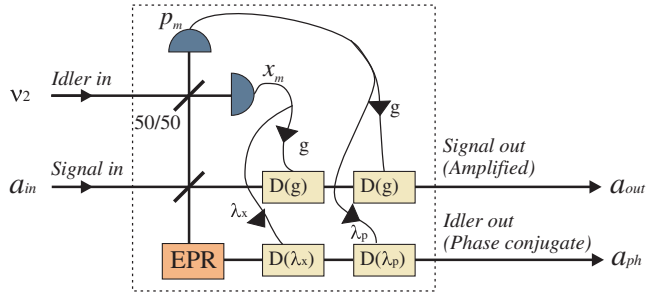

FIG. 4 (color online). Proposed scheme for a phase conjugating amplifier with the nonlinearity put off-line. The displacements, indicated by D, can be performed as shown in Fig. 1.

newly designed ultrasensitive detectors. Taking these imperfections into account, the theoretically expected noise figure is given by $\mathrm{NF} = \eta G/(2G - 2 + \eta)$ where η is the overall efficiency of the detector system. This expression, which tends to the limit $\mathrm{NF}_l = 0.46(-3.3\ \mathrm{dB})$ for high gains, is shown in Fig. 3 by the dashed line: it is in good agreement with the experimental results, demonstrating that basically no additional technical noise is invading the amplifying process.

The challenge of realizing such a quantum noise limited amplifier in the low gain regime is highlighted by considering the behavior of an amplifier that exhibits only two vacuum units of extra technical noise [$\Delta^2 N_{\mathrm{cl}} = 2$ in Eq. (2)]. As mentioned earlier and clearly illustrated by in Fig. 3, even such a small amount of background noise, which is quite common for amplifiers, leads to a strong deviation from the quantum noise limit at low gains.

To complete the investigation of the system, we finally focus here on the existence of the phase conjugate amplified output state. This state, mirrored about the amplitude quadrature axis in phase space with respect to the input state, must be present in all amplifiers to ensure unitarity [3]. In down-converters, this mode is the idler output and thus easily accessible for further processing. However, it is not always directly accessible: e.g., in a laser amplifier this mode is scattered into vibrational modes of the atoms. But where is the phase conjugate output in our scheme? It turns out that it can be extracted by the introduction of an entangled ancilla, as shown in Fig. 4. The amplifier settings are not changed [so Eq. (1) still holds], but now, in addition, one half of the entangled ancilla is injected into the empty port of the variable beam splitter and the other half is displaced according to the classical measurement outcomes. The amplification noise is not affected by this since the noise due of the entangled ancilla is canceled out, as mentioned earlier. The electronic gains of the classical currents before displacement are $\lambda_x = \sqrt{2/T}$ and $\lambda_p = -\sqrt{2/T}$ for the amplitude and phase quadrature, respectively. For perfect entanglement in the ancilla we find the following input-output relation for the additional output mode:

$$\hat{a}_{\mathrm{ph}} = \sqrt{\frac{R}{T}}\hat{a}_{\mathrm{in}}^{\dagger} + \sqrt{\frac{1}{T}}\hat{v}_2. \tag{6}$$

Equations (5) and (6) mimic the ones of a down-converter and allow us to interpret $\hat{a}_{\mathrm{in}}$ and $\hat{a}_{\mathrm{out}}$ as being the input and output signal modes and $\hat{v}_2$ and $\hat{a}_{\mathrm{ph}}$ as being the input and output idler modes.

In conclusion, we have proposed and experimentally demonstrated that a phase-insensitive amplifier can be constructed from simple linear optical components, homodyne detectors, and feedforward. Quantum noise limited performance was exhibited, in particular, at low gains, only limited by inefficiencies of the in-line detection process. The fact that our amplifier exhibits nearly quantum noise limited performance at low gains suggests that it can be used to amplify nonclassical states (such as squeezed states and Schrödinger cat states) and still maintain some of their nonclassical features such as squeezing and interference in phase space. Furthermore, we believe that such an amplifier can find usage in the field of quantum communication, where optimal amplification of information carrying quantum states is needed partly to compensate for downstream losses of a quantum channel and partly to enable an arbitrary quantum cloning function [15]. One particular cloning transformation of a coherent state was recently demonstrated with a fixed gain amplifier [16].

We thank Norbert Lütkenhaus and Radim Filip for fruitful discussions. This work has been supported by the EU Project No. FP6-511004 COVAQIAL.

*Electronic address: andersen@kerr.physik.uni-erlangen.de

[1] W. H. Louisell, A. Yariv, and A. E. Siegman, Phys. Rev. **124**, 1646 (1961).
[2] H. A. Haus and J. A. Mullen, Phys. Rev. **128**, 2407 (1962).
[3] C. M. Caves, Phys. Rev. D **26**, 1817 (1982).
[4] R. J. Glauber, in *Frontiers in Quantum Optics*, edited by E. R. Pike and S. Sarker (Adam Hilger, Bristol, 1986).
[5] K. Shimoda *et al.*, J. Phys. Soc. Jpn. **12**, 686 (1957).
[6] A. Yariv and T. W. Louisell, IEEE J. Quantum Electron. **2**, 418 (1966).
[7] H. P. Yuen and J. H. Shapiro, Opt. Lett. **4**, 334 (1979).
[8] Z. Y. Ou *et al.*, Phys. Rev. Lett. **70**, 3239 (1993).
[9] J. A. Levenson *et al.*, J. Opt. Soc. Am. B **10**, 2233 (1993).
[10] E. Knill *et al.*, Nature (London) **409**, 46 (2001).
[11] Levenson *et al.* [9] have demonstrated amplification close to the quantum noise limit for the amplitude quadrature. However, no measurements have been reported for the phase quadrature.
[12] G. Björk and Y. Yamamoto, Phys. Rev. A **37**, 4229 (1988).
[13] P. K. Lam *et al.*, Phys. Rev. Lett. **79**, 1471 (1997).
[14] R. Filip *et al.*, Phys. Rev. A **71**, 042308 (2005).
[15] S. L. Braunstein *et al.*, Phys. Rev. Lett. **86**, 4938 (2001); J. Fiurasek, Phys. Rev. Lett. **86**, 4942 (2001).
[16] U. L. Andersen *et al.*, Phys. Rev. Lett. **94**, 240503 (2005).

HTML ABSTRACT + LINKS

Efficient polarization squeezing in optical fibers

Joel Heersink, Vincent Josse, Gerd Leuchs, and Ulrik L. Andersen

Institut für Optik, Information und Photonik, Max-Planck Forschungsgruppe, Universität Erlangen-Nürnberg, Günther-Scharowsky-Strasse 1, Bau 24, Erlangen 91058, Germany

Received October 20, 2004

We report on a novel and efficient source of polarization squeezing that uses a single pass through an optical fiber. Using the fiber's two orthogonal polarization axes produces two identical squeezed beams. Combining these in a Stokes measurement generates polarization squeezing of up to 5.1 ± 0.3 dB. Furthermore, this scheme enables us to directly measure, for both polarizations, the noise of any given quadrature. © 2005 Optical Society of America

OCIS codes: 190.3270, 190.4370, 270.5290, 270.6570.

The budding field of quantum information holds promise for revolutionizing communication. In particular, the field of quantum information with continuous variables has developed greatly in the past few decades with the realization of, for instance, quantum teleportation, quantum cryptography, and quantum memory.[1] Most of these protocols require the use of squeezed (or entangled) states of light that are generally detected with a strong local oscillator, which makes the scalability of quantum networks difficult. Recently, polarization squeezing has attracted much attention,[2–6] as it can be measured in direct detection,[7] making it especially attractive for cryptography. Furthermore, fluctuations of the polarization variables can be mapped onto the collective fluctuations of an atomic ensemble, paving the way to quantum memory.[8] To date, polarization squeezing has been achieved with the nonlinear interactions in optical parametric amplifiers,[3] optical fibers,[5] and atomic media.[6]

In this Letter we present the results of a novel and efficient method of bright pulse polarization squeezing generation that uses the Kerr effect in an optical fiber. This setup is greatly simplified relative to other schemes and leads to high squeezing levels. Furthermore, with the symmetry assumptions detailed below, this method enables us to characterize directly the quadrature noise of both polarizations; in particular, we measure the angle by which the squeezed uncertainty region is rotated by the Kerr effect.

It is well known that the optical Kerr effect in glass fiber can generate quadrature squeezing.[9] This third-order nonlinear effect (χ^3), produces an intensity-dependent change in refractive index. Squeezing generation can be understood by a single-mode picture represented in Fig. 1(a): since different amplitudes experience different rotations in phase space, the fluctuation circle (corresponding to shot noise) of the input field is transformed into an ellipse. The squeezed quadrature is rotated by angle θ_{sq} relative to the amplitude quadrature. Since this effect conserves the photon number, the amplitude fluctuations remain at the shot-noise level, preventing direct detection of the squeezing.

Polarization squeezing overcomes this problem. It can be generated by overlapping two quadrature-squeezed beams produced in the two orthogonal polarization modes of the fiber, illustrated by $\hat{a}_x$ and $\hat{a}_y$ in Fig. 1(b). The setup, shown in Fig. 2, is similar to a previous experiment producing polarization squeezing,[5] where instead two amplitude-squeezed beams were generated. These beams were produced in an asymmetric Sagnac interferometer[10–12] in which a strong Kerr-squeezed pulse is transformed into amplitude squeezing by interference with a weak auxiliary pulse; squeezing by this principle can also be achieved with a Mach–Zehnder interferometer.[13] This interference, however, gives rise to a loss in squeezing that is due to the dissimilarity of the pulses. In the present setup we avoid this destructive effect by mutually interfering two strong Kerr-squeezed pulses in a Stokes measurement. Formally this interference of equally squeezed pulses is reminiscent of earlier experiments producing vacuum squeezing.[14,15] Further advantages of the present setup are greater robustness against input power fluctuations and the ability to measure squeezing at all powers.

To describe the quantum polarization state of a light field at the fiber output, it is helpful to introduce the quantum Stokes parameters.[7] These are defined in analogy to their classical counterparts:

$$\hat{S}_0 = \hat{a}_x^\dagger \hat{a}_x + \hat{a}_y^\dagger \hat{a}_y, \quad \hat{S}_1 = \hat{a}_x^\dagger \hat{a}_x - \hat{a}_y^\dagger \hat{a}_y,$$

$$\hat{S}_2 = \hat{a}_x^\dagger \hat{a}_y + \hat{a}_y^\dagger \hat{a}_x, \quad \hat{S}_3 = i(\hat{a}_y^\dagger \hat{a}_x - \hat{a}_x^\dagger \hat{a}_y). \qquad (1)$$

Following noncommutation of the photon annihilation and creation operators, $\hat{a}_{x/y}$ and $\hat{a}_{x/y}^\dagger$, these Stokes

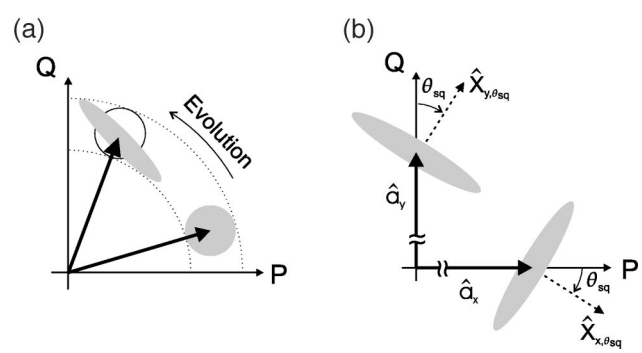

Fig. 1. Representation in phase space of (a) the effect of Kerr squeezing on a coherent beam and (b) the state of light exiting the fiber in our setup.

0146-9592/05/101192-3/$15.00 © 2005 Optical Society of America

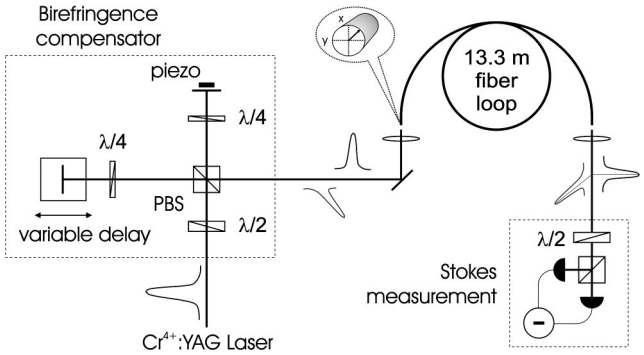

Fig. 2. Experimental setup for efficient polarization squeezing generation. PBS, polarizing beam splitter.

parameters obey the relations $[\hat{S}_0,\hat{S}_i]=0$ and $[\hat{S}_i,\hat{S}_j]=2i\epsilon_{ijk}\hat{S}_k$ with $\{i,j,k\}=1,2,3$. These relations lead to Heisenberg inequalities for the fluctuations of these parameters that depend on the mean polarization state.[7] For instance, let us consider the situation in which modes $\hat{a}_x$ and $\hat{a}_y$ have the same amplitude but are phase shifted by $\pi/2$ [Fig. 1(b)]: $\langle\hat{a}_x\rangle=i\langle\hat{a}_y\rangle=i\alpha/\sqrt{2}$, α being a real number. This light is circularly polarized ($\langle\hat{S}_1\rangle=\langle\hat{S}_2\rangle=0,\langle\hat{S}_3\rangle=\langle\hat{S}_0\rangle=\alpha^2$) and the only nontrivial Heisenberg inequality is $\Delta^2\hat{S}_1\Delta^2\hat{S}_2\geqslant|\langle\hat{S}_3\rangle|^2=\alpha^4$, where $\Delta^2\hat{S}_j$ refers to the variance $\langle\hat{S}_j^2\rangle-\langle\hat{S}_j\rangle^2$. Polarization squeezing is achieved if variance $\Delta^2\hat{S}_\theta$ (variance of a general Stokes parameter rotated by θ in the dark $\hat{S}_1-\hat{S}_2$ plane where $\langle\hat{S}_\theta\rangle=0$) is below the shot-noise level:

$$\Delta^2\hat{S}_\theta\leqslant|\langle\hat{S}_3\rangle|=\alpha^2,\quad \hat{S}_\theta=\cos\theta\hat{S}_1+\sin\theta\hat{S}_2. \tag{2}$$

To better understand polarization squeezing let us express the fluctuations of the Stokes parameters in terms of the noise of linearly polarized modes $\hat{a}_x$ and $\hat{a}_y$. Since, for bright fields, the fluctuations are small compared with the mean values ($\delta\hat{a}_x,\delta\hat{a}_y\ll\alpha$), we find

$$\delta\hat{S}_\theta\approx\alpha(\delta\hat{X}_{x,\theta}-\delta\hat{X}_{y,\theta})/\sqrt{2}. \tag{3}$$

Here $\hat{X}_{x/y,\theta}$ corresponds to the quadrature rotated by an angle θ relative to the amplitude quadrature for x and y polarizations [Figs. 1(b) and 3]. The amplitude and phase quadratures correspond to $\theta=0$ and $\theta=\pi/2$.

Since modes x and y propagate through the same fiber with identical amplitudes, they experience the same nonlinearity and thus have approximately the same quadrature noise $\Delta^2\hat{X}_{x,\theta}=\Delta^2\hat{X}_{y,\theta}\equiv\Delta^2\hat{X}_\theta$ for all angles θ. We assume uncorrelated noise since the modes are spatially separated by the fiber birefringence. Equation (3) shows a link between the noise of Stokes parameters $\hat{S}_\theta$ and the quadrature noise of the same angle: $\hat{S}_\theta=\alpha^2\Delta^2X_\theta$. This leads to two fundamental conclusions: (i) since squeezing is produced by the Kerr effect (the squeezed quadrature rotated by θ_{sq}), polarization squeezing in our setup is measured for Stokes parameter $\hat{S}_{\theta_{sq}}$, and (ii) as $\hat{S}_\theta$ is easily detected, this provides a direct measure of any quadrature noise.

Our experimental setup (Fig. 2) uses a Cr^{4+}:YAG laser emitting 130-fs FWHM pulses at 1497 nm at a repetition rate of 163 MHz. This beam is coupled into the two orthogonal polarization axes of a 13.3-m polarization-maintaining fiber (3M FS-PM-7811, 6-μm core diameter). Thus we generate two independent Kerr-squeezed beams in a single pass through a fiber. The emerging pulses' intensities are set to be identical, and they are aligned to overlap temporally. The fiber exhibits a birefringence (beat length 1.67 mm) for which we must compensate in an unbalanced Michelson-like interferometer. This introduces a tunable delay between the polarizations before the fiber.[5,13] 0.1% of the squeezed light is used in a control loop to maintain a $\pi/2$ relative phase between the exiting pulses, producing a circularly polarized beam.

We measure the noise of a given Stokes parameter with the half-wave plate ($\lambda/2$) and a polarizing beam splitter. The polarizing beam splitter outputs are measured directly by use of detectors with Epitaxx-500 photodiodes and a low-pass filter ($\leqslant$40 MHz). The measurement frequency is 17.5 MHz on a Hewlett-Packard HP8595E spectrum analyzer with a resolution bandwidth of 300 kHz and a video bandwidth of 30 Hz. The photocurrent difference is given by

$$i_-\propto\cos 4\Phi\hat{S}_1+\sin 4\Phi\hat{S}_2=\hat{S}_{4\Phi}, \tag{4}$$

where Φ is the wave-plate rotation angle compared with the x axis. Rotating the wave plate effectively rotates the measured Stokes parameter in the $\hat{S}_1-\hat{S}_2$ plane, allowing a complete measurement of the polarization noise. Since the amplitude fluctuations of the two individual modes x and y are at the shot-noise level ($\Delta^2X_{x,0}=\Delta^2X_{y,0}=1$), the Heisenberg uncertainty limit is determined by measuring $\Delta^2\hat{S}_3=\alpha^2$ [from expression (3)]. This was checked by use of a coherent

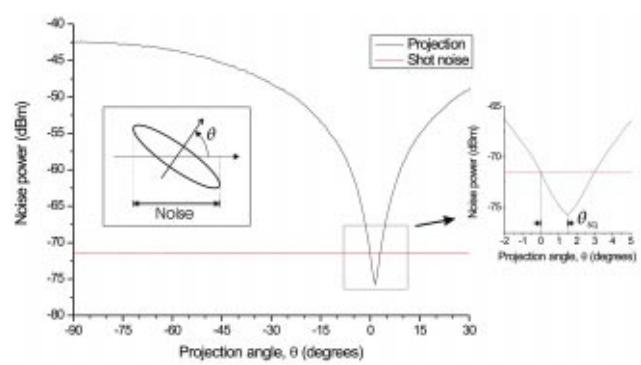

Fig. 3. Noise versus phase-space rotation angle for rotation of the measurement $\lambda/2$ wave plate for a pulse energy of 83.7 pJ, using 13.3-m 3M FS-PM-7811 fiber (an enlargement of the squeezing region is shown). Inset, schematic of the projection principle for angle θ. Results are corrected for -86.1 ± 0.1-dBm electronic noise.

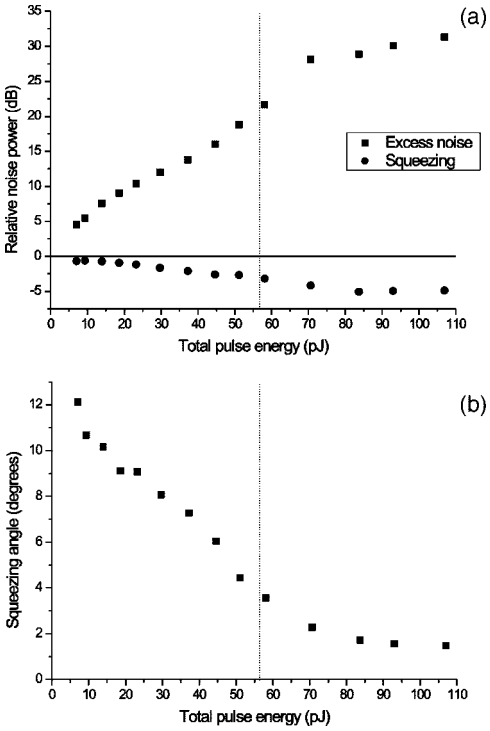

Fig. 4. Results for 13.3-m 3M FS-PM-7811 fiber as a function of pulse energy: (a) squeezing and excess phase noise, (b) squeezing angle. The energy at which a first-order soliton is generated (56±4 pJ) is shown by the dashed line. Results are corrected for −86.1±0.1-dBm electronic noise.

beam from the laser that was verified to be shot-noise limited by balanced detection.

A plot of the measured noise as the $\lambda/2$ wave plate is rotated is shown in Fig. 3. The pulse energy is 83.7 pJ. We find an oscillation between very large noise and squeezing, as expected from the rotation of a squeezed state. Plotted on the x axis is projection angle θ, i.e., the angle by which the state has been rotated in phase space, inferred from the wave-plate angle ($\theta=4\Phi$). For $\theta=0$, an $\hat{S}_1$ measurement, we find a noise value equal to the shot noise. Rotation of the state by θ_{sq} makes the squeezing observable by projecting out only the squeezed axis of the uncertainty ellipse. Further rotation brings a rapid increase in noise as the excess phase noise, composed of the antisqueezing and classical thermal noise, becomes visible. This is similar to experiments using local oscillators, however, no stabilization is needed after state production. This may be important for experiments with long acquisition times.

The squeezed and antisqueezed quadratures and the squeezing angle, θ_{sq}, of this state were investigated as a function of pulse energy (Fig. 4). The maximum observed squeezing is 5.1±0.3 dB at an energy of 83.7 pJ. Squeezing saturation is seen at high power, likely as a result of the overwhelming excess phase noise that distorts the uncertainty ellipse. The loss of the setup was found to be 20.5%: 4% from the fiber end, 7.8% from optical elements, and 10% from the photodiodes. Thus we infer maximum polarization squeezing of 8.8±0.8 dB. This value agrees better with theoretical predictions.[16] Investigating squeezing angle θ, we find that the rotation of the uncertainty region necessary for observation of squeezing decreases with increasing power. This is expected as, despite increasing antisqueezing, the amplitude noise of a Kerr-squeezed beam remains constant. Saturation is also apparent in θ_{sq}, making a clean projection of the squeezing difficult. This polarization squeezing setup could be further investigated for different fiber lengths as well as types, and a theoretical description of the setup could be implemented.

We see potential for further improvement of the 5.1±0.3 dB squeezing produced in our novel and efficient setup, namely, with better photodiodes and an all-fiber setup in which losses are minimized. The development of specialty microstructured fibers with lower classical phase noise is also expected to improve our result,[17] bringing us yet closer to the theoretically predicted maximal fiber squeezing.[16]

This work was funded by project 1078 of the Deutsche Forschungsgemeinschaft. The authors thank O. Glöckl for help. U. L. Andersen thanks the Alexander von Humboldt Foundation. J. Heersink's e-mail address is joel.heersink@optik.uni-erlangen.de.

References

1. S. L. Braunstein and A. K. Pati, eds., *Quantum Information Theory with Continuous Variables* (Kluwer, Dordrecht, The Netherlands, 2002).
2. A. S. Chirkin, A. A. Orlov, and D. Yu. Paraschuk, Quantum Electron. **23**, 870 (1993).
3. P. Grangier, R. E. Slusher, B. Yurke, and A. LaPorta, Phys. Rev. Lett. **59**, 2153 (1987).
4. W. P. Bowen, R. Schnabel, H.-A. Bachor, and P. K. Lam, Phys. Rev. Lett. **88**, 093601 (2002).
5. J. Heersink, T. Gaber, S. Lorenz, O. Glöckl, N. Korolkova, and G. Leuchs, Phys. Rev. A **68**, 013815 (2003).
6. V. Josse, A. Dantan, L. Vernac, A. Bramati, M. Pinard, and E. Giacobino, Phys. Rev. Lett. **91**, 103601 (2003).
7. N. Korolkova, G. Leuchs, R. Loudon, T. C. Ralph, and Ch. Silberhorn, Phys. Rev. A **65**, 052306 (2002).
8. J. Hald, J. L. Sorensen, C. Schori, and E. S. Polzik, Phys. Rev. Lett. **83**, 1319 (1999).
9. R. M. Shelby, M. D. Levenson, S. H. Perlmutter, R. G. DeVoe, and D. F. Walls, Phys. Rev. Lett. **57**, 691 (1986).
10. M. Kitagawa and Y. Yamamoto, Phys. Rev. A **34**, 3974 (1986).
11. S. Schmitt, J. Ficker, M. Wolff, F. König, A. Sizmann, and G. Leuchs, Phys. Rev. Lett. **81**, 2446 (1998).
12. D. Krylov and K. Bergman, Opt. Lett. **23**, 390 (1998).
13. M. Fiorentino, J. E. Sharping, P. Kumar, D. Levandovsky, and M. Vasilyev, Phys. Rev. A **64**, 031801(R) (2001).
14. K. Bergman and H. A. Haus, Opt. Lett. **16**, 663 (1991).
15. M. Rosenbluh and R. M. Shelby, Phys. Rev. Lett. **66**, 153 (1991).
16. P. D. Drummond and J. F. Corney, J. Opt. Soc. Am. B **18**, 139152 (2001).
17. A. Korn, O. Glöckl, S. Lorenz, Ch. Marquardt, U. L. Andersen, and G. Leuchs, in *Conference on Lasers and Electro-Optics (CLEO)*, Vol. 96 of OSA Trends in Optics and Photonics Series (Optical Society of America, Washington, D.C., 2004), p. 92.

Annexe D

Curriculum Vitae

Curriculum Vitae Détaillé pour
Habilitation à diriger des recherches

Vincent Josse

Maître de Conférences – Institut d'Optique Graduate School

Tables des matières

1. Etat Civil 2
2. Formation 2
3. Parcours 2
4. Activités d'enseignement 2
5. Activités liées à l'administration 3
6. Activités liées à la recherche 3
7. Encadrement 5
8. Synthèse des travaux et description des principaux résultats, projets, perspectives .... **Erreur ! Signet non défini.**
9. Liste de publications 6
10. Références des 5 publications principales fournies dans le dossier. ..... **Erreur ! Signet non défini.**

1. Etat Civil

Josse Vincent
Date de naissance : 04-07-1975 (38 ans), 2 enfants (27-05-2010 et 15-05-2013)
Maître de Conférences (Section de CNU : 30) – Université Paris Sud - Institut d'Optique
Etablissement d'affectation : Institut d'Optique Graduate School
Unité de recherche d'appartenance : Laboratoire Charles Fabry – UMR 8501
Email : vincent.josse@institutoptique.fr
Adresse postale : 2 avenue Augustin Fresnel, 91127 Palaiseau Cedex

2. Formation

2000-2003	**Thèse** défendue le 16 décembre 2003 Laboratoire Kastler Brossel, (ENS - Université Paris VI), Groupe d'Optique Quantique Direction : E. Giacobino *Réduction du bruit de polarisation et intrication quantique en variables continues avec des atomes froids*
1999-2000	**Service militaire:** scientifique du contingent Institut d'Optique, Groupe d'Optique Atomique
1996-1999	**Magistère de physique** de l'Ecole Normale Supérieure (ENS Paris). DEA de Physique Quantique – Mention Très bien (rang 4) Maitrise de Physique – Mention Bien Licence de Physique – Mention Bien
1996	Admission à l'ENS Paris (section mathématiques)

3. Parcours

Oct. 2012	Nomination à l'Institut Universitaire de France (Membre Junior)
Jan. 2011	Responsable de l'activité «**Transport Quantique** » au sein du Groupe d'Optique Atomique.
Sept. 2010	**Demi - délégation au CNRS** (mi-temps) 2010-11 et 2011-12. .
Fev. 2005 -	**Maître de conférences** à l'Institut d'Optique Graduate School, Palaiseau, France Recherche : Laboratoire Charles Fabry, Groupe d'Optique Atomique (A. Aspect)
2004-2005	**Stages Postdoctoraux** 1- *Jan.-Sept. 2004 (9 mois) Max Planck Institute for the Science of Light, Erlangen, Germany. Groupe du Prof. G. Leuchs.* Protocoles optiques d'information quantique en variables continues 2- *Oct. 2004-Jan. 2005 (4 mois) European Laboratory for Non Linear Spectroscopy (LENS), Italy. Groupe du Prof M. Inguscio.* Mélanges de gaz quantiques dégénérés *Bourse QUDEDIS de l'ESF*

4. Activités d'enseignement

Depuis ma nomination en tant que maître de conférence en 2005, j'ai effectué l'intégralité de mon activité d'enseignement dans la formation d'ingénieur de l'Institut d'Optique. Mon activité d'enseignement s'est essentiellement décomposée de la manière suivante :

- Travaux dirigés en 1ère année du cycle d'ingénieur (équivalent L3) en optique physique et automatisme.

- Travaux pratiques d'optique en 1ère (L3) et de physique en 3ème année (M2). Les TPs de M2 comprennent notamment des expériences fondamentale d'optique quantique, à savoir la violation des inégalités de Bell et la coalescence quantique de 2 photons arrivant sur une lame séparatrice (expérience de Hong, Ou et Mandel).
- Encadrements de projets en 2ème année du cycle d'ingénieur (« Projets Systèmes »), avec en particulier l'observation des effets de transparence électromagnétique induite et de lumière lente dans des vapeurs atomiques.

5. Activités liées à l'administration

a) *Responsable de formations*

2007- 2010 : **Responsable pédagogique du cycle d'ingénieur 1ère année** à l'Institut d'Optique Graduate School. (Environ 90 étudiants/an).

Attributions générales de cette responsabilité *:*

- La réalisation et le suivi de l'emploi du temps au cours de l'année.
- La coordination de la politique pédagogique 1A (évaluations des enseignements / mise en place des évolutions et/ou réformes profondes des enseignements).
- Le suivi des élèves et orientation personnalisée.
- Le lien entre les élèves (individualisé ou collectif) et l'établissement (enseignant / personnel administratif).

Actions notables réalisées *:*

- Réforme de la structure globale de la première année (1A). En particulier, i) mise en place de tutorats pour améliorer l'intégration des élèves provenant de différentes filières et ii) organisation d'une session de séminaires d'intégration destinés aux élèves ingénieurs entrants.
- Mise en place d'une nouvelle procédure d'évaluation des enseignements (en accord avec les recommandations de PARISTECH).
- Mise en place d'une filière par apprentissage (CFA) dès la première année d'étude. Cette réforme a nécessité une réforme en profondeur des enseignements avec notamment une réduction importante du volume horaire académique au profit d'une pédagogie par projets.

2010 - : **Responsable pédagogique de la formation par apprentissage (CFA)** à l'Institut d'Optique Graduate School, sur les 3 années du cycle de formation et sur ses 3 sites (Palaiseau, St Etienne et Bordeaux).

Attributions générales de cette responsabilité *:*

- Le suivi des élèves
- Coordination des enseignements spécifiques à cette formation
- Evaluation directe des élèves apprentis

Actions notables:

- Mise en place de l'apprentissage sur 3 ans comme cursus majoritaire (recommandations de la CTI)
- Refonte de l'offre d'enseignement des formations spécifiques (en cours).

a) *Autres*

- Membre du conseil de la formation (CoFor) à l'institut d'optique (depuis 2007)
- Membre du conseil de perfectionnement du CFA.
- Membre élu du conseil consultatif des spécialistes de l'institut d'optique (CCS-IOGS)
- Membre de comités de sélection.

6. Activités liées à la recherche

a) *Animation de la recherche*

- Responsable de l'activité «Transport Quantique d'ondes de Matières » au Laboratoire Charles Fabry, Groupe d'Optique Atomique.

-Site web du laboratoire: http://www.lcf.institutoptique.fr

-Site web de l'équipe : http://www.lcf.institutoptique.fr/Groupes-de-recherche/Optique-atomique/Experiences/Transport-Quantique

- Réalisations majeures :
  - Premières observations mondiales de la localisation d'Anderson avec des atomes ultra-froids.
  - Le laser à atomes guidé : un nouvel outil pour l'étude du transport quantique.

b) *Communications scientifiques*

- 23 publications (dont 1 en soumission) et 10 actes de conférences, avec « peer-reviewing »
- 1300 citations, h-index = 16 (Source Web of Science)
- 48 communications orales personnelles dont 7 conférences invitées (DCMUA 2103, DAMOP 2012, BEC 2011, SFP 2011, Atom Laser Conference 2010, COLOQ'11 2009, QIPC 5th 2004)

c) Financements obtenus

Le tableau ci-dessous rassemble les financements obtenus pour mener à bien les projets de recherche qui seront présentés dans la partie 8 (résumé des activités de recherche). Le montant indiqué est celui estimé pour la partie du projet porté en mon nom, les demandes de financement étant en général collaboratives au sein du groupe:

Période	**Appel d'offre**	**Titre**	**Montant**	**Porteur**
2006	IFRAF	Réalisation d'une cavité Fabry-Perot atomique bistable : du filtrage spectral aux effets non linéaires.	50 kE	V. Josse – P. Bouyer
2007	IFRAF	Transport du condensat vers un dispositif de laser guidé et une cavité Fabry-Perot atomique bistable.	50 kE	V. Josse - P. Bouyer
2008	ANR	Anderson localization of a Bose-Einstein condensate in speckle patterns (LOCABEC)	90 kE	A. Aspect
2008	ANR	Optique atomique quantique: Degroupement, Squeezing et Intrication avec Atomes (DESINA)	20 kE	C. Westbrook
2010	IFRAF	Towards 3D Anderson localisation with ultracold atoms	90 kE	V. Josse
2012	ANR	Disorder transitions with ultracold atoms in Disorder	CO-PI (porteur de 50% du projet)	T. Bourdel
2013	Nano-K (ex IFRAF)	Anderson localization and Bose Glass Phase with ultracold atoms	50 kE	V.Josse
2015	ANR (demande en cours)	FRONTiers in Anderson Localization with ultracold atoms: mobility edge, new signatures and interactions (FRONTAL) collaboration D. Delande	400kE	V. Josse

En outre, notre équipe bénéficie d'une partie des financements liés à la bourse « ERC » accordé à Alain Aspect en 2010 (projet Quantatop). Montant estimé à ce jour pour l'équipe : ~150 kE

d) Délégation au CNRS

Le CNRS m'a accueilli en délégation à mi-temps sur l'année universitaire 2010-2011. Cette demi-délégation a été renouvelée pour l'année 2011-2012.

e) Organisation d'évènements scientifiques

4-8 Janvier 2006 : Co-organisation avec M. Leduc (DR CNRS, précédente présidente de la SFP) d'un congrès franco-indien pour jeunes chercheurs sous le patronage du CEFIPRA (Centre Franco-Indien Pour la recherche Avancée). Raman Institute, Bangalore, Inde.

f) Valorisation

Brevet : P. Bouyer, V. Josse, W. Guerin, J. Billy, A. Landragin
Titre : Guided coherent atom source and atomic interferometer
IXSEA, Institut d'Optique et Observatoire de Paris (FR)
Brevet européen, EP 2104406 (A1) - (2009) / Brevet américain, US 2009/0242743 (A1) - (2009)

g) Primes et Distinctions

- 2012 : membre IUF junior
- 2011 : PES (Prime d'Excellence Scientifique)
- 2007 : PEDR (Prime d'Encadrement Doctoral et de Recherche)

7. Encadrement

a) Encadrement pré-doctoral

Le tableau ci-dessous recense les différents encadrements effectués au niveau L3 (3), M1 (4) et M2 (8) depuis 2005.

Niveau	Année	Nom	Provenance / Durée	Sujet	% encadrement
L3	2006	P. L. Giscard	IOGS (SupOptique) 2 mois	Simulation équation Schrôdinger	100
	2007	E. Couderc	Paris-Sud /1mois	Réalisation d'un laser en cavité étendue	
	2008	Q.du Moulinet d'Hardemar	IOGS (SupOptique) 1 mois	Alimentation en courant ultra-stable pour lasers à atomes.	
	2014	Hermine Danvy	IOGS (SupOptique) 1 mois	Montage d'un amplificateur laser pour banc de refroidissement laser.	
M1	2009	D. Fernandes	M1-Polytechnique 4 mois	Atom laser propagation through a barrier	
	2012	A. Date	Bourse Paristech IIT (Inde) / 2 mois	Coherent Backscattering of ultracold atoms	
	2013	R. Santoso	M1-Polytechnique - NUS (Singapour) -4 mois	Evaporative Cooling in Optical Trap	
	2014	G. Berthet	M1- ENS Lyon	Signatures de la localisation d'Anderson dans l'espace des vitesse: vers le CFS.	
M2	2006	J. Billy	IOGS (SupOptique) 5 mois	Micro-barrière optique pour laser à atomes	
	2007	A. Bernard	DEA - Physique Quantique /5mois	Etats atomiques non classiques par cavité bistable	
	2007	R. Charrière	IOGS (SupOptique) 5 mois	Potentiel désordonné optique par speckle laser	30
	2008	J. F. Schaff	Telecom ParisTech 5 mois	Propriétés statistiques d'un champ de speckle laser	100
	2009	F. Jendrzejewski	Master Physique de la matière condensée (P-Sud)/ 5 mois	Vers l'observation de la localisation d'Anderson à 3D avec des atomes froids	
	2012	J. Richard	IOGS (SupOptique) 5 mois	Diffusion d'ondes de matière dans un potentiel désordonne 3D	
Diplom Arbeit (ou équivalent M2)	2006 - 2007	C. Vo	Konstanz University 10 mois	Nouveau dispositifs lasers pour atomes froids	
	2011	K. Müller	University of Heidelberg 6 mois	Localisation d'Anderson à 3D	

b) Encadrement doctoral

Depuis mon recrutement, j'ai co-encadré, avec Alain Aspect, Philippe Bouyer ou Chris Westbrook, un total de 7 thèses (5 soutenues et 2 en cours). Mis à part les deux premières thèses (J. F. Riou et W. Guerin), qui avaient débutées avant mon recrutement à l'Institut d'Optique, j'estime mon taux d'encadrement autour de 80%. Pour les deux thèses actuellement en cours (K. Müller et J. Richard), mon taux d'encadrement est de 90%. Le tableau ci-dessous donne le détail de ces encadrements doctoraux.

Année	Nom	Date soutenance	Titre	Articles	Encadrement
2002-2006	J.F. Riou	6 décembre 2006	Etude des propriétés de propagation d'un laser à atomes	4	20%
2003-2007	W. Guerin	4 mai 2007	Source atomique cohérente dans des pièges optique et magnétique: réalisation d'un laser à atomes guidé	5	50%
2006-2009	J. Billy	29 janvier 2010	Propagation quantique d'ondes de matière guidées: Laser à atomes et localisation d'Anderson	2	80%
2007-2010	A. Bernard	26 novembre 2010	Transport quantique d'ondes atomiques ultrafroides : localisation d'Anderson et laser à atomes guidé.	3	80%
2009-2012	F. Jendrezjewski	6 novembre 2012	Quantum transport of ultracold atoms in disordered potentials	3 (+2 en cours)	80%
2011-2014	K. Müller	14 novembre 2014	Coherent transport o f ultra cold atoms in disordered potentials : Manipulation of time-reversal symmetry in weak localization experiments	2 (+2 en cours)	90%

2012-	J. Richard	Prévue 2nd semestre 2015	Titre provisoire : Momentum space signatures of localization phenomena	1 (+2 en cours)	90%
2014-	V. Denechaud	Prévue 2nd semestre 2017	Thèse CIFRE/DEFENSE	0	100%

c) Encadrement post-doctoral

Depuis 2005, j'ai encadré 3 étudiants en stage post-doctoral (2 finis, 1 en cours).

Année	Nom	Nationalité	Durée	Sujet	Articles	% encadrement
2007-2008	Z. Zuo	Chinoise	18 mois	Laser à atomes guidé (propriétés de couplage) et localisation d'Anderson à 1D.	2	100
2008-2009	P. Cheinet	Française	12 mois	Nouveau dispositif expérimental pour l'étude de la localisation d'Anderson à 3D.	2	
Depuis Oct-2013	V. Volchkov	Russe	2 ans financés à ce jour	Vers l'étude du régime critique autour de la transition d'Anderson à 3D.		

8. Liste de publications

a) Articles dans des journaux internationaux.

A23. K. Müller, J. Richard, V. Volchkov, V. Denechaud, P. Bouyer, A. Aspect, V. Josse*, **Suppression and Revival of Weak Localization through control of time reversal symmetry** arXiv:1411.1671 Soumis à Phys. Rev. Lett.

A22. F. Jendrzejewski, K. Müller, J. Richard, A. Date, T. Plisson, P. Bouyer, A. Aspect, V. Josse*, **Coherent Backscattering of Ultra-cold Atoms**, Phys. Rev. Lett. **109**, 195302 (2012). Editor's suggestion and Viewpoint: S. Skipetrov, Physics, **5**, 123 (2012). Actualité scientifique de l'INP (décembre 2012).

A21. F. Jendrzejewski, A. Bernard, K. Müller, P. Cheinet, V. Josse* M. Piraud, L. Pezze, L. Sanchez-Palencia, A. Aspect, P. Bouyer, **Three dimensionnal localization of ultracold atoms in an optical disorder potential**, Nature Physics, **8**, 392 (2012). News and views: R. Kaiser, Nat. Phys. **8**, 363 (2012).

A20. A. Bernard, W. Guerin, J. Billy, F. Jendrzejewski, P. Cheinet, A. Aspect, V. Josse*, P. Bouyer**, Quasicontinuous horizontally guided atom laser: coupling spectrum and flux limits**, New J. Phys., **13**, 065015 (2011).

A19. H. Perrin, P. Lemonde, V. Josse, B. Laburthe Tolra, F. Chevy, D. Comparat, **Application of lasers to ultracold atoms and molecules**, Comptes rendus - Physique **12**, 417 (2011).

A18. J. Billy, V. Josse, Z. Zuo, A. Bernard, B. Hambrecht, P. Lugan, D. Clément, L. Sanchez-Palencia, P. Bouyer, A. Aspect, **Direct observation of Anderson Localization of matter waves in controlled disorder**, Nature **453**, 891 (2008). News and views, D. A. Steck, Nature **453**, 863 (2008).

A17. J. F. Corney, J. Heersink, R. Dong, V. Josse, P. D. Drummond, G. Leuchs U. L. Andersen, **Simulations and experiments on polarization squeezing in optical fiber**, Phys. Rev. A. **78**, 23831 (2008).

A16. W. Guerin, J. F. Riou, Y. Lecocq, M. Fauquembergue, P. Bouyer, V. Josse, A. Aspect, **A Guided quasicontinuous atom laser,** Phys. Rev. Lett. **97**, 200402 (2006).

A15. J. F. Riou, W. Guerin, Y. Lecocq, M. Fauquembergue, V. Josse, P. Bouyer, A. Aspect, **Beam quality of a non ideal atom laser,** Phys. Rev. Lett. **96**, 70404 (2006).

A14. J. F. Corney, P. D. Drummond, J. Heersink, V. Josse, G. Leuchs, U. L. Andersen, **Many-Body Quantum Dynamics of Polarization Squeezing in Optical Fiber**s, Phys. Rev. Lett. **97**, 23606 (2006).

A13. V. Josse, M. Sabuncu, N. Cerf, G. Leuchs, U. L. Andersen, **Universal optical amplification without nonlinearity**, Phys. Rev. Lett. **96**, 163602 (2005).

A12. U. L. Andersen, V. Josse, G. Leuchs, R. Filip, J. Fiurasek, **Experimental purification of Coherent States**, Phys. Rev. A. **72**, 60301 (2005).

A11. U. L. Andersen, V. Josse, G. Leuchs, **Unconditional Quantum Cloning of Coherent States with Linear Optics**, Phys. Rev. Lett. **94**, 240503 (2005).

A10. J. Heersink, V. Josse, G. Leuchs, U.L. Andersen, **Efficient polarization squeezing in optical fibers,** Opt. Lett., **30**, 1192 (2005).

A9. V. Josse, A. Dantan, A. Bramati, E. Giacobino, **Entanglement and squeezing in a two mode system: theory and experiment,** J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt. **6**, S532 (2004).

A8. V. Josse, A. Dantan, A. Bramati, M. Pinard, E. Giacobino, **Continuous variable entanglement using cold atoms,** Phys. Rev. Lett. **92**, 123601 (2004).

A7. V. Josse, A. Dantan, L. Vernac, A. Bramati, M. Pinard, E. Giacobino, **Polarization squeezing with cold atoms,** Phys. Rev. Lett. **91**, 103601 (2003).

A6. V. Josse, A. Dantan, A. Bramati, L. Vernac, M. Pinard, E. Giacobino, **Polarization squeezing with four-level system,** J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt. **5**, S513 (2003).

A5. A. Dantan, M. Pinard, V. Josse, N. Nayak, P. Berman, **Atomic spin squeezing in a Lambda system,** Phys. Rev. A **67**, 45801 (2003).
A4. L. Vernac, M. Pinard, V. Josse, E. Giacobino, **Collective atomic spin squeezing and control,** Eur. Phys. J. D **18**, 129 (2002).

A3. V. Savalli, D. Stevens, J. Esteve, P. D. Featonby, V. Josse, N. Westbrook, C. I. Westbrook, A. Aspect, **Specular reflection of matter waves from a rough mirror,** Phys. Rev. Lett. **88**, 250404/1 (2002).

A2. G. Delannoy, S. G. Murdoch, V. Boyer, V. Josse, P. Bouyer, A. Aspect, **Understanding the production of dual Bose-Einstein condensation with sympathetic cooling**, Phys. Rev. A **63**, 051602 (2001).

A1. J. P. Hermier, A. Bramati, A. Z. Khoury, V. Josse, E. Giacobino, P. Schnitzer, R. Michalzik, K. J. Ebeling, **Noise characteristics of oxide-confined vertical-cavity surface-emitting lasers**, IEEE J. Quantum Electron., **37**, 87 (2001).

b) Chapitres de livres : 2

CL1. V. Josse, A. Dantan, A. Bramati, M. Pinard, E. Giacobino, J. Heersink, U. L. Andersen, O. Glöckl, G. Leuchs, **Experimental Polarization Squeezing and Continuous Variables Entanglement via the Optical Kerr Effect**, Chapter 13, p. 233 in Quantum information with continuous variables of atoms and light. Editors: N. Cerf, G. Leuchs and E.S. Polzik. Publisher: Imperial College Press (2007).

CL2. U. L. Andersen, V. Josse, N. Lütkenhaus, G. Leuchs, **Experimental Quantum Cloning with Continuous Variables**, Chapter 16, p. 305 in Quantum information with continuous variables of atoms and light. Editors: N. Cerf, G. Leuchs and E.S. Polzik. Publisher: Imperial College Press (2007).

c) Diffusion de la recherche : 1

D1. A. Aspect, P. Bouyer, V. Josse, L. Sanchez-Palencia, **Localisation d'Anderson d'atomes ultrafroids**, Images de la Physique 2009, p. 87 (2009).

d) Contributions à un ouvrage collectif : 10

P1. A. Aspect, J. Billy, V. Josse, Z. Zuo, A. Bernard, B. Hambrecht, P. Lugan, D. Clement, L. Sanchez-Palencia, P. Bouyer, **Anderson localization of matter-waves in a controlled disorder**, Proceedings of the 19th International Conference on Laser Spectroscopy, p. 3, 2010.

P2. P. Bouyer, J. Billy, V. Josse, Z. Zuo, A. Bernard, B. Hambrecht, P. Lugan, D. Clement, L. Sanchez-Palencia, A. Aspect, **Anderson localization of matter-waves**, Proceedings of the XXI International Conference on Atomic Physics, p. 178, 2008.

P3. J. Billy, V. Josse, Z. Zuo, W. Guerin, A. Aspect and P. Bouyer P, **Guided atom laser: a new tool for guided atom optics**, Annales de Physique, **32,** 17-24, 2007.

P4. Guerin W., Riou J.-F., Fauquembergue M., Le Coq Y., Josse V., Bouyer P. and Aspect A., **Transverse mode of an atomic laser**, Journal de Physique IV, 135, 2006.

P5. V. Josse, A.Dantan, F. Villa, A. Bramati, M. Pinard and E. Giacobino, **Nonclassical-state generation with cold atoms**, 4th International Symposium on Modern Problems of Laser Physics, Novosibirsk, RUSSIA, 1235-1241, 2004.

P6. A. Dantan, L. Vernac, V. Josse, M. Pinard, E. Giacobino and P.R. Berman, **Reduction of atomic quantum fluctuations**, Journal de Physique IV, 119, 167-168, 2004.

P7. V. Josse, A.Dantan, V. Vernac, A. Bramati, M. Pinard and E. Giacobino, **Polarization squeezing and non separable beams using cold atoms,** Proceedings of the 8th International Conference on Squeezed States and Uncertainty Relations, Puebla, Mexico, 165-172, 2003.

P8. V. Josse, L. Vernac, M. Pinard, E. Giacobino, **Atomic and electromagnetic quantum fluctuations**, Journal de Physique IV, 12, 149-150, 2002.

P9. G. Delannoy, S.G. Murdoch, V. Boyer, V. Josse, P. Bouyer and A. Aspect, **Sympathetic cooling and double Bose-Einstein condensates**, Journal de Physique IV, 12, 133-134, 2002.

P10. N. Westbrook, V. Savalli, V. Josse, L. Cognet, P. D. Featonby, D. Stevens, C. I. Westbrook, A. Aspect, **Bouncing atoms: a coherent nano-probe,** AIP Conf. Proc. (USA), Atomic Physics 17. 17th International Conference. ICAP 2000, 397 (2001).

e) Brevet : 1

Brevet : P. Bouyer, V. Josse, W. Guerin, J. Billy, A. Landragin
Guided coherent atom source and atomic interferometer
IXSEA, Institut d'Optique et Observatoire de Paris (FR)
Brevet européen, EP 2104406 (A1) - (2009) / Brevet américain, US 2009/0242743 (A1) - (2009)

f) Communications orales : 48

• Conférences internationales invitées : 7

CI7. *Ultracold atoms in disorder: 3D Anderson localization and Coherent Backscattering*, **International conference**: Disorder in Condensed Matter and Ultracold Atoms, Varenna, Italy, June 2013.

CI6. *3D localization of ultracold atoms in laser speckle disorde*r, **International conference**: 43rd Annual DAMOP Meeting, Los Angeles, June 2012.

CI5. *3D localization of ultracold atoms in laser speckle disorde*r, **International conference**: BEC2011: frontiers on Quantum Gazes, San Feliu de Guixols, Spain, September 2011.

CI4. *Anderson localization with ultracold atoms: From 1D to 3D*, **National conference,** Congrès Général de la SFP, Bordeaux, july 2011.

CI3. *The Guided Atom Laser: a new tool for studying quantum transport phenomena*, **International conference**, Atom laser Conference, Les Houches, France, April 2010.

CI2. *Localisation d'Anderson d'ondes de matière dans un désordre contrôlé*, **National conference,** COLOQ'11, Mouans en Sartoux, September 2009.

CI1. *Quantum effects with cold atoms in continuous variable regime,* Quantum Information Processing and Communication (QIPC) 5th, **International conference,** Roma, Italy, September 2004.

• Conférences invitées dans des « workshop » : 20

CW20. *Weak (and Anderson) Localization with ultracold atoms,* **International Workshop,** UMI-Merlion Majulab kick off Metting, Singapore, Jan 2015.

CW19. *Weak (and Anderson) Localization with ultracold atoms,* **International Workshop,** Quo-Vadis BEC? V, Bad-Honnef, Germany, December 2014.

CW18. *Ultracold atoms in disorder : Weak Localization signatures,* **International Workshop,** Quantum Disordered Systems, What's next?, Toulouse, June 2014.

CW17. *Ultracold atoms in disorder : From 3D Anderson localization to time reversal symmetry breaking in weak localization,* **International Workshop,** Workshop on Coherent Phenomena in Disordered Optical Systems, ICTP, Trieste, May 2014.

CW16. *Ultracold atoms in disorder : 3D localization and Coherent Backscattering,* **International Workshop,** GDR mésoImage, Grenoble, December 2013.

CW15. *Ultracold atoms in disorder : 3D localization and Coherent Backscattering,* **International Workshop,** Frontiers on Ultracold Atoms and Solid States physics, Paris, July 2013.

CW14. *Ultracold atoms in disorder : 3D localization and Coherent Backscattering,* **International Workshop ,** IFRAF meeting, Paris, November 2012.

CW13. *Ultracold atoms in disorder : 3D localization and Coherent Backscattering,* **National conference,** 13ème Journée de la matière Condensée, Montpellier, August 2012.

CW12. *Ultracold atoms in disorder : 3D localization and Coherent Backscattering,* **International workshop:** quantum disordered systems, Institut Henrii Poincaré, June 2012

CW11. *3D localization of ultracold atoms in laser speckle disorde*r, **International Workshop**: Modeling Materials with Cold Gases Through Simulations, ETH, Zürich, November 2011.

CW10. *3D localization of ultracold atoms in laser speckle disorder*, **International Workshop**: Advanced Workshop on Non Standard Superfluids and Insulators, ICTP, Trieste, July 2011.

CW9. *3D Localization of ultracold atoms in a laser speckle disorder*, **Local workshop,** 6ième Journées des théoriciens de la fédération LUMAT, June 2011.

CW8. *Propagation of matter-waves in a speckle disorder: towards 3D Anderson Localization* **International Workshop** «Correlations, Fluctuations and Disorder, Grenoble, France, December 2010.

CW7. *Anderson Localization of matter-wave in a controlled disorde*r, **International Workshop,** GDR mésoImage, Institut Henri Poincaré, Paris, October 2009.

CW6. *Anderson Localization of matter-wave in a controlled disorder*, **International Workshop,** GDR de physique mésoscopique, Aussois, October 2009.

CW5. *The Guided Atom Laser: a new tool for studying quantum transport phenomena*, **International Workshop**, Towards the Observation of Hawking Radiation in Condensed Matter Systems, Valencia, Spain, February 2009.

CW4. *Localization of an expanding BEC in Laser spe*ckle, Theory of Quantum Gazes and Quantum Coherence, (4th) **International Workshop**, Grenoble, June 2008.

CW3. *Anderson Localization of an expanding BEC in Laser speckle,* **Workshop annuel de l'IFRAF**, Institut Henri Poincaré, Paris, May 2008.

CW2. *Laser à atomes guidé*, **Local workshop** Journée thématique CNES/DGA Horloges atomiques et senseurs inertiels à ondes de matière: applications et perspectives, ENSTA, Paris, May 2008.

CW1. *Study of coherent propagation of atom-laser beam*, **Franco-indian workshop** (CEFIPRA), Bangalore, January 2006.

• Cours: 1

L1. Anderson Localization with ultracold atoms, **International Summer school** "Waves and Disorder", Cargèse, July 2014

• Communications orales contribuées : 11

CC11. *Polarization squeezing and quadrature entanglement using cold atoms*, **Poster, International Workshop,** Continuous variable entanglement and Quantum Information Processing workshop (CVQIP 04), Erlangen, Germany, April 2004.

CC10. *Polarization squeezing and EPR correlations with cold atoms*, **Oral**, **International Conference** CLEO/Europe-EQEC, Munich, Germany, 2003.

CC9. *Polarization squeezing and quadrature entanglement using cold atoms*, **Oral, International Workshop,** Continuous variable entanglement and Quantum Information Processing workshop (CVQIP 03), Aix en Provence, April 2003.

CC8. *Polarization squeezing and quadrature entanglement using cold atoms*, **Poster, International Conference** on Laser Spectroscopy (ICOLS), Cairns, Australia, July 2003

CC7. *Polarization squeezing using cold atoms*, **Poster**, **International Workshop,** Quantum Information processing and communication workshop (QIPC), Dublin, Irland, September 2002

CC6. *Polarization squeezing using cold atoms*, **Poster**, **Conférence nationale** en Physique Atomique Moléculaire et Optique (PAMO), Bourges, France, July 2002.

CC5. *Polarization squeezing using cold atoms*, **Poster**, **International** Quantum Electronics **Conference** (IQEC), Moscow, Russia, June 2002.

CC4. *Polarization squeezing using cold atoms*, **Poster**, **International Workshop**, Continuous Variable Quantum Information Processing workshop (CVQIP02), Bruxelles, Belgium, April 2002.

CC3. *Polarization squeezing using cold atoms*, **Poster**, **International Conference,** European Science Fundation Quantum Optics, San Feliu de Guixols, Spain, September 2001.

CC2. *Polarization squeezing using cold atoms*, **Poster**, **Conférence nationale**, Colloque sur les lasers et l'optique quantique, COLOQ'7, Rennes, France, September 2001.

CC1. *Polarization squeezing using cold atoms*, **Poster**, **International Conference** Quantum Interference and Cryptographic Keys (QUICK), Cargèse, France, May 2001.

• Séminaires : 9

S9. *3D Ultracold atoms in disorder : 3D Anderson localization and Coherent Backscattering*, Laboratory for Non-Linear Spectrsocopy (LENS), Florence, Italy, March 2013.

S8. *3D Localization of ultracold atoms in a laser speckle disorder,* Laboratoire de Physique des Lasers, Institut Galilée, Université Paris XIII, France, January 2012.

S7. *3D Localization of ultracold atoms in a laser speckle disorder;* Laboratoire Kastler-Brossel (LKB), Ecole Normale Supérieure, France, November 2011.

S6. *Anderson Localization of matter-wave in a controlled disorder,* Abdus Salam International Center for Theoretical Physics (ICTP), Trieste, Italie, November 2009.

S5. *Anderson Localization of matter-wave in a controlled disorder*, Institut de Physique Non Linéaire (INLN), Nice, November 2008.

S4. *Polarization squeezing and continuous variable entanglement with cold atoms,* European Laboratory for Non-Linear Spectroscopy (LENS), Florence, Italie, March 2004.

S3. *Réduction du bruit de polarisation et intrication quantique en variables continues avec des atomes froids,* Laboratoire de Physique des Lasers, Institut Galilée, Université Paris 13, February 2004.

S2. *Réduction du bruit de polarisation et intrication quantique en variables continues avec des atomes froids,* Laboratoire BNM-SYRTE, Observatoire de Paris, February 2004.

S1. *Réduction du bruit de polarisation et intrication quantique en variables continues avec des atomes froids,* Laboratoire de Physique des Lasers, Université de Rennes I, June 2003.